第3卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 3, No. 1
1979年1月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Jan., 1979

研究简报

场流关系的一个新应用

何祚庥 黄涛
(中国科学院理论物理研究所) (中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文应用场流关系的"弱形式"到一系列径向激发态过程.在对矩阵元的性质作某些假定以后,可以获得许多径向激发态过程之间的比例关系,这些比例关系与实验结果符合的比较好.

我们在以前的工作中从复合粒子场论推导出一系列"强形式"和"弱形式"的场流关系式[1,2],近来,又进一步将场流关系扩展到重子场和重子流的情形[3].这里介绍场流关系的一个新应用.

我们在以前研讨新粒子的相互作用时,曾经指出,对 J(3095) 和 $\psi'(3684)$ 粒子的衰变道之间近似地有如下实验结果[4],

$$\frac{\Gamma(\psi'\to\alpha+\beta+\cdots)}{\Gamma(J\to\alpha+\beta+\cdots)}\simeq\frac{\Gamma(\psi'\to 2e)}{\Gamma(J\to 2e)}\simeq\frac{1}{2}. \tag{1}$$

对这一实验现象,我们在文献[4]中曾从两类中性矢量胶子模型加以说明.这里进一步从场流关系来解释式(1),但却用不到两类中性胶子的假设,只假设 $\psi'(3684)$ 和 J(3095) 是由相同的层子(例如同是 $c\bar{c}$) 所组成.

对于 $\psi'\to\alpha+\beta+\cdots$ 过程,其 S- 矩阵元可以化简为

$$\langle\alpha,\beta,\cdots|\psi,\lambda\rangle=-i\int d^4x\frac{e^{iP'x}}{\sqrt{2E'}}e_\mu^\lambda(\Box-m'^2)\langle\alpha,\beta,\cdots|\varphi'_\mu(x)|0\rangle, \tag{2a}$$

其中 P'、E'、m'、λ、$\varphi'_\mu(x)$ 分别是 ψ' 粒子的动量、能量、质量、极化和场量.注意到上述 S-矩阵元在 ψ' 粒子的质壳上,应用"弱形式"的场流关系式可进一步改写为

$$\langle\alpha,\beta,\cdots|\psi',\lambda\rangle=i\int d^4x\frac{e^{iP'x}}{\sqrt{2E'}}\frac{e_\mu^\lambda}{4g'_1(0,m'^2)}\cdot$$

$$\times(\Box-m'^2)\langle\alpha,\beta,\cdots|\bar{\psi}_c(x)\gamma_\mu\psi_c(x)|0\rangle, \tag{2b}$$

其中 $g'_1(0,m'^2)$ 是 ψ' 粒子的零点波函数,$\psi_c(x)$ 是粲层子的场量.同样对于过程 $J\to\alpha+\beta+\cdots$ 也有

$$\langle\alpha,\beta,\cdots|J,\lambda\rangle=-i\int d^4x\frac{e^{iPx}}{\sqrt{2E}}e_\mu^\lambda(\Box-m^2)\langle\alpha,\beta,\cdots|\varphi_\mu(x)|0\rangle \tag{3a}$$

$$=i\int d^4x\frac{e^{iPx}}{\sqrt{2E}}\frac{e_\mu^\lambda}{4g_1(0,m^2)}(\Box-m^2)\langle\alpha,\beta,\cdots|\bar{\psi}_c(x)\gamma_\mu\psi_c(x)|0\rangle, \tag{3b}$$

本文1977年12月29日收到,1978年6月24日收到修改稿.

其中 P、E、m、λ、$\varphi_\mu(x)$ 分别是 J/ψ 粒子的动量、能量、质量、极化和场量，$g_1(0, m^2)$ 是 J/ψ 粒子的零点波函数. 将式(2b)和式(3b)进行比较，可看出式(2b)和(3b)中除它们具有不同的四动量(即 P 和 P')以及不同的质量(即 m 和 m')外，其余的因子均完全相同. 一般地讲，对于矢量流有下列强形式的场流关系式：

$$\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x) = -4\sum_V g_1^V(0, m_V^2)\varphi_\mu^V(0).$$

代入到矩阵元，仅考虑粲层子流，则有：

$$\begin{aligned}&\langle\alpha, \beta, \cdots|\bar{\psi}_c(x)\gamma_\mu\psi_c(x)|V, \lambda\rangle \\ &= -\sum_V \frac{4g_1^V(0, m_V^2)\langle\alpha, \beta, \cdots|J^V(x)|V, \lambda\rangle}{k^2 + m_V^2},\end{aligned} \tag{4a}$$

其中 $k = P_V - P_\alpha - P_\beta - \cdots$，$\sum\limits_V$ 是对所有 $c\bar{c}$ 组成的矢量介子求和，由于 P 波以及高分波的零点波函数是零或很小，在求和式中只考虑 S 波的贡献，即在式(4a)中仅对 J/ψ、ψ'、$\psi''\cdots$ 求和，其中 ψ'、ψ''、$\cdots$ 都是 J/ψ 的径向激发态. 将式(4a)代入到(2b)和(3b)中，由于各自的质壳条件，只有相应的极点项有贡献就分别回到了式(2a)和(3a)，可以见到场流关系式的"强形式"和"弱形式"是相自洽的. 对式(4a)通分母，相当于将所有的极点提出来，则得

$$\langle\alpha, \beta, \cdots|\bar{\psi}_c(0)\gamma_\mu\psi_c(0)|V, \lambda\rangle = \frac{G(k^2)}{(k^2 + m^2)(k^2 + m'^2)(k^2 + m''^2)\cdots}, \tag{4b}$$

式(4b)中已无任何极点，这时可以假定 $G(k^2)$ 是缓变函数，即

$$G(-m^2) \simeq G(-m'^2) \simeq G(-m''^2) \simeq \cdots \tag{5}$$

将式(4b)代入到式(2b)和(3b)，两相比较，并应用假定(5)式，立即可以得到一个有趣的关系式：

$$\frac{T_{\psi'\to\alpha+\beta+\cdots}}{T_{J\to\alpha+\beta+\cdots}} \simeq \frac{g_1^J(0, m^2)}{g_1^{\psi'}(0, m'^2)} = \text{常数}. \tag{6}$$

这就将 J/ψ 粒子和 ψ' 粒子的各对应的衰变道的协变振幅相互联系起来，且只相差一固定的比例因子. 实质上假定(5)式等价于已取定了某种延拓方式，从而能将式(2b)和(3b)两不同粒子的衰变矩阵元联系起来. 这是由于 S 矩元在质壳外具有一定的任意性的原因，相当于由不同的拉氏函数而得到在质壳上相同的 S 矩阵元，在数学上就表现出有不同的延拓方式. 这里所做的假定只是一种延拓方式，它不同于过去所采用的方式，将 P 和 P' 同时延拓到零.

下面将从关系式(6)出发，如果再考虑到 J/ψ 粒子和 ψ' 粒子其质量是相当接近的，因而由这一质量差所引起的相空间的修正将是较小的. 这样，由式(6)可以推得式(1)，只需令

$$\frac{|g_1^J(0, m^2)|^2}{|g_1^{\psi'}(0, m'^2)|^2} \simeq \frac{1}{2}, \tag{7}$$

将与实验结果相符合. 从理论上来讲，如果 ψ' 是 J 的径向激发态，而且相互作用接近于谐振子位势(可以是三维的，也可以是四维的[5-7])，其零点波函数就将有(7)式的结果. 另一方面 J/ψ、ψ' 等粲粒子族的质量也十分接近于谐振子位势. 因此可以设想粲层子间的

相互作用很可能是谐振子类型的位势.

大家知道，如果假定电磁流仅是 $\bar{\phi}(x)\gamma_\mu\phi(x)$ 形式，那么对于 J/ψ 和 ψ' 的轻子衰变过程将正比于零点波函数而不像(6)式那样反比于零点波函数，这样就存在一个矛盾. 解决这个矛盾的办法有两个可能性，一个办法是修改电磁流的形式，可以假定存在带电的胶子，那么电磁流算子除了由层子流构成以外，还包含带电的胶子流，这样矢量介子的轻子衰变过程就不再正比于零点波函数，然而由于带电胶子的存在也会对深度非弹过程产生影响引起新的矛盾. 另一个办法是采取文献 [4] 中的理论形式，然而也会出现其它的困难. 这个问题的解决尚待进一步的研究.

不难看出，上述理论结果将能推广到一切具有相同成分，相同量子数的基态和径向激发态间的过程. 例如，由文献[3]可得到自旋是 $1/2^+$ 的强子有如下的"弱形式"的场流关系式:

$$\Psi_\alpha^{\frac{1}{2}^+}(x) = -\frac{1}{3}B^{\frac{1}{2}^+}(0)(C\gamma_5)_{\gamma\beta}\varepsilon_{ibc}(\lambda)_a^i T(\phi_\alpha^a(x)\phi_\beta^b(x)\phi_\gamma^c(x)). \tag{8}$$

对于 $1/2^-$ 的粒子，却有

$$\Psi_\alpha^{\frac{1}{2}^-}(x) = -\frac{1}{3}B^{\frac{1}{2}^-}(0)C_{\gamma\beta}\varepsilon_{ibc}(\lambda)_a^i T(\phi_\alpha^a(x)\phi_\beta^b(x)\phi_\gamma^c(x)), \tag{9}$$

其中 λ 是和粒子相应的盖尔曼矩阵. 因而用类似的方法就可以有

$$\frac{T(\mathrm{N}^*(1780)\to\mathrm{N}\pi)}{T(\mathrm{N}^*(1470)\to\mathrm{N}\pi)} \simeq \frac{T(\mathrm{N}^*(1780)\to\mathrm{N}\pi\pi)}{T(\mathrm{N}^*(1470)\to\mathrm{N}\pi\pi)} \simeq \text{常数}, \tag{10}$$

以及

$$\frac{T(\mathrm{N}^*(1700)\to\mathrm{N}\pi)}{T(\mathrm{N}^*(1535)\to\mathrm{N}\pi)} \simeq \frac{T(\mathrm{N}^*(1700)\to\mathrm{N}\pi\pi)}{T(\mathrm{N}^*(1535)\to\mathrm{N}\pi\pi)} \simeq \text{常数}, \tag{11}$$

其中 N*(1470)、N*(1780) 是 $J^P = \frac{1}{2}^+$ 的强子，而 N*(1535) N*(1700) 是 $J^P = \frac{1}{2}^-$ 的强子. 同理，对于 $J^P = \frac{3}{2}^-$ 的 $\Lambda(1520)$、$\Lambda(1690)$、$\Sigma(1670)$、$\Sigma(1940)$ 也有

$$\frac{T(\Lambda(1690)\to\mathrm{NK})}{T(\Lambda(1520)\to\mathrm{NK})} \simeq \frac{T(\Lambda(1690)\to\Sigma\pi)}{T(\Lambda(1520)\to\Sigma\pi)} \simeq \frac{T(\Lambda(1690)\to\Lambda\pi\pi)}{T(\Lambda(1520)\to\Lambda\pi\pi)} \simeq \frac{T(\Lambda(1690)\to\Sigma\pi\pi)}{T(\Lambda(1520)\to\Sigma\pi\pi)} \simeq \text{常数}, \tag{12}$$

以及

$$\frac{T(\Sigma(1940)\to\mathrm{NK})}{T(\Sigma(1670)\to\mathrm{NK})} \simeq \frac{T(\Sigma(1940)\to\Sigma\pi)}{T(\Sigma(1670)\to\Sigma\pi)} \simeq \frac{T(\Sigma(1940)\to\Lambda\pi)}{T(\Sigma(1670)\to\Lambda\pi)} \simeq \text{常数}. \tag{13}$$

此外，由于 $\Lambda(1520)$ 和 $\Sigma(1670)$，$\Lambda(1690)$ 和 $\Sigma(1940)$ 很可能同属于同一 $SU(3)$ 多重态，那么式 (11) 和式 (12) 中两常数还应近似地相等. 但是，上述衰变宽度还依赖于相空间，这些过程的相空间修正比较大. 例如过程 A $\to$ BC，其 A 和 B 是自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子，C 的自旋为零，

$$\Gamma_{\mathrm{A}\to\mathrm{BC}} = \frac{1}{2\pi}\frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}}|\mathbf{P}_\mathrm{B}|(\sum|T_{\mathrm{A}\to\mathrm{BC}}|^2), \tag{14}$$

其中 $\mathbf{P}_B$ 是B粒子在A静止系中的动量，$(\sum|T|^2)$ 是 T 振幅的平方并对终态自旋指标求和，初态自旋求平均．对于三体衰变过程 $A\to B\pi\pi$，A和B是自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子，当 m_A 和 m_B 质量远大于 π 介子质量时则有

$$\Gamma_{A\to B\pi\pi}=\frac{1}{16\pi^3}m_A m_\pi^2 R\left(\sum|T_{A\to B\pi\pi}|^2\right), \tag{15}$$

其中 R 是一个积分，通过数值积分可以对每一个过程给出其数值[1]，因此由(10)—(15)可以得到

$$\frac{\Gamma_{N^*(1780)\to N\pi\pi}}{\Gamma_{N^*(1470)\to N\pi\pi}}\simeq 4.4\frac{\Gamma_{N^*(1780)\to N\pi}}{\Gamma_{N^*(1470)\to N\pi}}, \tag{16}$$

$$\frac{\Gamma_{N^*(1700)\to N\pi\pi}}{\Gamma_{N^*(1535)\to N\pi\pi}}\simeq 2.8\frac{\Gamma_{N^*(1700)\to N\pi}}{\Gamma_{N^*(1535)\to N\pi}}, \tag{17}$$

$$\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to NK}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to NK}}\simeq\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to\Sigma\pi}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to\Sigma\pi}}\simeq\frac{1}{2}\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to\Lambda\pi\pi}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to\Lambda\pi\pi}}, \tag{18}$$

$$\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to\Sigma\pi\pi}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to\Sigma\pi\pi}}\simeq 5.5\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to\Lambda\pi\pi}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to\Lambda\pi\pi}}, \tag{19}$$

$$\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to NK}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to NK}}\simeq 1.3\frac{\Gamma_{\Sigma(1940)\to NK}}{\Gamma_{\Sigma(1670)\to NK}}, \tag{20}$$

$$\frac{\Gamma_{\Sigma(1940)\to NK}}{\Gamma_{\Sigma(1670)\to NK}}\simeq\frac{\Gamma_{\Sigma(1940)\to\Sigma\pi}}{\Gamma_{\Sigma(1670)\to\Sigma\pi}}\simeq\frac{\Gamma_{\Sigma(1940)\to\Lambda\pi}}{\Gamma_{\Sigma(1670)\to\Lambda\pi}}. \tag{21}$$

目前实验上对这些过程的宽度测量的还不够准确，但近似地有

$$\frac{\Gamma_{N^*(1780)\to N\pi\pi}}{\Gamma_{N^*(1470)\to N\pi\pi}}\simeq 4.8\frac{\Gamma_{N^*(1780)\to N\pi}}{\Gamma_{N^*(1470)\to N\pi}}, \tag{22}$$

$$\frac{\Gamma_{N^*(1700)\to N\pi\pi}}{\Gamma_{N^*(1535)\to N\pi\pi}}\simeq 3.3\frac{\Gamma_{N^*(1700)\to N\pi}}{\Gamma_{N^*(1535)\to N\pi}}, \tag{23}$$

$$\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to NK}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to NK}}\simeq\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to\Sigma\pi}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to\Sigma\pi}}, \tag{24}$$

$$\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to\Sigma\pi\pi}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to\Sigma\pi\pi}}\simeq 9\frac{\Gamma_{\Lambda(1690)\to\Lambda\pi\pi}}{\Gamma_{\Lambda(1520)\to\Lambda\pi\pi}}, \tag{25}$$

还有一些实验结果更不准确，就从(22)—(25)这些粗糙的实验结果来看，理论值与实验值是相合的，还有待实验进一步检验．

此外，用类似的方法，还应得到

$$\frac{\dfrac{d\sigma(\pi N\to\pi N^*(1470))}{dt}}{\dfrac{d\sigma(\pi N\to\pi N)}{dt}}\simeq\text{常数}, \tag{26}$$

$$\frac{\sigma(\pi N\to\pi N^*(1470))}{\sigma(\pi N\to\pi N)}\simeq\text{常数}, \tag{27}$$

由于 $\pi N\to\pi N^*(1470)$ 是属于绕射分解反应，显然将有(27)式所揭示的关系．由式(26)

---

1) 作者感谢张宗烨、杨大鑑、沈建平等同志在计算 R 数值积分时给予的帮助．

表明 $\pi N \rightarrow \pi N^*$ 和 $\pi N \rightarrow \pi N$ 过程将有相同的斜率参量 b，例如当 π 介子能量是 6GeV/c 时，对于 $\pi N \rightarrow \pi N^*(1470)$ 过程，实验测定的 $b = (6.1 \pm 0.7)\mathrm{GeV}^{-2}$[9]，而同一动量下的 π-N 散射过程是$(6.9 \pm 0.4)\mathrm{GeV}^{-2}$[10]. 这两者也在实验误差范围内相一致.

参 考 文 献

[1] 何祚庥、黄　涛，物理学报，**23** (1974)，418.
[2] 何祚庥、黄　涛，科学通报，**21** (1976)，35.
[3] 何祚庥、黄　涛，高能物理与核物理，**1** (1977). 37.
[4] Ho Tso-hsiu et al., *Scientia Sinica*, **19** (1976), **347**.
[5] 胡　宁，物理学报，**25** (1976)，65.
[6] 吴詠时、何祚庥，物理学报，**26** (1977)，274.
[7] 朱重远、安　瑛，中国科学，**4** (1978)，387.
[8] 实验值是取自 *Rev. Mod. Phys.*, 48 (1976).
[9] Alvin H. Bachman et al., *Phys. Rev. Lett.*, **20** (1968), 164.
[10] C. A. Rey et al., *Phys. Rev.*, **D15** (1977), 39.

A NEW APPLICATION OF THE FIELD-CURRENT RELATIONS

He Zuo-xiu
(*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica*)

Huang Tao
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

Abstract

In this paper we have applied the field-current relations in the weak form to a series of processes of the radial excited states. After assuming some properties for the matrix element we may obtain the proportional relations for the processes of the radial excited states. These relations agre with experiments reasonably.