第 3 卷 第 3 期　高 能 物 理 与 核 物 理　Vol. 3, No. 3
1979 年 5 月　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　May, 1979

闭路格林函数的 Dyson 方程和 Ward-Takahashi 恒等式

周 光 召　　苏 肇 冰
（中国科学院理论物理研究所）

摘　要

本文讨论了序参量的闭路格林函数所满足的 Dyson 方程，写出了准粒子数的输运方程的一般形式．利用闭路格林函数的路径积分表示导出了它所满足的 Ward-Takahashi 恒等式．

一、前　言

最近几年，在高能粒子物理的研究中提出了许多和集体合作现象有关的问题，例如真空态的相变问题，夸克的囚禁问题，孤粒子问题等等，这些都不是单个粒子的现象，而是无穷多自由度的相互作用所形成的集体运动的现象．可以想像，在高能粒子的相互作用下，将会激发很多的自由度，在研究这些自由度的运动时，应当采用非平衡的统计场论的方法．

在我们看来，由 Schwinger 和 Keldysh 等人发展起来的闭路格林函数方法是研究非平衡统计场论的一种有效的方法[1]．这种方法和场论的格林函数方法很接近，只要稍加修改，差不多所有场论中的方法都可以用上去，同时，它又包含了由任意初始状态所带来的统计关联．它不仅可以研究基态和热平衡态的性质，还可以研究输运过程和远离热平衡的定常态的性质．

我们认为，高能粒子物理和高能天体物理的发展将愈来愈需要研究非平衡的统计场论，这是一个值得重视的方向．以孤粒子为例，在场论中讨论的孤粒子都是原始拉氏函数的欧拉方程的古典解，但是在固体物理中所观察到的孤粒子，如超导中的涡线，并不是原始拉氏函数的古典解，而是对其它自由度进行统计平均之后的序参量的方程的古典解．将来在粒子物理中也很可能有些类型的孤粒子要由序参量描写，而不是由基本场量描写．我们写这篇文章的主要目的是要引起国内高能粒子物理的理论工作者对这个方向的注意．

本文的第二节主要讨论闭路格林函数的 Dyson 方程，这个问题在文献[1]中讨论过，

本文 1979 年 1 月 24 日收到．

有些结果也不是新的．但我们认为仍值得把它写出来供读者参考，因为许多公式都比一般文献中的公式普遍和简单，特别是得到了一个输运方程的简单和普遍的公式．

场论中的二级格林函数是 Feynman 的传播子 G_F，其它的都不重要．在二级闭路格林函数中有三个独立的量都是很重要的，它们是二级推迟格林函数 G_r，二级超前格林函数 G_a 和准粒子数密度 n．在场论中，粒子在真空态传播，没有衰减，但在一般情况下，准粒子在传播过程中有耗散，这是为什么要把 G_r 和 G_a 看作两个独立的量的原因，它们不仅包含了传播的能谱(色散)，而且包含了耗散．二级闭路格林函数的 Dyson 方程不仅确定准粒子的传播和衰减，同时确定了准粒子数密度 n 的输运．

本文的第三节讨论闭路格林函数的 Ward-Takahashi (简称 W-T) 恒等式，我们用 Feynman 路径积分的方法证明了在拉氏函数具有李群 G 的宇观对称性的情况下，闭路格林函数所满足的 W-T 恒等式，并对对称性的自发破缺进行了讨论[2]．我们论证了由顶点函数生成泛函决定的序参量算子 $\hat{Q}(x)$ 的平均值 $Q_c(x)$ 所满足的方程

$$\delta\Gamma/\delta Q_c(x)=0$$

中，一般没有下列形式的稳定的解

$$Q_c(x)=Q_0(\mathbf{x})e^{-i\omega t},\quad \omega\neq 0$$

但这并不说明系统中不存在孤粒子或激光类型的解，它只说明，由于量子效应，由孤粒子组成的波包不能稳定，它必然要扩散开而逐渐衰减．因而要寻找孤粒子解必须先求出序参量 $Q(x)$ 所满足的古典方程．

在本文的最后一节中，我们讨论在拉氏函数具有定域的规范不变性时，闭路格林函数所满足的 W-T 恒等式．

二、闭路格林函数

令 $\hat{Q}(x)$ 和 $\hat{\rho}$ 分别代表处于 Heisenberg 表象中的物理量和标志系统初始状态的密度矩阵．$\hat{Q}(x)$ 可以是基本场量，也可以是基本场量的复合算子．若 $\hat{Q}(x)$ 具有不只一个分量，我们将把 x 理解为 $\{x_\mu, i\}\mu=0,1,2,3;\ i=1,2,\cdots n$，其中 x_μ 为空间点的坐标，i 为标志其它自由度的分量指标．物理量 $\hat{Q}(x)$ 的闭路格林函数定义为

$$G_p(x_1,\cdots,x_l)=(-i)^{l-1}t_r\{T_p(\hat{Q}(x_1)\cdots\hat{Q}(x_l))\hat{\rho}\}. \tag{2.1}$$

(2.1) 式中的脚标 p 代表在时间轴上由 $t=-\infty$ 到 $t=+\infty$ (称为 t_+ 支)，再由 $t=+\infty$ 回到 $t=-\infty$ (称为 t_- 支) 的闭合路径；T_p 代表沿闭路 p 进行排序的算子；x_1，$\cdots x_l$ 的时间坐标可以在闭路 p 的任何一点上．当 $x_1,\cdots x_l$ 都位于 t_+ 支上，T_p 和通常场论中的时间排序算子 T 相同，这时

$$G_p(x_{1+},\cdots,x_{l+})=(-i)^{l-1}t_r\{T(\hat{Q}(x_1)\cdots\hat{Q}(x_l))\hat{\rho}\}. \tag{2.2}$$

格林函数 $G_p(x_{1+},\cdots,x_{l+})$ 为算子 $T(\hat{Q}(x_1)\cdots\hat{Q}(x_l))$ 的平均值，和场论中的格林函数的区别在于，上述闭路格林函数是对任意初始状态 (由密度矩阵 $\hat{\rho}$ 描写) 平均的，而场论中的格林函数是对真空态平均的．当 $x_1,\cdots x_j$ 位于 t_- 支上，$x_{j+1},\cdots x_l$ 位于 t_+ 支上，则有

$$G_p(x_{1-},\cdots x_{j-},x_{j+1+},\cdots x_{l+})=(-i)^{l-1}$$

$$\cdot t_r\{\tilde{T}(\hat{Q}(x_1)\cdots\hat{Q}(x_j))T(\hat{Q}(x_{j+1})\cdots\hat{Q}(x_l))\hat{\rho}\}. \tag{2.3}$$

其中 $\tilde{T}$ 为反时间排序算子(时间晚的排在右面).

引进闭路格林函数的生成泛函

$$Z[h(x)] = t_r\{T_p(\exp\{-i\int_p h(x)\hat{Q}(x)d^4x\})\hat{\rho}\}. \tag{2.4}$$

其中 $\hat{Q}(x)$ 为在不考虑外源 $h(x)$ 的 Heisenberg 表象下的算子. (2.4) 式中的积分 $\int_p$ 是沿闭路 p 进行的,外源 $h(x)$在 t_+ 支和 t_- 支上选得不一样. 将生成泛函 $Z[h(x)]$对 $h(x)$ 微分,得

$$i\frac{\delta Z[h(x)]}{\delta h(x)} = t_r\{T_p(\hat{Q}(x)\exp\{-i\int_p h(y)\hat{Q}(y)d^4y\})\hat{\rho}\}. \tag{2.5}$$

当取 $h(x_+) = h(x_-) = h(x)$ 时,

$$T_p(\hat{Q}(x)\exp\{-i\int_p h(y)\hat{Q}(y)d^4y\}) = U^+(t)\hat{Q}(x)U(t) \equiv \hat{Q}_h(x). \tag{2.6}$$

其中

$$U(t) = \exp\{-i\int_{-\infty}^t h(y)\hat{Q}(y)d^4y\},$$

$\hat{Q}_h(x)$ 是将外源项 $\int h(x)\hat{Q}(y)d^3y$ 考虑在汉密顿量之内的 Heisenberg 表象下的算子. 因此我们有

$$\begin{aligned}\frac{\delta Z[h(x)]}{\delta h(x)} &= -it_r\{\hat{Q}_h(x)\hat{\rho}\},\\ \frac{\delta^l Z[h(x)]}{\delta h(x_1)\cdots\delta h(x_l)} &= (-i)^l t_r\{T_p(\hat{Q}_h(x_1)\cdots\hat{Q}_h(x_l))\hat{\rho}\}.\end{aligned} \tag{2.7}$$

不熟习闭路格林函数的读者可以从(2.6)式中看到为什么要引进闭路,只有这样才能保证算子永远在 Heisenberg 表象之中, 否则在(2.7)式的右边 t_r 算子内还要多出一个因子 $U(t_i)$, 其中 t_i 为 $x_1, \cdots x_l$ 中最大的时间,这个因子使得一般的格林函数在任意初始状态下不能和物理量的平均值相联系.

引进闭路连接格林函数和顶点函数的生成泛函

$$\begin{aligned}W[h(x)] &= i\ln Z[h(x)],\\ \Gamma[Q(x)] &= W[h(x)] - \int_p h(x)Q(x)d^4x.\end{aligned} \tag{2.8}$$

其中

$$Q(x) = \frac{\delta W[h(x)]}{\delta h(x)}, \tag{2.9}$$

在这里我们不要求 $h(x_+) = h(x_-)$, 而直接定义

$$\hat{Q}_h(x) = T_p(\hat{Q}(x)\exp\{-i\int_p h(x)\hat{Q}(x)d^4x\}). \tag{2.10}$$

$Q(x)$ 为这样定义的 $\hat{Q}_h(x)$ 的平均值. 当我们求观察量时, 则应取 $h(x_+) = h(x_-)$, 这时 $Q(x)$ 也自动满足 $Q(x_+) = Q(x_-)$.

和场论中一样,有

$$\frac{\delta\Gamma[Q]}{\delta Q(x)} = \mp h(x). \tag{2.11}$$

以后公式中有上下两个符号时，上面符号表示算子 $\hat{Q}(x)$ 是玻色型的，下面符号表示它是费米型的．当 $\hat{Q}(x)$ 是费米型算子，$h(x)$ 和 $Q(x)$ 都是反对易 c 数，我们规定对它们的微分都从左边进行．

将 (2.9) 式对 $Q(y)$ 微分，和将 (2.11) 式对 $h(y)$ 微分，我们得到两个公式

$$\begin{aligned} \int_p G_{pc}(x, y) d^4y \Gamma_p(y, z) &= -\delta_p^4(x-z), \\ \int_p \Gamma_p(x, y) d^4y G_{pc}(y, z) &= -\delta_p^4(x-z). \end{aligned} \tag{2.12}$$

其中二级连接格林函数为

$$G_{pc}(x, y) = \frac{\delta^2 W}{\delta h(x) \delta h(y)} \equiv -i\langle T_p(\hat{Q}_h(x)\hat{Q}_h(y))\rangle, \tag{2.13}$$

$$\langle T_p(\hat{Q}_h(x)\hat{Q}_h(y))\rangle = \frac{1}{Z[h]} t_r\{T(\hat{Q}_h(x)\hat{Q}_h(y))\hat{\rho}\} - Q(x)Q(y).$$

二级顶点函数为

$$\Gamma_p(x, y) = \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta Q(x) \delta Q(y)}. \tag{2.14}$$

若 $Q(x)$ 不只一个分量，则积分 d^4y 除对空间点积分外还意味着对其分量指标求和．$\delta_p^4(x-y)$ 中也包含其它分量的 δ-函数．$\delta_p^4(x-y)$ 是沿闭路 p 定义的 δ-函数，对任意在闭路 p 上定义的连续函数 $f(x)$ 都有

$$\int_p f(y) \delta_p^4(y-x) d^4y = f(x). \tag{2.15}$$

其中 x 可以在正支上也可以在负支上．

将 $G_{pc}(x, y)$ 用单时来表示，由 x 和 y 处于正支和负支将分为 4 个函数，写成矩阵的形式为

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} G_F & G_+ \\ G_- & G_{\tilde{F}} \end{pmatrix}. \tag{2.16}$$

其中 G_α, $\alpha = F, +, -, \tilde{F}$ 等本身也应看作矩阵

$$\begin{aligned} (G_F)_{x,y} &= G_F(x, y) = G_p(x_+, y_+) = -i\langle T(\hat{Q}_h(x)\hat{Q}_h(y))\rangle, \\ (G_+)_{x,y} &= G_+(x, y) = G_p(x_+, y_-) = \mp i\langle \hat{Q}_h(y)\hat{Q}_h(x)\rangle, \\ (G_-)_{x,y} &= G_-(x, y) = G_p(x_-, y_+) = -i\langle \hat{Q}_h(x)\hat{Q}_h(y)\rangle, \\ (G_{\tilde{F}})_{x,y} &= G_{\tilde{F}}(x, y) = G_p(x_-, y_-) = -i\langle \tilde{T}(\hat{Q}_h(x)\hat{Q}_h(y))\rangle. \end{aligned} \tag{2.17}$$

选择 $\hat{Q}(x)$ 为自共轭的算子，容易证明关系

$$\hat{G}^+ = -\hat{\eta}_1 \hat{G} \hat{\eta}_1. \tag{2.18}$$

其中 $\hat{\eta}_i$ 为 Panli 矩阵

$$\hat{\eta}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\eta}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\eta}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(2.18) 式亦可表为

$$\begin{aligned} G_F^+ &= -G_{\tilde{F}}, \\ G_+^+ &= -G_-. \end{aligned} \tag{2.18$'$}$$

由 G_α 的定义,还容易证明关系

$$G_F + G_{\tilde{F}} = G_+ + G_-. \tag{2.19}$$

由 (2.18) 和 (2.19) 式，可以看到在 G_α 中只有三个厄米矩阵是独立的. 由 G_α 还可引进推迟格林函数 G_r 和超前格林函数 G_a:

$$\begin{aligned} G_r &= G_F - G_+ = G_- - G_{\tilde{F}}, \\ G_a &= G_F - G_- = G_+ - G_{\tilde{F}}. \end{aligned} \tag{2.20}$$

用同样方法可以定义 6 个顶点函数 $\Gamma_\alpha\, \alpha = F, +, -, \tilde{F}, r, a$. 用矩阵表示,令

$$\hat{\Gamma} = \begin{pmatrix} \Gamma_F & \Gamma_+ \\ \Gamma_- & \Gamma_{\tilde{F}} \end{pmatrix}, \tag{2.21}$$

方程 (2.12) 可写为

$$\hat{\Gamma}\hat{\eta}_3\hat{G} = -\hat{\eta}_3, \quad \hat{G}\hat{\eta}_3\hat{\Gamma} = -\hat{\eta}_3. \tag{2.22}$$

由 (2.22) 式容易证明,当 G_α 满足关系 (2.18) 及 (2.19) 时, Γ_α 也满足类似的关系

$$\hat{\Gamma}^+ = -\hat{\eta}_1\hat{\Gamma}\hat{\eta}_1, \quad \Gamma_F + \Gamma_{\tilde{F}} = \Gamma_+ + \Gamma_-, \tag{2.23}$$

且

$$G_r = -\Gamma_r^{-1}, \quad G_a = -\Gamma_a^{-1}. \tag{2.24}$$

利用 (2.23) 式将 $\hat{\Gamma}$ 用三个独立厄米矩阵表示出来

$$\hat{\Gamma} = -iB\hat{\eta} - A\hat{\eta}_2 - D\hat{\eta}_3, \tag{2.25}$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\eta} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \hat{1} + \hat{\eta}_1, \\ B &= \frac{i}{2}(\Gamma_F + \Gamma_{\tilde{F}}) = \frac{i}{2}(\Gamma_+ + \Gamma_-), \\ D &= \frac{1}{2}(\Gamma_{\tilde{F}} - \Gamma_F) = -\frac{1}{2}(\Gamma_r + \Gamma_a), \\ A &= \frac{i}{2}(\Gamma_- - \Gamma_+) = -\frac{i}{2}(\Gamma_r - \Gamma_a), \end{aligned} \tag{2.26}$$

矩阵 B, D 和 A 都是厄米矩阵. 由 (2.26) 及 (2.24) 式可得

$$\begin{aligned} G_r &= -\Gamma_r^{-1} = \frac{1}{D + iA}, \\ G_a &= -\Gamma_a^{-1} = \frac{1}{D - iA}. \end{aligned} \tag{2.27}$$

我们把 D 称作色散部, A 称作耗散部.

对单分量的自共轭算子 $\hat{Q}(x)$, 在均匀系统中, 它的格林函数只是相对坐标 $x - y$ 的函数,过渡到动量表示,有

$$G_r(k) = \frac{1}{D(k) + iA(k)}. \tag{2.28}$$

当耗散 $A(k)$ 很小时,推迟格林函数的极点由方程

$$D(k) = 0 \tag{2.29}$$

决定，设由此确定的能量 $k_0 = \omega(\mathbf{k}) > 0$，则表示有能量为 $\omega(\mathbf{k})$ 的准粒子在系统中传

播，这个准粒子的振幅在传播过程中将按指数衰减，其衰减常数为

$$\gamma = \left.\frac{A(k)}{\dfrac{\partial D}{\partial k_0}}\right|_{k_0=\omega(\mathbf{k})}. \tag{2.29'}$$

由 (2.22) 式还可解出 $\hat{G}$ 来，得到

$$\hat{G} = -\frac{1}{2}(\Gamma_r^{-1}\hat{N}_r - \hat{N}_a\Gamma_a^{-1}) = \frac{1}{2}(G_r\hat{N}_r - \hat{N}_aG_a). \tag{2.30}$$

其中

$$\begin{aligned}\hat{N}_r &= N\hat{\eta} - i\hat{\eta}_2 + \hat{\eta}_3 = \hat{\eta}(N + \hat{\eta}_3),\\ \hat{N}_a &= N\hat{\eta} - i\eta_2 - \hat{\eta}_3 = (N - \hat{\eta}_3)\hat{\eta},\end{aligned} \tag{2.31}$$

N 为一矩阵，它由下列方程确定

$$N\Gamma_a - \Gamma_r N = 2iB, \tag{2.32}$$

或

$$ND - DN = i(NA + AN) - 2iB. \tag{2.32'}$$

在 G_r 和 G_a 的极点处，系统中存在能量为 $\omega(\mathbf{k})$ 的准粒子，它的格林函数 G_F 用准粒子数密度矩阵 n 表示，应可写为

$$G_F = G_r(1 \pm n) \mp nG_a. \tag{2.33}$$

比较 (2.33) 式和 (2.30) 式，可知 N 和粒子数密度 n 之间有关系

$$N|_{\text{在}G_r\text{极点处}} = 1 \pm 2n, \tag{2.34}$$

用 n 表示出来，(2.32') 式为

$$nD - Dn = i(nA + An) \pm i(A - B) = i(nA + An) \pm \Gamma_+, \tag{2.35}$$

(2.35) 式为粒子数密度 n 所满足的输运方程，(2.35) 式的右边在忽略 n 与 A 的非对易部分后，可写为

$$\pm(1 \pm n)\Gamma_+ - n\Gamma_-.$$

它相当于输运方程中右边的碰撞项，Γ_+ (Γ_-) 与系统放出 (吸收) 准粒子的几率成正比.

下面，我们在单分量的 $\hat{Q}$ 的情况下进一步讨论. 在近似均匀系统中，将矩阵 $D(x, y)$ 等写为

$$D\left(X + \frac{1}{2}z,\ X - \frac{1}{2}z\right), \quad X = \frac{1}{2}(x + y), \quad z = (x - y),$$

它们是 X 的缓变函数. 过渡到 z 的动量表示，对 X_μ 展开求到 $\partial/\partial X_\mu$ 的最低级近似，在 G_r 的极点处，有

$$\begin{aligned}(nD - Dn)(k, X) &= -i\left(\frac{\partial D(k, X)}{\partial k_\mu}\frac{\partial n(k, X)}{\partial X^\mu} - \frac{\partial D(k, X)}{\partial X_\mu}\frac{\partial n(k, X)}{\partial k^\mu}\right)\\ &= -i\frac{\partial D}{\partial k_0}\left(\frac{\partial n}{\partial X_0} + \mathbf{v}\cdot\nabla_X n + \frac{\partial \omega}{\partial X_\mu}\frac{\partial n}{\partial k^\mu}\right).\end{aligned} \tag{2.36}$$

在写下 (2.36) 式时，我们用 G_r 极点的条件 (2.29)，求得准粒子的速度

$$\mathbf{v}=\nabla_k\omega=-\frac{\nabla_k D}{\dfrac{\partial D}{\partial k_0}},$$

及

$$\frac{\partial\omega}{\partial X_\mu}=-\frac{\dfrac{\partial D}{\partial X_\mu}}{\dfrac{\partial D}{\partial k_0}}. \tag{2.37}$$

由 (2.36) 和 (2.35) 式，可得近似均匀系统下准粒子数密度所满足的输运方程.

$$\frac{\partial n}{\partial X_0}+\mathbf{v}\cdot\nabla_X n+\frac{\partial\omega}{\partial X_\mu}\frac{\partial n}{\partial k^\mu}=\frac{1}{\dfrac{\partial D}{\partial k_0}}\{\pm i\Gamma_+(1\pm n)-i\Gamma_- n\}. \tag{2.38}$$

在均匀系统中，n 和 ω 都不随 X_μ 变化，这时 (2.38) 式右边为零

$$\frac{1\pm n}{n}=\frac{\Gamma_-}{\pm\Gamma_+}, \tag{2.39}$$

(2.39) 式即 Einstein 的细致平衡关系.

为了看清 Γ_+ 和 Γ_- 的物理意义，我们举标量场为例，令 $\hat{Q}(x)$ 为标量场的场量 $\hat{\varphi}(x)$，它满足运动方程

$$(\partial^2+m^2)\hat{\varphi}(x)=\hat{j}(x). \tag{2.40}$$

容易证明二级顶点函数为

$$\Gamma_p(x,y)=(\partial_x^2+m^2)\delta_p^4(x-y)+\Sigma_p(x,y), \tag{2.41}$$

$\Sigma_p(x,y)$ 为自能，它可以表为

$$\Sigma_p(x,y)=-it_r\{T_p(\hat{j}(x)\hat{j}(y))\hat{\rho}\}_{1.P.I.}, \tag{2.42}$$

其中$\{\ \}_{1.P.I.}$ 代表单线不可约部分.

令$|n\rangle$ 为一组能量，动量和其它与能量动量对易的算子的完整正交的本征态，在均匀系统中，利用平移不变性，可知 $\Sigma_p(x,y)$ 只是 $x-y$ 的函数，过渡到动量表示有

$$\begin{aligned}i\Sigma_-(k)&=\int e^{ik\cdot(x-y)}t_r\{\hat{j}(x)\hat{j}(y)\hat{\rho}\}_{1.P.I.}d^4(x-y)\\&=\sum_{n,m}|\langle n|\hat{j}(0)|m\rangle|^2_{1.P.I.}\rho_{nn}(2\pi)^4\delta^4(k-p_l+n).\end{aligned} \tag{2.43}$$

在 $k_0>0$ 时，(2.43) 式右边与一个动量能量为 k 的准粒子被系统吸收的截面成正比，准确一点

$$i\Sigma_-(k)=2|\mathbf{k}|\sigma_{吸}(\mathbf{k})=\frac{2k_0}{(2\pi)^3}W_{吸}(k), \tag{2.44}$$

其中 $W_{吸}(k)$ 为单位时间中吸收准粒子的几率. 同样可证，在 $k_0>0$ 时

$$i\Sigma_+(k)=\int e^{ik\cdot(x-y)}t_r\{\hat{j}(y)\hat{j}(x)\hat{\rho}\}_{1.P.I.}=\frac{2k_0}{(2\pi)^3}W_{放}(k). \tag{2.44'}$$

其中 $W_{放}(k)$ 为单位时间中系统放出准粒子的几率.

由 (2.41) 容易看到

$$\Gamma_\pm(x,y)=\Sigma_\pm(x,y),$$

因此 $i\Gamma_\pm(k)$ 具有和 $i\Sigma_\pm(k)$ 同样的物理意义，而 (2.39) 式可写成通常的细致平衡关系的

形式

$$(1+n)W_{放}=nW_{吸}. \tag{2.39'}$$

以上仅就单分量的情况作了进一步的讨论，但我们认为在多分量的情况下，n 仍具有准粒子数密度的物理含意，而方程 (2.35) 可看作某种推广的输运方程.

在结束本节之前，我们想指出，由于因果性的要求，推迟格林函数 $G_r(x,y)$ 在相对坐标 $x-y$ 的动量表示中，应当在 k_0 复平面的上半平面解析. 若 (2.29′) 式的 $\gamma>0$，准粒子在耗散系统中运动，振幅衰减，这个解析性的要求能自动满足. 若 $\gamma<0$，则准粒子在增殖系统中运动，振幅增加，这时在 k_0 平面上必须采用从上边绕过 G_r 在上半平面的极点的积分路径，以保证因果性的正确.

三、W-T 恒等式和对称性的自发破缺

设系统的拉氏函数在李群 G 的宇观作用下不变，我们讨论由这一不变性导致的闭路格林函数应满足的 W-T 恒等式. 群 G 中可以包含时空的对称群作为子群. 令 $\varphi(x)$ 表示基本场量，$Q(x)$ 为感兴趣的序参量，它是 $\varphi(x)$ 的函数. $\varphi(x)$ 和 $Q(x)$ 都有很多分量，组成群 G 的么正表示的基. 在群 G 的无穷小变换下，$\varphi(x)$ 和 $Q(x)$ 的变化为

$$\begin{aligned}&\varphi(x)\to\varphi'(x)=\varphi(x)+\delta\varphi(x),\\&\delta\varphi(x)=\zeta_\alpha(i\hat{I}_\alpha^{(0)}-x_\alpha^\mu(x)\partial_\mu)\varphi(x)=i\hat{I}_\alpha\varphi(x)\zeta_\alpha,\end{aligned}\tag{3.1}$$

及

$$\begin{aligned}&Q(x)\to Q'(x)=Q(x)+\delta Q(x),\\&\delta Q(x)=\zeta_\alpha(i\hat{L}_\alpha^{(0)}-x_\alpha^\mu\partial_\mu)Q(x)=i\hat{L}_\alpha Q(x)\zeta_\alpha.\end{aligned}\tag{3.2}$$

其中 ζ_α 为群 G 的无穷小参量，它共有 n_G 个；$\hat{I}_\alpha^{(0)}$ 和 $\hat{L}_\alpha^{(0)}$ 为群 G 的生成元作用在 $\varphi(x)$ 和 $Q(x)$ 上的表示矩阵，它们都是厄米算子；$x_\alpha^\mu(x)$ 和空间点 x_μ 在群 G 作用下的变换有以下关系

$$x^\mu\to x^{\mu\prime}=x^\mu+x_\alpha^\mu(x)\zeta_\alpha. \tag{3.3}$$

下面，我们令 ζ_α 为 x 的任意无穷小的函数，容易证明拉氏函数 $\mathscr{L}$ 有下列变换关系

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\varphi'(x))\frac{d^4x}{d^4x'}=\mathscr{L}(\varphi(x'))+\left(\frac{\delta\mathscr{L}}{\delta\varphi(x)}-\partial_\mu\frac{\delta\mathscr{L}}{\delta\partial_\mu\varphi(x)}\right)\delta\varphi(x)\\+\partial_\mu(j_\alpha^\mu(x)\zeta_\alpha(x)).\end{aligned}\tag{3.4}$$

其中

$$j_\alpha^\mu(x)=i\frac{\delta\mathscr{L}}{\delta\partial_\mu\varphi(x)}\hat{I}_\alpha\varphi(x)-\mathscr{L}x_\alpha^\mu(x) \tag{3.5}$$

为 α 方向上的流. 若拉氏函数具有在群 G 宇观变换下的不变性，应有

$$\partial_\mu j_\alpha^\mu(x)=i\left(\partial_\mu\frac{\delta\mathscr{L}}{\delta\partial_\mu\varphi(x)}-\frac{\delta\mathscr{L}}{\delta\varphi(x)}\right)\hat{I}_\alpha\varphi(x). \tag{3.6}$$

(3.6) 式表明，当 $\varphi(x)$ 是 Enler 方程的解时，流 $j_\alpha^\mu(x)$ 守恒. 利用 (3.6) 式，可将 (3.4) 式写为

$$\mathscr{L}(\varphi'(x))\frac{d^4x}{d^4x'}=\mathscr{L}(\varphi(x'))+j_\alpha^\mu(x)\partial_\mu\zeta_\alpha(x). \tag{3.7}$$

(3.7) 式是当系统拉氏函数具有群 G 的宇观不变性时，在群 G 的定域变换下，拉氏函数变换的形式.

下面我们利用 (3.7) 式求闭路格林函数的 W-T 恒等式.

用场论中的方法容易证明，闭路格林函数的生成泛函也可写成 Feynman 路径积分的形式. 引进 $\varphi(x)$ 和 $Q(x)$ 的外源 $J(x)$ 和 $h(x)$，生成泛函可表为

$$Z[J(x), h(x)] = N\int [d\varphi(x)]\exp\{i\int_p [\mathscr{L}(\varphi(x)) - J(x)\varphi(x) - h(x)Q(x)]d^4x\}\langle\varphi(\mathbf{x}, t_+ = -\infty)|\hat{\rho}|\varphi(\mathbf{x}, t_- = -\infty)\rangle, \tag{3.8}$$

其中 N 为归一化因子. 和通常场论中的 Feynman 路径积分不同之处仅在于，现在要沿闭路 p 进行路径积分，且两端的边界条件由密度矩阵 $\hat{\rho}$ 的矩阵元规定.

在 (3.9) 式中作积分变量的变换，将 $\varphi(x)$ 换成在群 G 定域变换下的 $\varphi'(x)$，其参量 $\zeta_a(x)$ 为满足边界条件

$$\begin{gathered}\zeta_a(\mathbf{x}, t_\pm = -\infty) = 0,\\ \lim_{|\mathbf{x}|\to\infty}\zeta_a(\mathbf{x}, t) = 0\end{gathered} \tag{3.9}$$

的任意无穷小函数. 在这一么正变换下，测度 $[d\varphi(x)]$ 将不变，由 (3.9) 式，密度矩阵的矩阵元也不变，因此得到

$$\partial_\mu j_a^\mu\left(\varphi(x) = i\frac{\delta}{\delta J(x)}\right)Z[J(x), h(x)] = \left[J(x)\hat{I}_a\frac{\delta}{\delta J(x)} + h(x)\hat{L}_a\frac{\delta}{\delta h(x)}\right]Z[J(x), h(x)]. \tag{3.10}$$

引进连接格林函数和顶点函数的生成泛函

$$W[J(x), h(x)] = i\ln Z[J(x), h(x)], \tag{3.11}$$

及

$$\Gamma[\varphi_c(x), Q_c(x)] = W[J(x), h(x)] - \int_p (J(x)\varphi_c(x) + h(x)Q_c(x)d^4x). \tag{3.12}$$

其中

$$\varphi_c(x) = \frac{\delta W}{\delta J(x)}, \quad Q_c(x) = \frac{\delta W}{\delta h(x)}. \tag{3.13}$$

利用对易关系

$$i\frac{\delta}{\delta J(x)}Z = Z\left[\varphi_c(x) + i\frac{\delta}{\delta J(x)}\right], \tag{3.14}$$

可将 (3.10) 式写为

$$\partial_\mu j_a^\mu\left(\varphi_c(x) + i\frac{\delta}{\delta J(x)}\right) = -i[J(x)\hat{I}_a\varphi_c(x) + h(x)\hat{L}_aQ_c(x)]. \tag{3.15}$$

(3.15) 式即所要求的 W-T 恒等式，它和通常场论中的 W-T 恒等式形式上一样，但在这里 x 可以位于闭路 p 的任何一点上.

用连接格林函数生成泛函表示，(3.15) 式可写为

$$\partial_\mu j_a^\mu\left(\frac{\delta W}{\delta J(x)} + i\frac{\delta}{\delta J(x)}\right) = -i\left[J(x)\hat{I}_a\frac{\delta W}{\delta J(x)} + h(x)\hat{L}_a\frac{\delta W}{\delta h(x)}\right]. \tag{3.16}$$

将 (3.16) 式对 $J(x)$ 和 $h(x)$ 微分，然后让 $J(x)$ 和 $h(x)$ 趋于零，可以得到各级闭路格林函数的 W-T 恒等式.

用顶点函数生成泛函表示，(3.15) 式可写为

$$\partial_\mu j_\alpha^\mu \left(\varphi_c(x) + i\int_p \left(\frac{\delta J(x)}{\delta\varphi_c(y)}\right)^{-1} \frac{\delta}{\delta\varphi_c(y)}\right) = \pm\, i\left[\frac{\delta\Gamma}{\delta\varphi_c(x)}\hat{I}_\alpha\varphi_c(x)\right] + i\frac{\delta\Gamma}{\delta Q_c(x)}\hat{L}_\alpha Q_c(x). \tag{3.17}$$

在 (3.17) 式中，我们假定序参量 $Q(x)$ 是玻色型算子，但基本场量中则可能有费米型算子。将 (3.17) 式对 $\varphi_c(x)$ 和 $Q_c(x)$ 微分，可以得到各级顶点函数的 W-T 恒等式.

下面我们应用 (3.17) 式讨论对称性的自发破缺，看看闭路格林函数的 W-T 恒等式和场论中的格林函数的恒等式有何差别. 设在外源 $J(x)$ 和 $h(x)$ 等于零时，方程

$$\frac{\delta\Gamma}{\delta\varphi_c(x)} = 0,\quad \frac{\delta\Gamma}{\delta Q_c(x)} = 0 \tag{3.18}$$

有 $\varphi_c(x) = 0$，但 $Q_c(x_+) = Q_c(x_-) = Q_{c0} \neq 0$ 的常数解，它代表一个对称性自发破缺的状态. 将 (3.17) 对 $Q(y)$ 微分，令 $\varphi_c = 0$ $Q_c(x_+) = Q_c(x_-) = Q_{c0}(x)$，再对 x 沿闭路 p 积分，得

$$0 = \int_p \frac{\delta^2\Gamma}{\delta Q_c(y)\delta Q_c(x)}\hat{I}_\alpha Q_{c0}(x)d^4x. \tag{3.19}$$

过渡到单时表示，上式可写为

$$\int \Gamma_r(y, x)\hat{I}_\alpha Q_{c0}(x)d^4x = 0. \tag{3.20}$$

其中

$$\Gamma_r(y, x) = \Gamma_p(y_+, x_+) - \Gamma_p(y_+, x_-) = \Gamma_F(y, x) - \Gamma_+(y, x)$$

为二级推迟顶点函数. 将 (3.20) 式用矩阵表示，得到

$$\Gamma_r\cdot\hat{I}_\alpha Q_{c0} = 0, \tag{3.21}$$

此处 $\hat{I}_\alpha Q_{c0}$ 可看作一个矢量. (3.21) 表示 $\hat{I}_\alpha Q_{c0}$ 是矩阵 Γ_r 的本征值为零的本征矢量.

若在群 G 作用下，使得 Q_{c0} 不变的子群为 H，H 共有 n_H 个生成元 $\hat{I}_\alpha\, \alpha = 1, \cdots n_H$，则有

$$\hat{I}_\alpha Q_{c0} = 0,\quad \alpha = 1, \cdots n_H \tag{3.22}$$

在子群 H 的陪集 G/H 上，$\hat{I}_\alpha Q_{c0} \neq 0$, $\alpha = n_{H+1}, \cdots n_G$，因此 (3.21) 式中共有 $n_G - n_H$ 个不为零的本征矢量.

对 (3.21) 取复数共轭，有

$$Q_{c0}^*\hat{I}_\alpha\cdot\Gamma_a = 0, \tag{3.23}$$

其中 Γ_a 为超前格林函数. 用色散部 D 和耗散部 A 表示出来，有

$$Q_{c0}^*\hat{I}_\beta\cdot D\cdot\hat{I}_\alpha Q_{c0} = Q_{c0}^*\hat{I}_\beta\cdot A\cdot\hat{I}_\alpha Q_{c0} = 0 \tag{3.24}$$

由第二节的讨论知道，$G_r = \Gamma_r^{-1}$，Γ_r 的零点也就是 G_r 的极点，因此二级推迟格林函数 G_r 有 $n_G - n_H$ 个无衰减的集体激发(极点)，当 $Q_{c0}(x) = Q_{c0}$ 为常数解时，在相对坐标的动量表示中，这种集体激发在能量动量 $p_\mu = 0$ 处发生，它们就是通常的 Goldstone 激发.

一个重要的问题是，方程 (3.18) 有没有序参量的稳定解

$$Q_c(x) = Q_0(\mathbf{x})e^{-i\omega t}. \tag{3.25}$$

当 $Q_0(\mathbf{x})$ 只在空间一局部地区不为零时，这个解可以叫作孤粒子类型的解. 若

$$Q_0(\mathbf{x}) = \exp\{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}\},$$

则可叫作激光类型的解. 这种解引起平移不变性(孤粒子)和位相移动不变性(激光)的自发破缺，因而由 W-T 恒等式，使得 G_r 在 $\nabla_{\mathbf{x}}Q_c(x)$ 的方向上有极点. 这种极点在物理上表示由于固定了孤粒子的坐标，它的动量的涨落将要发散，同样固定激光的位相，它的粒子数的涨落将要发散. 我们知道动量和粒子数才是守恒量，即使在某一时刻形成一个波包，这个波包不能保持稳定. 一个稳定的波包会导致在 G_r 中出现极点，导致许多物理量(例如能量)发散，而这是不允许的，因此方程 (3.18) 不会有稳定解. 从上面的讨论可以看到，引起波包扩散的是量子效应，它并不排斥在序参量的古典方程中有孤粒子和激光类型的解. 我们应当在古典方程中求出这些解以后，再引进相应的集体坐标，对集体坐标进行量子化，研究有关的量子效应. 我们将在另一篇文章中讨论 W-T 恒等式在激光解中的作用.

四、规范理论的 W-T 恒等式[3]

令 G 为一个紧致李群，它的生成元 $\hat{I}_i$ 共有 n_G 个，满足对易关系

$$[\hat{I}_j, \hat{I}_k] = if_{jkl}\hat{I}_l. \tag{4.1}$$

其中 f_{jkl} 为群 G 的结构常数，可以选择 $\hat{I}_j$ 使得 f_{jkl} 为全反对称的实数. 我们假定 G 是一个内部群，它对时空坐标没有作用.

若系统具有群 G 的规范不变性，可将系统内的场分为规范场 $A^l_\mu(x)$，$l = 1, \cdots n_G$；$\mu = 0, 1, 2, 3$，及物质场 $\varphi_a(x)$，$a = 1, \cdots n$. $A^l_\mu(x)$ 组成群 G 的规则表示，它是一个矢量场. $\varphi_a(x)$ 组成群 G 的么正表示，它包含标量场和旋量场. 令 ω_l 为群 G 的无穷小参量，在群 G 的无穷小定域变换

$$g(x) = 1 + i\hat{I}_l\omega_l(x) \tag{4.2}$$

的作用下，$\varphi_a(x)$ 和 $A^i_\mu(x)$ 的变换规则为

$$\begin{aligned} &\varphi_a(x) \to \varphi'_a(x) = \varphi_a(x) + \delta\varphi_a(x), \\ &\delta\varphi_a(x) = it^l_{ab}\omega_l(x)\varphi_b(x), \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned} &A^i_\mu(x) \to A^{i\prime}_\mu(x) = A^i_\mu(x) + \delta A^i_\mu(x), \\ &\delta A^i_\mu(x) = f_{ikl}A^k_\mu(x)\omega_l(x) + \partial_\mu\omega_i(x), \end{aligned} \tag{4.4}$$

其中 t^l_{ab} 为生成元 $\hat{I}_l$ 在 φ_a 上的表示矩阵.

设系统具有群 G 的规范不变性，它的拉氏函数为 $L_{\text{inv}}(\varphi_a(x), A^i_\mu(x))$，在 (4.3) 及 (4.4) 式的变换下不变，也就是对任意无穷小函数 $\omega_l(x)$，有

$$L_{\text{inv}}(\varphi'_a(x), A^{i\prime}_\mu(x)) = L_{\text{inv}}(\varphi_a(x), A^i_\mu(x)). \tag{4.5}$$

在场论中已经知道，对规范场量子化必须给定规范条件，在固定规范中进行量子化[4]. 我们把规范条件写为

$$F_l(\varphi_a(x), A^i_\mu(x)) = 0, \quad l = 1, \cdots n_G, \tag{4.6}$$

在这一规范条件下进行量子化，相当于从下列有效拉氏函数出发

$$L_{\text{eff}}(\varphi_a(x),\ A^i_\mu(x),\ c_l(x),\ \bar{c}_l(x)) = L_{\text{inv}}(\varphi_a,\ A^i_\mu)$$
$$-\frac{1}{2}F_l(\varphi_a,\ A^i_\mu)F_l(\varphi_a,\ A^i_\mu) + \int \bar{c}_l(x)M_{ll'}(x,\ y)c_{l'}(y)d^4y. \tag{4.7}$$

其中

$$M_{ll'}(x,\ y) = \frac{\delta F_l(\varphi'_a(x),\ A^{i'}_\mu(x))}{\delta\omega_{l'}(y)} = i\frac{\partial F_l}{\partial\varphi_a(x)}t^{l'}_{ab}\varphi_b(x)\delta^4(x-y)$$
$$+\frac{\partial F_l}{\partial A^i_\mu(x)}[f_{ikl'}A^k_\mu(x)\delta^4(x-y) + \partial_\mu\delta^4(x-y)\delta_{il}], \tag{4.8}$$

$c_l(x)$ 及 $\bar{c}_l(x)$ 为 Faddeev-Popov 鬼场，它们是反对易的标量场。

和场论中的办法一样，在规范理论中我们可以将系统的闭路格林函数的生成泛函表为路径积分的形式

$$Z[J_{\mu i}(x),\ J_a(x),\ \eta_l(x),\ \bar{\eta}_l(x)] = N\int [d\varphi_a(x)][dA^i_\mu(x)][dc_l(x)][d\bar{c}_l(x)]$$
$$\exp\{i\int_p [L_{\text{eff}}(\varphi_a,\ A^i_\mu,\ c_l,\ \bar{c}_l) - J_{\mu i}A^{\mu i} - J_a\varphi_a - \bar{\eta}_l c_l - \eta_l\bar{c}_l]d^4x\}$$
$$\langle\phi(\mathbf{x},\ t_+ = -\infty)|\hat{\rho}|\phi(\mathbf{x},\ t_- = -\infty)\rangle \tag{4.9}$$

其中 $J_{\mu i}(x)$, $J_a(x)$, $\eta_l(x)$ 及 $\bar{\eta}_l(x)$ 都是外源，η_l 及$\bar{\eta}_l$ 是反对易的 c 数；$\phi(x)$ 代表所有的场；N是归一化因子．对所有非物理粒子的场，$\hat{\rho}$ 相当于它们的真空态．

Becci, Rouet 和 Stora 证明了(4.8)式的有效拉氏量在下列宇观超对称变换（简称 BRS 变换）下不变[5]：

$$\begin{aligned}
\delta\varphi_a(x) &= it^l_{ab}\varphi_b(x)c_l(x)\delta\lambda \equiv D^l_a(\varphi_b)c_l(x)\delta\lambda,\\
\delta A^i_\mu(x) &= (f_{ikl}A^k_\mu(x) + \delta_{il}\partial_\mu)c_l(x)\delta\lambda \equiv D^l_{\mu i}(A^k_\nu)c_l\delta\lambda,\\
\delta c_l(x) &= -\frac{1}{2}f_{lik}c_i(x)c_k(x)\delta\lambda,\\
\delta\bar{c}_l(x) &= -F_l[\varphi_a,\ A^i_\mu]\delta\lambda,
\end{aligned} \tag{4.10}$$

其中 $\delta\lambda$ 为一反对易 c 数.

(4.10) 式是使有效拉氏函数 L_{eff} 不变的宇观超对称变换，我们可以采用 § 3 的方法求出与它对应的闭路格林函数的 W-T 恒等式． 所求出的 W-T 恒等式形式上和场论中格林函数的 W-T 恒等式一样，只是现在时空坐标可以位于闭路的任一点上．下面我们不详细讨论，只写出结果.

在拉氏函数上引进下列新的外源项

$$-K_a(x)D^l_a(\varphi_b(x))c_l(x) - K^\mu_j(x)D^l_{\mu j}(A^k_\nu(x))c_l(x) - \frac{1}{2}L_l(x)f_{lik}c_i(x)c_k(x). \tag{4.11}$$

将连接闭路格林函数的生成泛函表为

$$W[J_a,\ J^\mu_j,\ \eta_l,\ \bar{\eta}_l,\ K_a,\ K^\mu_j,\ L_l] = -i\ln Z[J_a,\ J^\mu_j,\ \eta_l,\ \bar{\eta}_l,\ K_a,\ K^\mu_j,\ L_l]. \tag{4.12}$$

引进顶点函数的生成泛函

$$\Gamma[\varphi_a,\ A^i_\mu,\ c_l,\ \bar{c}_l,\ K_a,\ K^\mu_j,\ L_l] = W[J_a,\ J^\mu_j,\ \eta_l,\ \bar{\eta}_l,\ K_a,\ K^\mu_j,\ L_l]$$
$$-\int_p (J_a\varphi_a + J^\mu_j A^j_\mu + \bar{\eta}_l c_l + \eta_l\bar{c}_l)d^4x, \tag{4.13}$$

其中

$$\varphi_a(x) = \frac{\delta W}{\delta J_a(x)}, \quad A^j_\mu(x) = \frac{\delta W}{\delta J^\mu_j(x)},$$
$$c_l(x) = \frac{\delta W}{\delta \bar{\eta}_l(x)}, \quad \bar{c}_l(x) = \frac{\delta W}{\delta \eta_l(x)}. \tag{4.14}$$

在上述微分中，K_a，K^μ_j，L_l 都保持不变.

在 BRS 变换下的 W-T 恒等式可以写为

$$\frac{\delta \Gamma}{\delta K_a(x)} \frac{\delta \Gamma}{\delta \varphi_a(x)} + \frac{\delta \Gamma}{\delta K^\mu_j(x)} \frac{\delta \Gamma}{\delta A^j_\mu(x)} + \frac{\delta \Gamma}{\delta L_l(x)} \frac{\delta \Gamma}{\delta c_l(x)} + F_l \frac{\delta \Gamma}{\delta \bar{c}_l(x)} = 0. \tag{4.15}$$

从(4.15)式容易求得各级闭路顶点函数的 W-T 恒等式. 我们将不在此讨论它们的应用.

参 考 文 献

[1] J. Schwinger, *J. Math. Phys.*, **2** (1961), 407.
L. V. Keldysh, *JETP*, **20** (1965), 1018.
R. A. Craig, *J. Math. Phys.*, **9** (1968), 605.
Mills, R, Propagators for many particle systems, New York, Gordon and Breach, 1969.
V. Korenman, *Ann. Phys.* (N. Y.), **39** (1966), 72.
V. L. Berezinskii, *JETP*, **26** (1968), 137.
G. Niklasson and A. Sjölander, *Ann. Phys.* (N. Y.), **49** (1968), 249.
C. P. Enz, The many body problem, New York, Plenum press, 1969.
R. Sandström, Phys. stat., Solidi, **38** (1970), 683.
C. Caroli, R. Combescot, P. Nozieres, D. Saint-James, *J. Phys.*, **C4** (1971), 916.
A. G. Ha, *J. Phys.*, **A8** (1974), 214. *Molecnlar Phys.*, **28** (1974), 1.
[2] J. C. Ward, *Phys. Rev.*, **78** (1950), 1824.
Y. Takahashi, Nuovo Cimento, **6** (1957), 370.
[3] A. A. Slavnov, Teor. Math. Fiz., **10** (1972), 153.
J. C. Taylor, *Nucl. Phys.*, **B33** (1971), 436.
[4] L. D. Faddeev and V. N. Popov, *Phys. Lett.*, **25B** (1970), 30;
G. 't Hooft, *Nucl. Phys.*, **B33** (1971), 173;
B. W. Lee and J. Zinn-Jnstin, *Phys. Rev.*, **D5** (1972), 3121; **D5** (1972), 3137.
[5] C. Becchi, A. Rouet and R. Stora, *Phys. Lett.*, **52B** (1974), 344; *Ann. Phys.* (N. Y.). **98** (1976), 287.

ON THE DYSON EQUATION AND THE WARD-TAKAHASHI IDENTITIES OF THE CLOSED TIME PATH GREEN'S FUNCTIONS

ZHOU GUANG-ZHAO SU ZHAO-BING

(*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The Dyson equation satisfied by the closed time path Green's function of the order parameters is considered. The transport equation for the number density of the quasi-particles is written down in a general but simple form. Using the path integral formulation for the generating functional of these Green's functions, the Ward-Takahashi identities are deduced.