

原子核中的 $\Delta(1236)$ 对 (p, π^+) 反应的影响

赵恩广 刘波 李清洵

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

我们假定了一个 $p \rightarrow \Delta^0 + \pi^+$ 的一核子模型, 在平面波玻恩近似下, 把 Δ^0 波函数取为谐振子形式, 计算了 $^{26}\text{Mg}(p, \pi^+)^{27}\text{Mg}$ 反应的微分截面. 为了比较, 在同样近似下, 对 $p \rightarrow n + \pi^+$ 的一核子模型, 也做了计算. 结果表明, 两种机制给出的角分布, 无论大小和形状都有明显的差别. 对于 Δ^0 波函数, 我们还选取了高动量成分较大的 Eckart 形式, 由计算结果看出, 它比谐振子波函数有很明显的改进. 这表明, (p, π^+) 反应对束缚态波函数的高动量成分很敏感.

一、引 言

高能质子在原子核上引起的两体终态的 π 介子产生反应, 近年来受到较为广泛的注意^[1,2]. 这种过程, 可以表示为, $p + A \rightarrow (A + 1) + \pi^+$, 并称为 (p, π^+) 反应. 在 (p, π^+) 反应的研究中, 如何估计 $\Delta(1236)$ 的效应, 已成为一个引人注目的课题.

$\Delta(1236)$ 是核子的第一个激发态, 自旋和同位旋都是 $3/2$, 内禀宇称为正. Δ 对 (p, π^+) 反应的影响, 已经有过一些讨论. 不过, 这些工作大都把 Δ 当成中间过程来处理的. 把 Δ 当成原子核成分来处理的, 还只限于 (p, π^-) 反应^[3]. 本文试图在削裂机制下, 把 Δ 当成核的成分, 讨论它对 (p, π^+) 反应的影响. 这种机制, 可以用图 1(a) 表示. 与它对应的, 是核子的削裂机制, 可以用图 1(b) 表示.

描写图 1(b) 过程的跃迁算符, 由场论的 πNN 顶点函数的非相对论约化给出. 描写图 1(a) 的跃迁算符, 由 $\Delta N \pi$ 顶点函数的非相对论约化给出. 在约化过程中, 都可以得到所谓静力学算符和伽里略不变算符. 这两种算符对 (p, π^+) 反应的影响, 只在核子削裂机制中讨论过^[3]. 本文将在 Δ 削裂机制中, 讨论它们的效应.

在削裂模型中, 原子核的末态是奇中子核时, 较为有利, 处理也简单. 但是, 以前的 (p, π^+) 反应数据, 奇中子核末态的同位旋都是 $1/2$. 因为 Δ 的同位旋是 $3/2$, 上述态用 Δ 来描写是不利的. 直到最近, B. Høistad 等完成了 $^{26}\text{Mg}(p, \pi^+)^{27}\text{Mg}$ 的实验^[6], 这里的几个末态, 同位旋都是 $3/2$. 这个反应, 应当对 Δ 的削裂机制有利, 也容易检验 Δ 对 $(p,$

本文 1978 年 8 月 5 日收到.

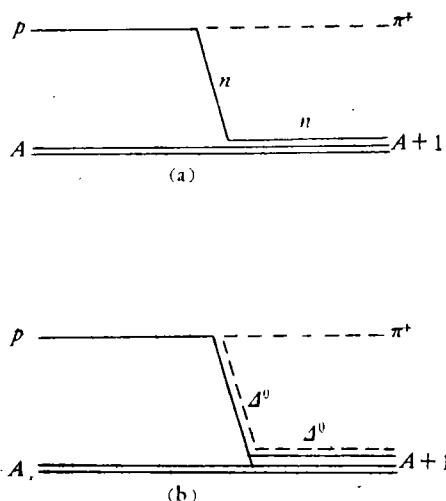


图 1 削裂机制示意

(a) 质子的中子削裂机制 (b) 质子的 Δ 削裂机制

π^+) 反应的影响。我们的工作,就是利用这些数据进行的。

二、理论公式

在削裂模型下,入射质子在原子核的影响下,通过 πNN 相互作用,或 $\Delta N\pi$ 相互作用,放出一个 π^+ 介子后,变为中子或 Δ^0 ,进入剩余核的单粒子轨道。反应的截面公式,由下式给出

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{(\hbar c)^4} \frac{P_f E_A E_B E_C E_D}{P_i E^2} \sum_{fi} \frac{1}{(2S_A + 1)(2S_B + 1)} |T_{fi}|^2 \quad (1)$$

其中, $E_{A,B,C,D}$ 表示过程 $A + B \rightarrow C + D$ 各粒子的相对论总能, E 是相对论不变的总能, $E = E_A + E_B = E_C + E_D$; T_{fi} 是 T 矩阵的矩阵元; P_f 和 P_i 是质心系中的末态和初态动量; S_A 和 S_B 是 A 和 B 粒子的自旋。

我们的计算是在玻恩近似下做的,这时 T_{fi} 由跃迁算符在初末态中的矩阵元给出。跃迁算符由场论的 $\pi N\Delta$ 顶点函数的非相对论约化给出。这个顶点函数是,

$$H_{\Delta N\pi} = \frac{f_{\Delta N\pi}}{m_\pi} \Psi_{\Delta^\mu}^i(\mathbf{p}_\Delta) q_\mu u(\mathbf{p})(\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\Delta N})^{[8]} \quad (2)$$

其中, $\Psi_{\Delta^\mu}^i$ 是描写 Δ 的波函数,它满足 Raritaschwinger 方程^[9]; $\boldsymbol{\phi}$ 是描写 π 介子的场; $u(\mathbf{p})$ 是描写核子的 Dirac 旋量波函数; $\boldsymbol{\tau}_{\Delta N}$ 是把同位旋为 1/2 的粒子与同位旋为 3/2 的粒子相联系的算符,其作用由下面的约化矩阵元给出,

$$\langle \tau(3/2) \| \boldsymbol{\tau}_{\Delta N} \| \tau(1/2) \rangle = 2. \quad (3)$$

耦合常数 $f_{N\Delta\pi}$ 和 $f_{NN\pi}$ 的关系是

$$f_{N\Delta\pi}^2 = \frac{72}{25} f_{NN\pi}^2. \quad (4)$$

对(2)做非相对论约化,由于略去的部分有所不同,可以得到静力学的和伽里略不变的两相相互作用,

$$H_{\pi} = \frac{f_{N\Delta\pi}}{m_{\pi}} (\sigma_{\Delta N} \cdot \mathbf{q})(\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\Delta N}); \quad (5)$$

$$H_{\Delta} = \frac{f_{N\Delta\pi}}{m_{\pi}} \sigma_{\Delta N} \cdot \left(\mathbf{p} - \frac{m}{m_{\Delta}} \mathbf{p}_{\Delta} \right) (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\Delta N}). \quad (6)$$

其中, \mathbf{p} , \mathbf{p}_{Δ} 和 \mathbf{q} 分别是质子、 Δ 和 π 介子的动量; m , m_{Δ} 和 m_{π} 分别是质子、 Δ 和 π 介子的质量; $\sigma_{\Delta N}$ 是把核子和 Δ 的自旋波函数相联系的算符; 其作用由下面的约化矩阵元给出

$$\left\langle x \left(\frac{3}{2} \right) \parallel \sigma_{\Delta N} \parallel x \left(\frac{1}{2} \right) \right\rangle = 2. \quad (7)$$

在后面的分析中,假定靶核的内部运动不受干扰,剩余核由 Δ 相对于靶核的相对运动与靶核的内部运动波函数描写. 因此,在做初末态重迭时,靶核的部分归一掉了. 剩下 Δ 单粒子波函数出现在截面公式中. 在计算 Δ 的单粒子波函数时,需要 Δ 在核内受到的平均场的知识,这个问题,已经有人讨论过^[10]. 原则上讲,有了平均场就可以得到 Δ 的单粒子波函数. 但是,直到目前,因为不确定因素多,还没有人认真地做过计算. 因此,我们在计算 Δ 的波函数时,对平均场做一些简化的假定,忽略其自旋,同位旋结构,把径向部分取为谐振子位. 谐振子位的参数,要符合 Δ 平均场的要求. 当核子的振子位的半径为 R 和深度为 V_0 时, Δ 振子位的半径和深度相应取为 $0.9R$ 和 $0.75V_0$ ^[10].

在原子核的正常状态下, Δ 成分的大小是一个很不确定的因素^[11]; (p , π^+) 反应的机制,也没有完全弄清楚. 因此,我们研究的侧重点是,原子核中一旦有了 Δ 成分,它将对 (p , π^+) 反应有什么影响. 在计算中,就没有对 ^{26}Mg 的状态中 Δ 组态的大小做具体规定,而令它是纯的 Δ 组态,并和纯的核子组态结果进行比较.

为了进一步简化计算,入射的质子,出射的 π 介子,都用平面波描写. 这时,截面公式(1)化为,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & \frac{2}{3\pi} \frac{\hbar^2}{(\hbar c)^4} \frac{P_f E_{26} E_{27} E_p}{P_i E^2} \frac{f_{N\Delta\pi}^2}{m_{\pi}^2} |\mathbf{Q}|^2 j_l^2 j_l^2 \\ & \times \sum_a (-)^{l-\frac{1}{2}} \frac{1}{a^2} C_{1010}^{a0} C_{1010}^{a0} \begin{Bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & a & \frac{3}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j & \frac{3}{2} & l \\ a & l & \frac{3}{2} \end{Bmatrix} \\ & \times P_a(\cos\theta') |I_i|^2. \end{aligned} \quad (8)$$

其中,全部的量都取整个质心系的值. E_{26} , E_{27} , E_p , 分别是 ^{26}Mg , ^{27}Mg , 和质子的相对论总能. \mathbf{Q} 在静力学相互作用时,就取 π 介子的动量值. 当相互作用取伽里略不变时,

$$\mathbf{Q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_{\Delta} \frac{m}{m_{\Delta}}, \quad (9)$$

\mathbf{p}_{Δ} 是 Δ 在核内的单粒子动量,在计算中,要注意原子核的反冲效应. 对此,过去有一些讨论^[2,12]. 其实,在假定核心内部态不变的条件下,正确使用坐标系,就可以得到下面的公式,

$$\mathbf{p}_{\Delta} = \mathbf{p} - \frac{A}{A+1} \mathbf{q}, \quad (10)$$

θ' 是 \mathbf{Q} 和 \mathbf{p}_Δ 的夹角. I_l 是 Δ 的动量波函数, 其动量变量按(10)取值.

$$I_l = \int_0^\infty j_l(K_\Delta r) R_{nl}(r) r^2 dr \quad (11)$$

$R_{nl}(r)$ 是 Δ 的径向波函数.

三、计算结果

我们计算了 180MeV 质子在 ^{26}Mg 上引起的 (p, π^+) 反应在质心系的微分截面, 反应的末态是 ^{27}Mg 的基态 $(J^\pi = \frac{1}{2}^+, T = \frac{3}{2})$, 第一激发态 $(J^\pi = \frac{3}{2}^+, T = \frac{3}{2}, 0.98\text{MeV})$.

对于 ^{27}Mg 的基态, 在核子削裂机制下, 它由一个处于 $2s_{1/2}$ 轨道的中子波函数描写. 在 Δ 的情况下, 因它的自旋是 $3/2$, 为了合成总角动量为 $1/2^+$, 我们令 Δ 处于 $1d$ 轨道. 计算结果见图 2. 图中, 还给出了核子处于 $2s_{1/2}$ 轨道的静力学和伽里略不变相互作用的两条曲线.

^{27}Mg 的第一激发态, 对于核子, 我们取 $1d_{3/2}$ 组态. 对于 Δ , 由于它不受泡里原理的限制, $1s$ 、 $2s$ 和 $1d$ 轨道都是可取的, 我们分别做了计算. 在 Δ 处于 $1s$ 轨道时, 分别做了静力学和伽里略不变的计算. 做为对照, 对 $1d_{3/2}$ 的核子组态也做了相应的计算. 计算结果, 见图 3, 图 4.

计算中使用的参数, 都由已知的物理因素或经验公式确定, 因此, 本工作中, 无可变参数. 实际上, 计算中只出现两个参数. $f_{N\Delta\pi}$ 由(4)确定, 而 $f_{NN\pi}$ 是已知的. 另一个是振子

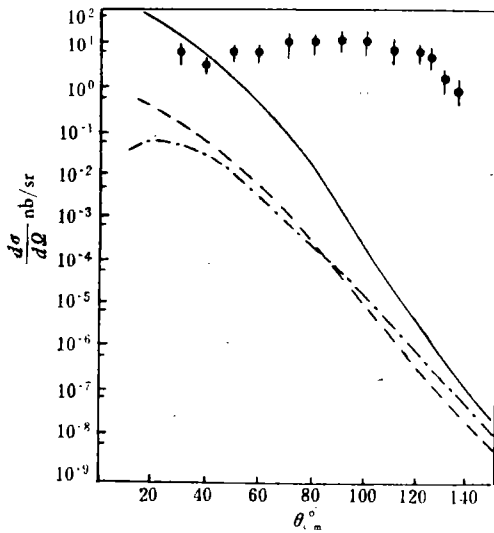


图 2 $^{26}\text{Mg}(p, \pi^+)^{27}\text{Mg}$ 基态 $(\frac{1}{2}^+)$

- Δ 处于 $1d$ 轨道, 伽里略不变计算;
- 核子处于 $2s_{1/2}$ 轨道, 静力学计算;
- · - · 核子处于 $2s_{1/2}$ 轨道, 伽里略不变计算

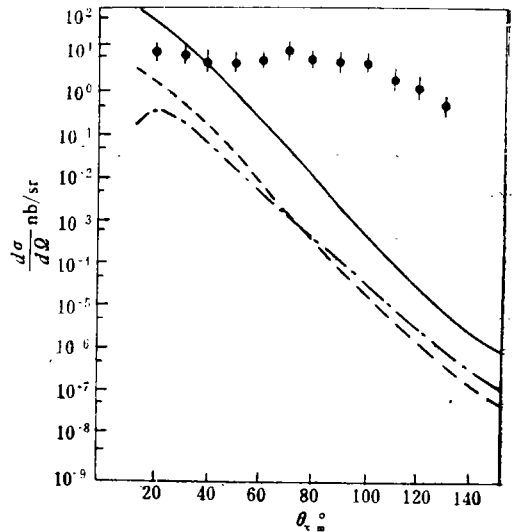


图 3 $^{26}\text{Mg}(p, \pi^+)^{27}\text{Mg}$ 第一激发态, $(0.98\text{MeV}, \frac{3}{2}^+)$

- Δ 处于 $1d$ 轨道, 伽里略不变计算;
- 核子处于 d 轨道, 静力学计算;
- · - · 核子处于 d 轨道, 伽里略不变计算

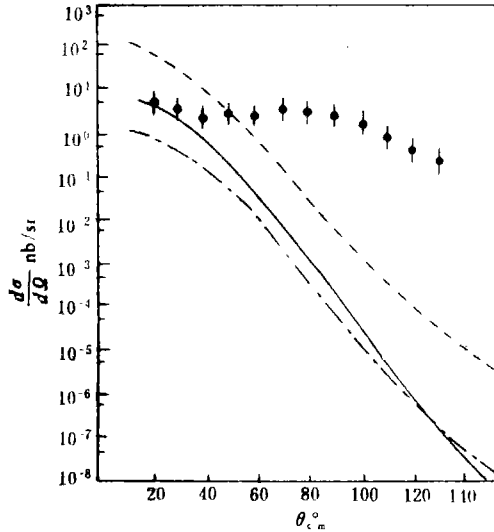


图4 $^{26}\text{Mg}(p, \pi^+)^{27}\text{Mg}$ 第一激发态

—— Δ 处于 $2s$ 轨道, 伽里略不变计算; —— Δ 处于 $1s$ 轨道, 伽里略不变计算;
- · - · Δ 处于 $1s$ 轨道, 静力学计算

参数, 对于核子^[13],

$$\hbar\omega_0 \approx 40A^{-\frac{1}{3}} \text{ MeV}, \quad (12)$$

对于 Δ 的振子参数, 可以由上式结合二个位阱的宽度和深度的关系确定。

四、讨 论

由计算结果可以看到, 两种机制给出的角分布, 是有很明显的差别的。

第一, 在核子削裂机制下, 由于 180MeV 反应是近阈的, 伽里略不变的跃迁算符造成众所周知的抵消现象, 使小角度的截面明显下降。

但是, 对于 Δ 削裂机制, 由于能动能量守恒关系的变化, 抵消现象没有了, 小角度截面不表现出下降的形状。值得指出的是, 这一差别和取的近似无关, 因而它是比较重要的差别。

第二, Δ 机制给出的反应截面很大。在 Δ^0 与核子都是纯组态时, 二者可差一到两个量级。这也就是说, 在正常核态下, Δ 只要占很少的成分, 就可能对 (p, π^+) 反应产生影响。

第三, 由于 Δ 的自旋是 $3/2$, 它与核子不是全同粒子, 不受泡里原理限制, 在核内可以占据的轨道比核子多。例如 ^{27}Mg 的第一激发态, 核子机制下, 抓进的中子以占据 $1d_{3/2}$ 轨道为宜; 但是, 对于 Δ , 它却可以占据 $1s$, $2s$ 和 $1d$ 几个轨道。这就使截面的大小和形状都发生明显的变化。

第四, 由于拉卡系数的性质, 在两种机制下, 公式(8)对 a 求和的范围是不同的。这造成 Δ 机制有一个在 90° 附近极小的因子。不过, 这一因子的效果, 被动量波函数的急剧下降所掩盖。这一点, 下面还要提及。

最后, 讨论动量波函数 I_l .

由计算结果看出, 谐振子位给出的动量波函数, 当 $K > 2\text{fm}^{-1}$ 以上, 是一个随 K 的增加而急速下降的函数. 在这个反应所决定的 K_Δ 范围内 (向前角约为 2.4fm^{-1} , 向后角为 3.4fm^{-1}), $|I_l|^2$ 下降七八个量级. 这是一个影响角分布的占绝对优势的因子, 它甚至把其它因素对角分布的影响, 都掩盖了. 所以, 在使用谐振子位时, 要讨论其它因素对角分布的影响, 是很困难的. 实验的角分布形状, 也说明了谐振子位在这里, 至少对大角度是不恰当的.

作为初步试探, 我们使用 Eckart 波函数^[14]计算了到 ^{27}Mg 第一激发态的截面. 这个波函数的形式为,

$$R_{20}^E(r) = N_{20}(1 - e^{-r/R})(1 - e^{-r/K}) \frac{1}{r} e^{-Kr}, \quad (13)$$

其中, R 是切断半径, 我们取为 4fm . s 是节点, 它由正交条件确定, 大约为 3.6fm . K 由 Δ 的分离能决定. 因为 Δ 在核内的分离能并无实验数据, 我们采用一个 Woods-saxon 型的 Δ 平均场来计算 Δ 的各条单粒子能级的位置, 由这些能级位置做为 Δ 的分离能, 并定出 K 值来. 对所计算的 $2s$ 轨道, $K = 0.5\text{fm}^{-1}$. Δ 平均场的参数, 仍然要满足文献[10]中的要求. 计算结果, 见图 5.

由图可见, 用 Eckart 波函数计算的角分布, 大角度有很大的增强, 使大小角度的截面相对比值, 与实验接近, 它比起谐振子波函数, 有很明显的改进. 造成这种增强的原因, 主要是由于 Eckart 位近似于有排斥心, 因而, 波函数的高动量成分, 大为增加.

总之, Δ 机制的 (p, π^+) 截面, 无论其大小和形状, 都与核子的有明显的差别. 因此, 只要原子核中含有一定的 Δ 成分, 它对 (p, π^+) 反应就可能产生足够的影响. 但是, 为了得到更定量的结果, 应当采用更合理的动量波函数. 同时, 对反应机制的探讨, 也是一个不可忽视的方面.

在本工作的过程中, 和张宗辉, 李扬国等同志, 进行了许多有益的讨论, 谨向他们致谢.

附 录

正文中的截面公式(1), 是考虑了相对论运动学的严格公式. 在本文中, 对它做了一些近似, 经化简得到正文中的公式(8). 我们的结果, 都是由(8)来的. 下面给出由(1)到(8)的推导过程.

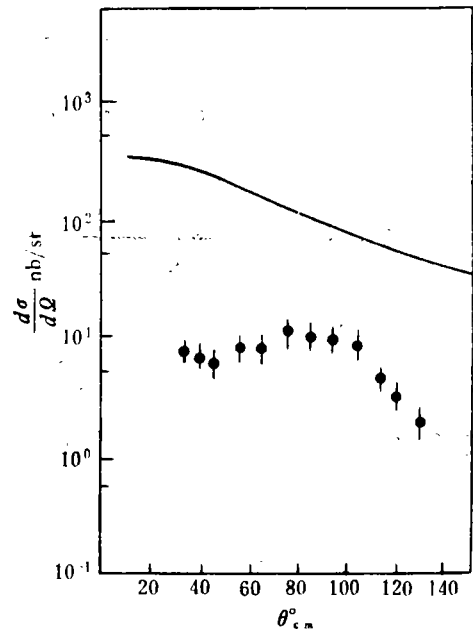


图 5 用 Eckart 波函数计算的 ^{27}Mg 第一激发态的截面

在玻恩近似下,

$$T_{fi} = \langle f | H | i \rangle, \quad (\text{A-1})$$

其中, H 是引起反应的相互作用, 它有两种可能的形式, 分别由正文的(5)和(6)给出. 在(5)和(6)中的 ϕ , 是同位旋矢量空间中的 π 介子场, 其分量可以写为,

$$\varphi(x) = \sum_K \frac{1}{\sqrt{2E_x}} \frac{1}{\sqrt{V}} \{ a_K \varphi_K(x) + b_K^* \varphi_K^*(x) \}, \quad (\text{A-2})$$

a_K 和 b_K^* 为消灭和产生算符, V 是体积.

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}} x_{\frac{1}{2}\nu} \tau_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}, \quad (\text{A-3})$$

$$|f\rangle = \sum_{\nu\lambda} i^l C_{l\frac{1}{2}p}^{im} R_{nl}(r) Y_{l\lambda}(\theta\varphi) x_{\frac{1}{2}\nu} \tau_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}, \quad (\text{A-4})$$

$x_{\frac{1}{2}\nu}$ 和 $x_{\frac{1}{2}\nu}$ 分别是质子和 Δ^0 的自旋波函数; $\tau_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}$ 和 $\tau_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$ 分别是质子和 Δ^0 的同位旋波函数. $R_{nl}(r)$ 是 Δ^0 在核内波函数的径向部分. l 是 Δ^0 在核内的轨道角动量的量子数, j 是末态核的总自旋.

把(5),(6),(A-2),(A-3),(A-4), 代入(A-1), 并利用,

$$\langle x_{3/2\nu} | \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\Delta N} | x_{1/2\nu'} \rangle = \sum_{\mu} (-)^{\mu} \sqrt{\frac{4\pi}{3}} q Y_{1-\mu}(\hat{q}) C_{1\mu\frac{1}{2}\nu'}^{\frac{3}{2}\nu}, \quad (\text{A-5})$$

$$\langle \tau_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} | \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\Delta N} | \tau_{1/2 1/2} \rangle = \frac{1}{\sqrt{6E_x}} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}}, \quad (\text{A-6})$$

可以得到

$$T_{fi} = \langle f | H | i \rangle = \frac{g_{\pi}^*}{\sqrt{2E_x M_{\Delta} M}} \frac{q}{V} \frac{(4\pi)^{3/2}}{3} \sum_{\nu\lambda\mu} (-)^{\mu} Y_{1\lambda}(\hat{q}) Y_{l\lambda}^*(\hat{K}_{\Delta}) C_{l\lambda\frac{3}{2}\nu}^{im} \times C_{1\mu\frac{1}{2}\nu'}^{\frac{3}{2}\nu} I_1, \quad (\text{A-7})$$

$$I_1 = \int R_{nl}(r) j_l(K_{\Delta} r) r^2 dr. \quad (\text{A-8})$$

把(A-7)代回(1), 经化简, 就可以得到(8).

参 考 文 献

- [1] J. V. Noble, *Meson Nuclear Physics*, (1977), p. 221.
- [2] A. Reitan, *Nuclear and Particle Physics at Intermediate Energy 1977*, p. 393.
- [3] Z. Grossman, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **84** (1974), 348.
- [4] L. S. Kisslinger, *Nucl. Phys.*, **A254** (1975), 493.
- [5] J. M. Eisenberg, *Phys. Rev.*, **C11**(1975), 1048.
- [6] B. Höistad, *Phys. Lett.*, **73B**(1978), 123.
- [7] J. Charles, *Quantum Collision Theory*, 1975.
- [8] H. Arenhöved, *Nucl. Phys.*, **A247**(1975), 473.
- [9] D. Lurie, *Particles and Fields*, 1968.
- [10] 张宗焯, *高能物理与核物理*, **2** (1978), 75.
- [11] A. M. Green, *Proc. Int. Conf. Nuclear Structure, Tokyo, 1977*, p. 43.
- [12] C. H. Q. Ingram, *Nucl. Phys.*, **B31**(1971), 331.
- [13] A. 玻耳, 《原子核结构》, 中译本, p. 231.
- [14] J. M. Eisenberg, *Phys. Lett.*, **45B**(1973), 95.

THE ISOBAR CONFIGURATION IN NUCLEI AND ITS INFLUENCE ON THE REACTION (p, π^+)

ZHAO EN-GUANG LIU BO LI QING-RUN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Instead of the usual model in which the incident proton becomes a neutron and a pion, we use a new model in which the incident proton becomes a Δ^0 and a pion to calculate the angular distributions of the reaction $^{26}\text{Mg}(p, \pi^+) ^{27}\text{Mg}$. The obtained results show that there are considerable differences both in magnitudes and patterns of the angular distributions for the two models.