

高能重离子单举反应动量分布的研究

王如琳 刘 渊

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文在核子-核子弹性散射的基础上研究了高能重离子碰撞。利用 Glauber 近似导出了高能重离子单举反应炮弹碎片动量分布的表示式。根据实验上的动量分布,推出炮弹核内不同预碎片间的动量分布,其结果是:结合得愈紧的预碎片其相对于剩余部分的动量分布就愈窄,换言之,它们之间的相对距离就愈大。

一、引 言

高能重离子反应是物理学领域中的一个新的研究课题。它不仅与原子核有关,而且与基本粒子、宇宙射线、天体物理学以及生物医学等都有密切的关系。

用高能重离子作为探针来研究原子核,由于能量大、波长短,其探测区域以及所产生现象,是低能探针所达不到的。它的一个最大特点,就是能引起原子核的碎裂。

早在1938年,发现了裂变现象。人们得知铀、钚等这些重原子核能发生裂变,从而导致原子能的利用。

现在用接近相对论能量($v \sim 0.9c$)的重离子轰击原子核,攻破了一般原子核的堡垒,它的深远意义是可想而知的。

目前不少人还想用高能核核碰撞,在实验室中研究超密度核、 π 凝聚、不正常核态等问题。

用高能重离子作为炮弹轰击原子核,实验上不仅观察到靶的碎裂,还观察到炮弹的碎裂^[1]。其碎裂程度是比较彻底的,称为极限碎裂。由于炮弹和靶的能量、动量差很大,它们的碎裂现象,一般来说,在实验中,可分别进行研究。例如,以 ^{16}O 为炮弹,碎裂后,可观察到16个核子以下的各种碎片。测量结果表明:炮弹碎裂后,某种碎片的纵向动量(p_{\parallel})分布和横向动量(p_{\perp})分布皆为高斯分布:

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{p}} = c \exp \left[-\frac{p_{\perp}^2}{2\sigma_{\perp}^2} - \frac{(p_{\parallel} - \langle p_{\parallel} \rangle)^2}{2\sigma_{\parallel}^2} \right] \quad (1)$$

且 $\sigma_{\perp} \cong \sigma_{\parallel} \sim 140 \text{ MeV}/c$, 为分布宽度。

$\langle p_{\parallel} \rangle$ ——炮弹静止系中,与零动量偏离值。 c ——常数。

Feshbach^[2]用非相干液滴模型、Hüfner^[3]用割断流血模型、Goldhaber^[4]用统计模型都

曾进行过研究。本文从一般截面公式出发,利用 Glauber 近似,导出了高能重离子单举反应动量分布表示式。当认为高能重离子反应是由核子-核子弹性碰撞的原过程引起的,在一次碰撞的近似下,得到了动量分布为高斯分布的结果。在此基础上,推出了所测碎片在碎化核中的动量分布。

二、单举反应动量分布公式的推导

我们所研究的反应类型是:



A、a 和 b 分别表示靶核、入射核和被探测的原子核及其质量数, x 为没被探测的各种碎片,所以:

$$X = x_1 + x_2 + \dots.$$

以下,我们只研究入射核碎裂的情况,即 b 是 a 的碎片。

从 s 矩阵出发,二体道入射、多体道出射的截面一般公式为:

$$\sigma_{ji} = \frac{(2\pi)^4 \mu_i}{\hbar^2 k_i} d\mathbf{k}_b \int d\mathbf{k}_x \delta(E_f - E_i) |\langle \mathbf{k}_j \beta | T | \mathbf{k}_i \alpha \rangle|^2. \quad (3)$$

式中 $|\mathbf{k}_i \alpha\rangle$ 表示 A 和 a 的内部态以及动量为 \mathbf{k}_i 的相对运动的平面波, $|\mathbf{k}_j \beta\rangle$ 表示 b 粒子和各个 x_i 粒子的内部态以及它们之间的相对运动平面波, \mathbf{k}_b 是 b 粒子相对于整个 x 集团的动量, \mathbf{k}_x 是 x 集团内碎片之间的相对动量, μ_i 为 A、a 的约化质量, E_i 、 E_f 为初、末态的总能量。由于我们不观察 x 粒子的动能,所以应对 $d\mathbf{k}_x$ 积分。

单举反应应对包含 b 粒子的所有 β 道和 X 中各个粒子的内部状态求和,即

$$\sum_x \sigma_{ji} = \frac{2\pi\mu_i}{\hbar^2 k_i} \sum_x d\mathbf{k}_b \int d\mathbf{k}_x \delta(E_f - E_i) |\langle e^{i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}_{bx}} \varphi_b \varphi_x | T | \mathbf{k}_i \alpha \rangle|^2. \quad (4)$$

\mathbf{r}_{bx} 为 b 粒子和 x 集团质心之间的坐标, φ_b 为 b 粒子的内部态, φ_x 为 x_1, x_2, \dots 的内部态以及它们之间的相对运动的平面波。

(4) 式是严格的。为了计算方便起见,作了如下的近似:

1. 封闭近似

(4) 式中的 T 矩阵元,由于能量守恒的关系,应该是在壳的。这里近似认为不仅包含在壳的,也包含所有离壳的 T 矩阵元。这样就可利用封闭近似

$$\sum_x \int |\varphi_x\rangle d\mathbf{k}_x \langle \varphi_x| = \prod_{i \in x} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_i), \quad (5)$$

将(4)式简化。 \mathbf{r}_i 为 x 集团的内部座标。

2. Glauber 近似

当将 T 矩阵元换成相互作用矩阵元,并将(4)式写成动量分布形式,

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{k}_b} = \frac{2\pi\mu_i}{\hbar^2 k_i} \sum_x \int d\mathbf{k}_x |\langle e^{i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}_{bx}} \varphi_b \varphi_x | V_f | \psi \rangle|^2. \quad (6)$$

V_f ——末态各核之间的相互作用, ψ 为系统的总波函数,在 Glauber 近似下,可取:

$$\psi = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i} e^{-\frac{i}{\hbar v_i} \int_{-\infty}^z V_i dz'} \varphi_A \varphi_a \quad (7)$$

\mathbf{r}_i 是 A、a 质心间坐标, z 是其 z 分量, V_i 是 A、a 间的相互作用, v_i 为炮弹入射速度, φ_A 、 φ_a 是 A 和 a 的内部态。在反应发生之前, 当 $z \rightarrow -\infty$, (7) 式满足 a 粒子是以平面波入射的边界条件。下面分别讨论(6)中一些项的处理。

(i) 平面波部分的处理:

末态波函数和(7)中有 $e^{-i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}_{bx}}$ 和 $e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i}$, 利用三角形坐标关系(见图 1), 可将它们的积化为:

$$e^{-i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}_{bx}} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i} = e^{-\frac{a}{b} \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i} e^{-i\left(\frac{a}{x} - \frac{a}{b}\right) \mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}_{Ac}}, \quad \mathbf{q} = \mathbf{k}_b - \frac{b}{a} \mathbf{k}_i \quad (8)$$

\mathbf{r}_{Ac} 为 A、c 质心间坐标; c 为 a 核中除去 b 粒子后的剩余部分及这部分的质量数。

若认为入射核 a 的动量均分在其内部各核子上, 则 \mathbf{q} 正好是 b 粒子的动量转移。这在所论情况下, 是合理的。

由于入射能量很高, 而动量转移又很小, 故可认为 $\mathbf{q} \perp \mathbf{k}_i$ (见图 2)。

$$e^{-\frac{a}{b} \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i} \simeq e^{-\frac{a}{b} \mathbf{q} \cdot \mathbf{B}}$$

\mathbf{B} ——碰撞参数, $\mathbf{r}_i = (\mathbf{B}, z)$ 。这里选 \mathbf{k}_i 方向为 z 轴。

至于(8)中后一个因子, 由于封闭近似(5)的关系, 积分后, 在动量分布公式中就不复存在。

(ii) 初、末态道的相互作用。

将(7)代入(6)后, 遇到了将 Glauber 散射方法推广到反应的困难, 即 $V_f \neq V_i$ 。使用二体核力时, V_f 要比 V_i 多 b、c 间的相互作用和 A 的碎片之间的相互作用以及来自 c 的碎片之间的相互作用。在反应后, 由于入射粒子 a 和靶 A 中的核子没有结合在一起, 形成共同的碎片, 故这几部分相互作用对截面的贡献可以忽略。在波恩近似下, 这是可严格证明的。所以

$$\langle e^{i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}_{bx}} \varphi_b \varphi_x | V_f | \psi \rangle \cong \langle e^{i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}_{bx}} \varphi_b \varphi_x | V_i | \psi \rangle \quad (9)$$

(iii) 冻结近似

在高速入射的前提下, 可认为在反应过程中, 不论入射粒子或靶皆处于冻结状态, (7)式可写成

$$\psi = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i} e^{-\frac{i}{\hbar v_i} \int_{-\infty}^z \sum_{\substack{j \in A \\ k \in a}} V_{jk}(x_{jk}, y_{jk}, z' + a_{jk}) dz'} \varphi_A \varphi_a \quad (10)$$

a_{jk} 是与靶中 j 核子和入射核中 k 核子位置有关的、反应前后冻结了的常数, z 为 \mathbf{r}_i 的 z 分量, V_{jk} 为 k、j 核子的相互作用。

(6) 式中两个反应振幅的积分变数, 一个选用 $d\mathbf{r}_a d\mathbf{r}_A d\mathbf{B} dz$, 另一个用 $d\mathbf{r}'_a d\mathbf{r}'_b d\mathbf{B}' dz'$ 。它们之间所差的雅可比为 $\left(\frac{a}{b}\right)^3$ 。 $d\mathbf{r}_a, d\mathbf{r}_A, d\mathbf{r}_x, d\mathbf{r}_b$ 为相应的粒子或粒子团内部座标的空间体积元。

将(9)、(10)式代入(6)式, 并使用封闭近似(5)及(8)式; 可得:

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{k}_b} = \frac{\hbar^2 k_i}{(2\pi)^2 \mu_i} \left(\frac{a}{b}\right)^3 \left\{ e^{-i\frac{a}{b}\mathbf{q}\cdot\mathbf{B}} \varphi_b^* \left[1 - \prod_{\substack{j \in A \\ k \in a}} [1 - \Gamma(\mathbf{B} + \mathbf{S}_k - \mathbf{S}_j)] \right] \right\} \\ \times \varphi_A \varphi_a d\boldsymbol{\tau}_a d\boldsymbol{\tau}_A d\mathbf{B} \left\{ e^{i\frac{a}{b}\mathbf{q}\cdot\mathbf{B}'} \varphi_A^* \varphi_a^* \left[1 - \prod_{\substack{j \in A \\ k \in a}} [1 - \Gamma^*(\mathbf{B}' + \mathbf{S}'_k - \mathbf{S}_j)] \right] \right\} \varphi_b d\boldsymbol{\tau}'_b d\mathbf{B}' \quad (11)$$

其中 $\Gamma(\mathbf{B} + \mathbf{S}_k - \mathbf{S}_j) = 1 - e^{-\frac{i}{\hbar v_j} \int_{-\infty}^{\infty} V_{jk}(r'_{jk}) dz'}$

这就是我们推导出来在 Glauber 近似下的高能重离子单举反应动量分布的公式。(11)式中座标的选取见图3。这里将入射核a视为由b、c两团组成，并各有其质心。为了计算方便起见，还假定了两个质心的连线与 \mathbf{k}_i 的方向平行。注意！(11)式的第二个积分中 A、c 的内部座标全部不带撇。

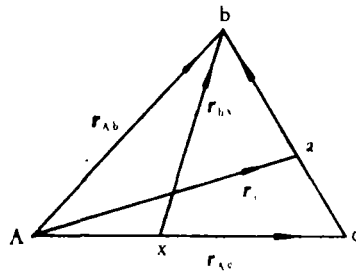


图 1

图中 A、a、b、c、x 表示各粒子(或一团粒子)质心所在的位置，而图中的矢量表示其质心间座标。

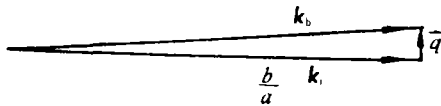


图 2

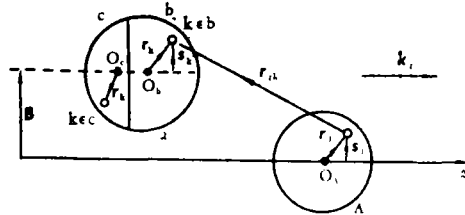


图 3

三、与实验比较

为了与实验在同一数量级内，非定性的比较，取波函数为

$$|\varphi_A|^2 = \prod_{j \in A} \frac{v^3}{\pi^{3/2}} e^{-v^2 r_j^2}, \quad |\varphi_a|^2 = |\varphi_b|^2 |\varphi_c|^2 = \prod_{k \in b} \frac{v^3}{\pi^{3/2}} e^{-v^2 r_k^2} \prod_{k' \in c} \frac{v^3}{\pi^{3/2}} e^{-v^2 r_{k'}^2} \quad (12)$$

并认为出射的 b 粒子的内部态和 a 中 b 粒子的内部态一样。剖面函数 $\Gamma(\mathbf{B} + \mathbf{S}_k - \mathbf{S}_j)$ 近似用核子-核子弹性散射的数据来计算。即

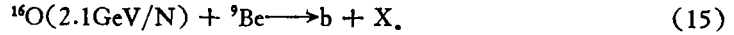
$$\Gamma(\mathbf{B}) = \frac{1}{2\pi i k} \int d^2 Q e^{i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{B}} f_{NN}(\mathbf{Q}), \quad f_{NN}(\mathbf{Q}) = \frac{i + \alpha}{4\pi} \sigma_{NN} \hat{k} e^{-\beta^2 Q^2/2} \quad (13)$$

量 σ_{NN} 、 α 、 β 由核子-核子散射实验定。

将 (12)、(13) 式代入 (11) 式, 取一次散射近似得:

$$\frac{d\sigma}{dk_b} = \frac{\hbar^2 k_i}{(2\pi)^2 \cdot \mu_i} \left(\frac{a}{b}\right)^3 (1 + \alpha^2) \frac{\sigma_{NN}^2}{4} A \left\{ c e^{-\beta^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 q^2} + (cA + a^2 - 2c) e^{-\left(\frac{a}{b}\right)^2 q^2 \left(\beta^2 + \frac{1}{v^2}\right)} + (A - 1)(a^2 - c) e^{-\left(\frac{a}{b}\right)^2 q^2 \left(\beta^2 + \frac{1}{v^2}\right)} \right\}. \quad (14)$$

这样得到的 b 粒子的动量分布并不是一个严格的高斯分布, 而我们研究的具体反应是:



对于上述反应, 显然, (14) 式中第三项起主导作用. 前两项比它至少小一个数量级, 保留主要项, 有

$$\frac{d\sigma}{dk_b} \simeq \frac{\hbar^2 k_i}{(2\pi)^2 \mu_i} \left(\frac{a}{b}\right)^3 (1 + \alpha^2) \frac{\sigma_{NN}^2}{4} A(A - 1)(a^2 - c) \times \exp \left[-\left(\frac{a}{b}\right)^2 q^2 \left(\beta^2 + \frac{1}{v^2}\right) \right]. \quad (16)$$

上式的意义是: 在反应过程中, b 粒子获得的动量有一个分布, 在一个数量级范围内为高斯型, 其宽度为:

$$\sigma_1 = \frac{b}{a \sqrt{2(\beta^2 + 1/v^2)}}, \quad (17)$$

而 b 粒子在 a 核中本来就具有一动量分布 $e^{-p^2/2\sigma_a^2}$. 当 b 脱离 a 时, 就带有这一动量, 这一点在上述处理中, 完全忽略. 因此, 实验上所观察到的 b 粒子的动量分布, 应为上述两种分布卷积的结果:

$$\int e^{-\frac{q^2}{2\sigma_1^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_2^2}(\mathbf{q}-\mathbf{p})^2} dq_x dq_y = \frac{\pi}{\left(\frac{1}{2\sigma_1^2} + \frac{1}{2\sigma_2^2}\right)} e^{-\frac{p^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \simeq e^{-\frac{p^2}{2\sigma_{\text{exp}}^2}},$$

所以根据我们得到的 σ_1 以及实验上所测得的 b 粒子的动量分布宽度 σ_{exp} , 就可推出 b 粒子在 a 中的动量分布. 在计算中使用的参数值为

$$\beta^2 = 10 \text{ GeV}^{-2}, \quad v = 0.69 \text{ fm}^{-1}.$$

碎片 b	动量分布宽度 $\sigma_{\text{exp}}(\text{MeV}/c)$	由反应引起分布 $\sigma_1(\text{MeV}/c)$	b 在 O^{16} 中动量 分布 $\sigma_2(\text{MeV}/c)$
^{12}N	153	67	137
^{12}C	120	67	100
^{12}B	160	67	148
^{13}O	143	72	123
^{13}N	134	72	113
^{13}C	130	72	108
^{13}B	166	72	149

四、讨 论

由于 Glauber 方法的限制, 本文只研究了碎片的横向动量分布. 实际上, 由于运动学

的影响,在固定的 k_i, k_j 夹角下, q 也有个分布,其结果会使我们计算所得的 b 粒子的横向动量分布略为加宽。在本文处理中,由于使用了封闭近似,也会影响计算的大小和量纲。为了消除这种影响,应除以能量为量纲的一常数,它相当于 E_f 与 E_i 的偏离范围。这样只改变截面值的大小,而不改变动量分布的形状。

在炮弹核 ^{16}O 中, $^{12}\text{C}, ^{12}\text{N}$ 的动量分布,应该是有差别的,但从壳模型波函数得不出这个差别。计算结果表明,在 ^{16}O 中,结合得愈紧的核,它相对于 ^{16}O 剩余部分的动量分布就愈窄。这是合理的。这一结果,虽与所选择的参数 ν 和 β^2 有关,但并不敏感。

单举反应中,还可能出现比一个更多的 b 粒子,(11)式中,没有考虑这些 b 粒子都被探测的结果。但是,这个问题,在本文所研究的具体反应中,并不存在。

选 k_i 方向为 z 轴, B 为碰撞参数, r_{jk} 为 k, j 核子间距矢量, $r_{jk} = (B + S_k - S_j, z_{jk})$, r_k 为 k 核子相对于 b 或 c 粒子质心 O_b, O_c 的座标, S_k 是其在垂直 k_i 平面上的投影, r_j 为 j 核子相对于靶 A 质心 O_A 的座标, S_j 是其在垂直 k_i 平面上的投影。假定

$$O_c O_b // z.$$

参 考 文 献

- [1] H. Heckman et al., "5th High Energy Physics and Nuclear Structure", p. 403; "6th High Energy Physics and Nuclear Structure".
- [2] Feshbach, *Phys. Lett.*, **47**(1973), 300.
- [3] Hüfner, *Z. Physik*, **A277**(1976), 379.
- [4] Goldhaber, *Phys. Lett.*, **53B**(1974), 306.

THE STUDY OF MOMENTUM DISTRIBUTION OF HIGH ENERGY HEAVY ION INCLUSIVE REACTIONS

WANG RU-LIN LIU YUAN

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this paper, we consider nucleus-nucleus collisions on the basis of nucleon-nucleon elastic scattering and give a formula for the projectile fragment momentum distribution of high energy heavy ion inclusive reactions using Glauber's approximation. According to the experimental momentum distribution, we obtain a relative momentum distribution between the various prefragments of the projectile. The theoretical results show that if the bond of the prefragment is tighter, the relative momentum distribution of the prefragments in the nucleus is more narrow, so that the relative distance between them is larger.