

高能强子弹性散射和原子核的短程关联

马维兴 林春灿

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文在 Glauber 近似下,用 Jastrow 关联的波函数研究了原子核中短程关联对高能强子弹性散射的影响.为此,采用了 Jastrow 波函数的行列式的形式.对 260MeV 的 π^- - ^{12}C 的弹性散射进行了计算,并与实验结果作了比较,结果表明:短程关联对微分截面的影响是很重要的.

原子核中核子-核子间存在着一种力程非常短的、很强的排斥力,即排斥心.通常我们把核子间的由这种非常强的短程排斥性相互作用引起的关联称做原子核的短程关联^[1].在一般的原子核壳模型位势中,是没有包含这种短程关联的作用的.因此,假若考虑了这种关联,那么必将对原子核的独立粒子波函数的性质引起一些修正,由此也会影响到高能粒子和原子核相互作用的各种物理过程.

所以近几年来,人们试图用短程关联的概念来改进理论对于各种实验数据的符合^[2],特别是在分析大动量转移过程的现象时,认为应当考虑到短程关联的重要作用.因此,关于短程关联的研究目前已经引起了广泛的兴趣.

但是,短程关联是否是一个重要的有用的概念?或者它的引入能不能改进对实验结果的符合?现在还是一个有争议的值得研究的问题^[2].特别是对于共振区的 π -核相互作用,工作还很少,而且也没有包括高次散射项的效应.然而对高次散射项,短程关联可能更为重要^[1].所以需要在包括了所有高次项的情况下探讨短程关联的重要性.

本文在 Glauber 多重绕射理论近似下,用 Jastrow 型关联的原子核波函数,探讨了核子间的这种两体短程关联对高能强子在轻核上弹性散射微分截面的影响,并且具体地分析了 π^- - ^{12}C 弹性散射角分布的实验资料.

考虑到短程关联效应在高次散射项中可能更为重要.以及高次散射项在符合高能散射实验中的贡献,尤其是对符合 π - $N(3, 3)$ 共振区的 π -核散射实验非常重要的事实^[3],本文在推导散射振幅时,采用了 C. Wilkin 建议的行列式的方法^[4],这样就把所有的高次散射项的贡献全部考虑了.它为我们研究短程关联提供了一个方便的可靠的动力学基础.

一、在 Jastrow 关联下弹性散射振幅的处理

在 Glauber 近似下,高能强子与原子核散射的振幅是^[5]:

$$F_{ji}(\mathbf{q}) = \frac{iK}{2\pi} \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} d^2\mathbf{b} \left\langle \psi_j \left| 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)] \right| \psi_i \right\rangle. \quad (1)$$

其中 K 是入射强子动量 \mathbf{K}_i 的绝对值, $\mathbf{q} = \mathbf{K}_i - \mathbf{K}_f$ 是强子的动量传递, \mathbf{b} 是碰撞参数, \mathbf{s}_j 是第 j 个核子的空间坐标 \mathbf{r}_j 在垂直于入射方向上的分量, ψ_i 、 ψ_f 分别是初、末态原子核的波函数, $\Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 称做高能强子与核子 j 的两体碰撞的剖面函数, 它是强子与自由核子散射振幅 $f(\mathbf{q})$ 的傅氏变换

$$\Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) = \frac{1}{2\pi i K} \int e^{-i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{b}-\mathbf{s}_j)} d^2\mathbf{q} f_j(\mathbf{q}). \quad (2)$$

(1) 式和 (2) 式表明, 散射振幅 $F_{ji}(\mathbf{q})$ 取决于两个因素: 一个是表征初末态原子核结构的波函数 ψ_i 和 ψ_f (对于弹性散射 $f = i$), 另一个是两体自由散射振幅 $f_j(\mathbf{q})$. 在我们关于“ π^- - ^{12}C 弹性和非弹性散射的理论研究”^[3] 中已经指出, 对于高能强子散射, 基本振幅取为

$$f(\mathbf{q}) = \frac{iK\sigma}{4\pi} (1 - i\rho) e^{-\beta^2 q^2/2} \quad (3)$$

是一个好的近似. 这里 σ 是 πN 散射的总截面, ρ 是朝前振幅的实虚比, β^2 是斜率参数. 因此在选定了 (3) 式的基本振幅之后, 总散射振幅 $F_{ji}(\mathbf{q})$ 将只取决于初末态的原子核波函数. 下面我们讨论在 Jastrow 波函数下, 弹性散射振幅 $F_{ii}(\mathbf{q})$ 的表示式. 为此, 我们分两步进行. 首先推导在 Pauli 关联下弹性散射的振幅 $F_{pc}(\mathbf{q})$.

1. Pauli 关联下弹性散射的振幅 $F_{pc}(\mathbf{q})$

假设原子核是由 A 个不关联的费米子组成的系统, 那么由于 Pauli 原理的要求, 原子核的波函数就是 A 个单粒子波函数组成的 Slater 行列式

$$\psi_{SD} = \frac{1}{\sqrt{A!}} \|\varphi_m(\mathbf{r}_n)\|. \quad (4)$$

其中 A 是原子核的质量数, m 是表征单粒子态的一组量子数, $\varphi_m(\mathbf{r}_n)$ 是第 n 个单粒子的态函数. 若将 (4) 式代到 (1) 式的矩阵元 $\langle \psi_i \left| 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)] \right| \psi_i \rangle$ 中去, 就有

$$\begin{aligned} \left\langle \psi_{SD} \left| 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)] \right| \psi_{SD} \right\rangle &= 1 - \left\langle \psi_{SD} \left| \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)] \right| \psi_{SD} \right\rangle \\ &= 1 - \langle \psi_{SD} | \hat{\mathcal{O}} | \psi_{SD} \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\hat{\mathcal{O}} = \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)]. \quad (6)$$

因为 $\hat{\mathcal{O}}$ 是一个因子化的多体算符, 同时 $\Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 只作用在一个而且仅仅一个单粒子态上, 所以

$$\hat{\mathcal{O}} | \psi_{SD} \rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \|\hat{\mathcal{O}}(n) \varphi_m(\mathbf{r}_n)\|. \quad (7)$$

另外, 我们已经知道, 在计算 (5) 式的矩阵元时, 当 $|\psi\rangle$ 反对称化之后, $\langle \psi |$ 可以取作

$$\langle \psi_{SD} | \Rightarrow \sqrt{A!} \|\delta_{mn} \varphi_m^*(\mathbf{r}_n)\|. \quad (8)$$

现在结合 (7) 式和 (8) 式, 有

$$\langle \psi_{SD} | \hat{\mathcal{O}} | \psi_{SD} \rangle = \sqrt{A!} \|\delta_{mn} \varphi_m^*(\mathbf{r}_n)\| \frac{1}{\sqrt{A!}} \|\hat{\mathcal{O}}(n) \varphi_m(\mathbf{r}_n)\|$$

$$= \|\varphi_n^+(\mathbf{r}_n)\hat{O}(n)\varphi_m(\mathbf{r}_n)\| = \|O_{nm}\|. \quad (9)$$

代入(5)式得

$$\langle \psi_{SD} \left| 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s})] \right| \psi_{SD} \rangle = 1 - \|O_{nm}\|. \quad (10)$$

其中

$$O_{nm} = \delta_{nm} - \int \varphi_m^*(r)\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s})\varphi_n(r)d^3\mathbf{r} \quad (11)$$

是行列式的元素。所以有了单粒子波函数 $\varphi_m(r)$ 之后就可以由(11)式得到 O_{nm} ，进而构成了行列式(10)，再将(10)式代入到(1)式，最后得到了总的散射振幅 $F_{pe}(\mathbf{q})$ 。

行列式(10)一般是很大的，如对 ^{16}O 是 16×16 的。然而因 \hat{O} 是与同位旋无关的算符，所以在质子态和中子态之间它的矩阵元(11)必然为0。则质子和中子就可以分别进行反对称化，这时 16×16 的行列式就变成了两个相同的 8×8 的行列式之积。问题的处理就大大地简化了。

若选量子化轴为 x 轴， z 轴为入射方向的坐标系，那么对弹性散射因为振幅对 \mathbf{q} 进而对 \mathbf{b} 是圆柱对称的，所以 \mathbf{b} 的方向可以任意选取，我们取 \mathbf{b} 沿 x 轴。这时将(3)式代入(2)，对 \mathbf{q}' 积分后

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) &= \frac{\sigma_j(1 - i\rho_j)}{4\pi\beta_j^2} \exp\left(-\frac{(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)^2}{2\beta_j^2}\right) \\ &= \frac{\sigma_j(1 - i\rho_j)}{4\pi\beta_j^2} \exp\left[-\frac{b^2 - 2bx_j + x_j^2 + y_j^2}{2\beta_j^2}\right]. \end{aligned} \quad (12)$$

单粒子波函数取为谐振子波函数，则(11)式中的矩阵元 $\langle \varphi_m(r) | \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}) | \varphi_n(r) \rangle$ ，就是算符 $\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 的各种投影

$$A(LM, L'M') = N_L N_{L'} \int d^3r \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}) r^{L+L'} e^{-\alpha^2 r^2} Y_{LM}^* Y_{L'M'} \quad (13)$$

的线性组合。其中 N_0 和 N_1 分别是 $1s$ 态和 $1p$ 态的单粒子波函数的归一化因子。因为 L 和 L' 只能是0或1，故可能的 $A(LM, L'M')$ 共有16个，但独立的只有5个，它们分别是

$$\omega_1 = A(00, 00) = \frac{\sigma^1}{2\pi} \frac{\alpha^2}{1 + 2\alpha^2\beta^2} \cdot E; \quad (14.1)$$

$$\omega_2 = A(11, 11) = \frac{\sigma^1\alpha}{4\pi} \left[\frac{1}{1 + 2\alpha^2\beta^2} + \frac{2\alpha^2\beta^2}{(1 + 2\alpha^2\beta^2)^2} \right] \cdot E; \quad (14.2)$$

$$\omega_3 = A(10, 10) = \frac{\sigma^1\alpha^4}{\pi} \left[\frac{\beta^2}{(1 + 2\alpha^2\beta^2)^2} + \frac{b^2}{(1 + 2\alpha^2\beta^2)^3} \right] \cdot E; \quad (14.3)$$

$$\omega_4 = A(10, 00) = \frac{\sigma^1}{\pi(2)^{\frac{1}{2}}} \frac{\alpha^3 b}{(1 + 2\alpha^2\beta^2)^2} \cdot E; \quad (14.4)$$

$$\omega_5 = A(11, 1-1) = -\frac{\sigma^1\alpha^2}{4\pi} \frac{1}{(1 + 2\alpha^2\beta^2)^2} \cdot E. \quad (14.5)$$

其中 $\sigma^1 = \sigma(1 - i\rho)$ ， $E = \exp\left[-\frac{\alpha^2 b^2}{1 + 2\alpha^2\beta^2}\right]$ 。有了(14)式的元素后，行列式(9)就是

现在展开(15)(见305页)式并考虑到中子、质子应一起反对称化，那么对 ^{16}O (9)式为

$$\|O_{nm}^{(16 \times 16)}\| = [(1 - \omega_1)(1 - \omega_3) - \omega_4^2]^4 [(1 - \omega_2)^2 - \omega_5^2]^4. \quad (16)$$

此时(1)式是

(下接306页)

$\langle s_{1/2} \frac{1}{2} $	$\langle p_{3/2} \frac{1}{2} $	$\langle p_{3/2} -\frac{3}{2} $	$\langle p_{1/2} \frac{1}{2} $	$\langle s_{1/2} -\frac{1}{2} $	$\langle p_{3/2} \frac{3}{2} $	$\langle p_{1/2} -\frac{1}{2} $	$\langle p_{1/2} -\frac{1}{2} $	$\frac{\varphi_n^*(r)}{O_{nm}}$
$1 - \omega_1,$	$-\sqrt{\frac{2}{3}} \omega_4,$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}} \omega_4,$	0	0	0	0	$ s_{1/2} \frac{1}{2}\rangle$
$-\sqrt{\frac{2}{3}} \omega_3,$	$1 - \frac{2}{3} \omega_3 - \frac{1}{3} \omega_2,$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \omega_3,$	$-\frac{\sqrt{2}}{3} (\omega_1 - \omega_3)$	0	0	0	0	$ p_{3/2} \frac{1}{2}\rangle$
$0,$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \omega_3,$	$1 - \omega_2$	$-\sqrt{\frac{2}{3}} \omega_3$	0	0	0	0	$ p_{3/2} -\frac{3}{2}\rangle$
$\frac{1}{\sqrt{3}} \omega_4,$	$-\frac{\sqrt{2}}{3} (\omega_1 - \omega_3)$	$-\sqrt{\frac{2}{3}} \omega_3,$	$1 - \frac{2}{3} \omega_3 - \frac{1}{3} \omega_2,$	0	0	0	0	$ p_{1/2} \frac{1}{2}\rangle$
0	0	0	0	$1 - \omega_1$	0	$-\sqrt{\frac{2}{3}} \omega_4$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \omega_4$	$ s_{1/2} -\frac{1}{2}\rangle$
0	0	0	0	0	$1 - \omega_2$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \omega_3$	$\sqrt{\frac{2}{3}} \omega_3$	$ p_{3/2} \frac{3}{2}\rangle$
0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{2}{3}} \omega_4$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \omega_3$	$1 - \frac{2}{3} \omega_3 - \frac{1}{3} \omega_2$	$\frac{\sqrt{2}}{3} (\omega_2 - \omega_3)$	$ p_{1/2} -\frac{1}{2}\rangle$
0	0	0	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \omega_4$	$\sqrt{\frac{2}{3}} \omega_3$	$\frac{\sqrt{2}}{3} (\omega_2 - \omega_3),$	$1 - \frac{2}{3} \omega_3 - \frac{1}{3} \omega_2,$	$ p_{1/2} -\frac{1}{2}\rangle$

(15)

$$F_{pc}(\mathbf{q}) = \frac{iK}{2\pi} \int e^{i\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}} d^2\mathbf{b} \{1 - [(1 - \omega_1)(1 - \omega_3) - \omega_4^2]^4 [(1 - \omega_2)^2 - \omega_5^2]^4\}$$

$$= iK \int bdb J_0(qb) \{1 - [(1 - \omega_1)(1 - \omega_3) - \omega_4^2]^4 [(1 - \omega_2)^2 - \omega_5^2]^4\},$$

这就是 Pauli 关联下高能强子在 ^{16}O 上弹性散射的振幅。

对于 ^{12}C , 质子或中子的组态都是 $(1s_{1/2})^2, (1p_{3/2})^4$. 所以只要把行列式(15)中的 $(1p_{1/2})$ 所在的行和列删去, 就得到了对应 ^{12}C 弹性散射的振幅

$$F_{pc}^{(g,^{12}\text{C})} = iK \int bdb J_0(qb) \left\{ 1 - \left[(1 - \omega_1) \left(1 - \frac{2}{3} \omega_3 - \frac{1}{3} \omega_2 \right) (1 - \omega_2) - \frac{2}{3} \omega_4^2 (1 - \omega_2) - \frac{1}{3} \omega_5^2 (1 - \omega_1) \right]^4 \right\}. \quad (17)$$

有了以上这些讨论后, 就很容易得到 Jastrow 关联下高能强子在 ^{12}C 上弹性散射的振幅。

2. Jastrow 关联下弹性散射振幅 $F_{pc}^{(g)}$

前边已经指出本文的目的是探讨在高能强子弹性散射过程中核子间的短程关联效应的重要性, 因此我们采用反映这种关联的 Jastrow 波函数^[6]

$$\psi_{JC} = \prod_{i>j=1}^A f(r_{ij}) \psi_{SD}(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_A) \quad (18)$$

其中 ψ_{SD} 是(4)式给出的由 A 个单粒子波函数构成的 Slater 行列式, $f(r_{ij})$ 叫做两体关联因子, 是核子间距离 r_{ij} 的函数, 它满足

$$f(r) \rightarrow 0, \quad r < h; \quad f(r) \rightarrow 1, \quad r \geq h \quad (19)$$

h 称做恢复距离。由于我们不知道 $f(r)$ 的具体形式, 因而要直接用波函数(18)去计算矩阵元(5)必然是很困难的。但能够证明^[7], 波函数(18)可以写成

$$\psi_{JC} = \frac{1}{\sqrt{A!}} \|\tilde{\varphi}_a(r_n)\|, \quad (20)$$

其中

$$\tilde{\varphi}_a(\mathbf{r}_1) = \varphi_a(\mathbf{r}_1) \left\{ 1 - \sum_{\beta \neq a} \langle \beta(2) | g(r_{12}) | \beta(2) \rangle + \sum_{\beta \neq a \neq \gamma} \langle \beta(2) \gamma(3) | g(r_{12}) g(r_{13}) + \cdots | \beta(2) \gamma(3) \rangle + \cdots \right\}. \quad (21)$$

$g(r_{12})$ 是辅助的关联因子

$$g(r_{ij}) = 1 - f(r_{ij}). \quad (22)$$

通常用唯象的方法来确定, 如取 $g(r) = J_0(q_c r)$. 这里 q_c 叫做关联参数, 是关联着的两个核子间的动量交换。对于 $1p$ 壳的轻核, 若 $q_c = 300 \text{ MeV}/c$, $\alpha^2 = 0.401 \text{ fm}^{-2}$; $g(r) = J_0(q_c r)$; 则(21)式为

$$\tilde{\varphi}_{1s}(r) = A_{1s} \varphi_{1s}(r) + A_{2s} \varphi_{2s}(r) + A_{3s} \varphi_{3s}(r) + \cdots, \quad (23.1)$$

$$\tilde{\varphi}_{1p}(r) = A_{1p} \varphi_{1p}(r) + A_{2p} \varphi_{2p}(r) + A_{3p} \varphi_{3p}(r) + \cdots. \quad (23.2)$$

(23)式表明, 关联因子作用的结果使得自旋和角度部分相同而仅主量子数不同的单粒子态混合起来。而 A_{ns} 、 A_{np} 就是相应的态 φ_{ns} 和 φ_{np} 的混合系数。数值结果说明(3s), (3p)

以上的态的混合是可以略去的,所以

$$\tilde{\varphi}_{1s}(r) = A_{1s}\varphi_{1s}(r) + A_{2s}\varphi_{2s}(r), \quad (24.1)$$

$$\tilde{\varphi}_{1p}(r) = A_{1p}\varphi_{1p}(r) + A_{2p}\varphi_{2p}(r). \quad (24.2)$$

这时

$$A_{1s} = 0.9624, \quad A_{2s} = 0.2719, \quad A_{1p} = 0.9431, \quad A_{2p} = 0.3324. \quad (25)$$

现在利用 (20) 式的波函数,类似于在 Pauli 关联下矩阵元的推导得到

$$\langle \psi_{JC} | 1 - \prod_{j=1}^4 [1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s})] | \psi_{JC} \rangle = 1 - \|\tilde{O}_{nm}\|. \quad (26)$$

其中

$$\tilde{O}_{nm} = \delta_{nm} - \int \tilde{\varphi}_m^*(\mathbf{r}) \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}) \tilde{\varphi}_n(\mathbf{r}) d^3r \quad (27)$$

$\tilde{\varphi}_n(\mathbf{r})$ 就是 (24) 式的波函数,而相应于 (15) 式的行列式 $\|\tilde{O}_{nm}\|$ 是(见下页 (28) 式).

(28) 式中的 ω'_i 是行列式 (15) 中相应的元素 ω_i 乘以对应的单粒子态的混合系数, ω_{ij} 表示由于考虑了短程关联后引起了波函数的混合从而增加的矩阵元. 正如 (28) 式所示, 独立的 ω_{ij} 只有 7 个, 它们的表达式很复杂这里从略. 用完全类似于在 Pauli 关联下高能强子在 ^{12}C 上弹性散射振幅的推导方法, 我们得到了在 Jastrow 关联下高能强子在 ^{12}C 上弹性散射的振幅

$$\begin{aligned} F_{JC}(\mathbf{q}) = iK \int bdb J_0(qb) \left\{ 1 - \left[(1 - \omega'_1 + \omega_{11}) \left(1 - \frac{2}{3} \omega'_3 - \frac{1}{3} \omega'_2 + \omega_{22} \right) \right. \right. \\ \times (1 - \omega'_2 + \omega_{33}) - \left. \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \omega'_5 + \omega_{23} \right)^2 \cdot (1 - \omega'_1 + \omega_{11}) \right. \\ \left. \left. - \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \omega'_4 - \omega_{12} \right)^2 \cdot (1 - \omega'_2 + \omega_{33}) \right]^4 \right\}, \quad (29) \end{aligned}$$

它是我们分析短程关联对 $\pi^{-12}\text{C}$ 弹性散射微分截面影响的出发点.

二、 $\pi^{-12}\text{C}$ 弹性散射微分截面的计算结果

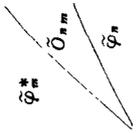
利用上节的讨论结果我们计算了 260MeV 的 π^- 在 ^{12}C 上弹性散射的微分截面. 基本振幅 (3) 中的参数的选取和文献 [3] 完全一致. 这时弹性散射的振幅分别是

1. 对于 Pauli 关联的波函数

展开 (17) 式中的方括号的 4 次方, 并按 b 的升幂排列我们有

$$\begin{aligned} & \left[(1 - \omega_1) \left(1 - \frac{2}{3} \omega_3 - \frac{1}{3} \omega_2 \right) (1 - \omega_2) - \frac{2}{3} \omega_4^2 (1 - \omega_2) - \frac{1}{3} \omega_5^2 (1 - \omega_1) \right]^4 \\ &= 1 + \sum_{n=1}^{12} (a_0(n) + ib_0(n)) e^{-n\beta_1^2 b^2} + \sum_{n=1}^{12} (a_2(n) + ib_2(n)) b^2 e^{-n\beta_1^2 b^2} \\ &+ \sum_{n=2}^{12} (a_4(n) + ib_4(n)) b^4 e^{-n\beta_1^2 b^2} + \sum_{n=3}^{12} (a_6(n) + ib_6(n)) b^6 e^{-n\beta_1^2 b^2} \\ &+ \sum_{n=4}^{12} (a_8(n) + ib_8(n)) b^8 e^{-n\beta_1^2 b^2}. \end{aligned}$$

(下接 309 页)



$$\begin{array}{cccccccccccc}
 \langle \hat{1}_{s_1/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{p_3/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{s_1/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{p_3/2} \frac{3}{2} | & \langle \hat{1}_{s_1/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{p_3/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{s_1/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{p_3/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{s_1/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{p_3/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{s_1/2} \frac{1}{2} | & \langle \hat{1}_{p_3/2} \frac{1}{2} | \\
 1 - \omega'_1 + \omega_{11} & -\sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \omega_{12} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}\omega'_1 - \omega_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \omega_{12} & 1 - \frac{2}{3}\omega'_1 - \frac{1}{3}\omega'_2 + \omega_{22} & -\sqrt{\frac{1}{3}}\omega'_1 + \omega_{23}, & -\sqrt{\frac{2}{3}}(\omega'_1 - \omega'_2) - \omega_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\sqrt{\frac{1}{3}}\omega'_1 + \omega_{23}, & 1 - \omega'_1 + \omega_{33}, & -\sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 - \omega_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{1}{\sqrt{3}}\omega'_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\omega_{12}, & -\sqrt{\frac{2}{3}}(\omega'_1 - \omega'_2) - \omega_{24}, & -\sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 - \sqrt{2}\omega_{23}, & 1 - \frac{2}{3}\omega'_1 - \frac{1}{3}\omega'_2 + \omega_{44}, & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \omega'_1 + \omega_{11} & 0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \omega_{12} & -\frac{1}{\sqrt{3}}\omega'_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\omega_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \omega'_1 + \omega_{33}, & -\frac{1}{\sqrt{3}}\omega'_1 + \omega_{34} & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \sqrt{2}\omega_{22} & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \omega_{21} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \omega_{12}, & 1 - \frac{2}{3}\omega'_1 - \frac{1}{3}\omega'_2 + \omega_{22}, & \frac{\sqrt{2}}{3}(\omega'_1 - \omega'_2) + \omega_{24} & \frac{\sqrt{2}}{3}(\omega'_1 - \omega'_2) + \omega_{14} & 1 - \frac{2}{3}\omega'_1 - \frac{1}{3}\omega'_2 + \omega_{44} & 1 - \frac{2}{3}\omega'_1 - \frac{1}{3}\omega'_2 + \omega_{44} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\omega'_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\omega_{12}, & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \sqrt{2}\omega_{12}, & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \omega_{23}, & \sqrt{\frac{2}{3}}(\omega'_1 - \omega'_2) + \omega_{24}, & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \sqrt{2}\omega_{23}, & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_1 + \sqrt{2}\omega_{23}
 \end{array}$$

(28)

代入 (17) 式对 \mathbf{b} 积分后

$$\begin{aligned}
 F_{pc}(\mathbf{q}, {}^{12}\text{C}) = & \sum_{n=1}^{12} -iK(a_0(n) + ib_0(n)) \frac{1}{2n\beta_1^2} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} \\
 & + \sum_{n=1}^{12} -iK(a_2(n) + ib_2(n)) \frac{1}{2n^2\beta_1^4} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-1, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
 & + \sum_{n=2}^{12} -iK(a_4(n) + ib_4(n)) \frac{\Gamma(3)}{2n^3\beta_1^6} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-2, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
 & + \sum_{n=3}^{12} -iK(a_6(n) + ib_6(n)) \frac{\Gamma(4)}{2n^4\beta_1^8} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-3, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
 & + \sum_{n=4}^{12} -iK(a_8(n) + ib_8(n)) \frac{\Gamma(5)}{2n^5\beta_1^{10}} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-4, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right).
 \end{aligned} \tag{30}$$

2. 对 Jastrow 关联的波函数

展开 (29) 式中的方括号的 4 次方, 也按 b 的升幂排列有

$$\begin{aligned}
 & \left[(1 - \omega'_1 + \omega_{11}) \left(1 - \frac{2}{3}\omega'_3 - \frac{1}{3}\omega'_2 + \omega_{22} \right) (1 - \omega'_2 + \omega_{33}) \right. \\
 & \quad \left. - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\omega'_5 + \omega_{23} \right)^2 (1 - \omega'_1 + \omega_{11}) - \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\omega'_4 - \omega_{12} \right)^2 (1 - \omega'_2 + \omega_{33}) \right]^4 \\
 & \simeq 1 + \sum_{n=1}^{12} (\bar{a}_0(n) + i\bar{b}_0(n)) e^{-n\beta_1^2 b^2} + \sum_{n=1}^{12} (\bar{a}_2(n) + i\bar{b}_2(n)) b^2 e^{-n\beta_1^2 b^2} \\
 & \quad + \sum_{n=2}^{12} (\bar{a}_4(n) + i\bar{b}_4(n)) b^4 e^{-n\beta_1^2 b^2} + \sum_{n=3}^{12} (\bar{a}_6(n) + i\bar{b}_6(n)) b^6 e^{-n\beta_1^2 b^2} \\
 & \quad + \sum_{n=4}^{12} (\bar{a}_8(n) + i\bar{b}_8(n)) b^8 e^{-n\beta_1^2 b^2} + \sum_{n=5}^{12} (\bar{a}_{10}(n) + i\bar{b}_{10}(n)) b^{10} e^{-n\beta_1^2 b^2} \\
 & \quad + \sum_{n=6}^{12} (\bar{a}_{12}(n) + i\bar{b}_{12}(n)) b^{12} e^{-n\beta_1^2 b^2} + \sum_{n=7}^{12} (\bar{a}_{14}(n) + i\bar{b}_{14}(n)) b^{14} e^{-n\beta_1^2 b^2} \\
 & \quad + \sum_{n=8}^{12} (\bar{a}_{16}(n) + i\bar{b}_{16}(n)) b^{16} e^{-n\beta_1^2 b^2}.
 \end{aligned}$$

因为 ω_{ij} 的表示式非常复杂, 所以为了展开方便起见作为初步尝试, 我们略去了 ω_{ij} 中包含有 b^4 和 b^6 的小项。

代入 (29) 式对 \mathbf{b} 积分有

$$\begin{aligned}
 F_{JC}(\mathbf{q}, {}^{12}\text{C}) = & \sum_{n=1}^{12} -iK(\bar{a}_0(n) + i\bar{b}_0(n)) \frac{1}{2n\beta_1^2} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} \\
 & + \sum_{n=1}^{12} -iK(\bar{a}_2(n) + i\bar{b}_2(n)) \frac{1}{2n^2\beta_1^4} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-1, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
 & + \sum_{n=2}^{12} -iK(\bar{a}_4(n) + i\bar{b}_4(n)) \frac{\Gamma(3)}{2n^3\beta_1^6} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-2, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=3}^{12} -iK(\bar{a}_6(n) + i\bar{b}_6(n)) \frac{\Gamma(4)}{2n^4\beta_1^8} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-3, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
& + \sum_{n=4}^{12} -iK(\bar{a}_8(n) + i\bar{b}_8(n)) \frac{\Gamma(5)}{2n^5\beta_1^{10}} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-4, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
& + \sum_{n=5}^{12} -iK(\bar{a}_{10}(n) + i\bar{b}_{10}(n)) \frac{\Gamma(6)}{2n^6\beta_1^{12}} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-5, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
& + \sum_{n=6}^{12} -iK(\bar{a}_{12}(n) + i\bar{b}_{12}(n)) \frac{\Gamma(7)}{2n^7\beta_1^{14}} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-6, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
& + \sum_{n=7}^{12} -iK(\bar{a}_{14}(n) + i\bar{b}_{14}(n)) \frac{\Gamma(8)}{2n^8\beta_1^{16}} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-7, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right) \\
& + \sum_{n=8}^{12} -iK(\bar{a}_{16}(n) + i\bar{b}_{16}(n)) \frac{\Gamma(9)}{2n^9\beta_1^{18}} e^{-\frac{q^2}{4n\beta_1^2}} {}_1F_1\left(-8, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right),
\end{aligned} \tag{31}$$

(30) 和 (31) 式中的 $a_i(n)$, $b_i(n)$, $\bar{a}_i(n)$, $\bar{b}_i(n)$ 都是由参数 σ 、 ρ 、 β^2 和 α^2 所决定的常数. ${}_1F_1(\alpha, \gamma, z)$ 是退化的超几何函数. $\beta_1^2 = \frac{\alpha^2}{1 + 2\alpha^2\beta^2}$, n 是多重散射的次数. 把 (31) 和 (30) 作一比较发现, 由于短程关联的引入在 (31) 式中除了各项的系数 $\bar{a}_i(n)$, $\bar{b}_i(n)$ 与 (30) 式中相应的系数 $a_i(n)$, $b_i(n)$ 不同而外, 还出现了含有 ${}_1F_1\left(-5, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right)$, ${}_1F_1\left(-6, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right)$, ${}_1F_1\left(-7, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right)$, ${}_1F_1\left(-8, 1, \frac{q^2}{4n\beta_1^2}\right)$ 等项, 即出现了含 q^{10} , q^{12} , q^{14} , q^{16} 等项, 而 (30) 式中只到 q^8 项. 同时如取 $q^2 = 0.5$, 即计算中 q^2 的极大值, 那么在 (30) 式中 q^6 和 q^8 项的数值分别是 10^{-10} 和 10^{-12} 的数量级, 完全可以略去. 所以实际上对散射振幅 (30) 式有重要贡献的仅是 q^4 以前的各项. (31) 式中 q^6 项数值是 10^{-4} 数量级, 而 q 以后各项的数值最大的才是 10^{-13} 数量级的, 也可以略去. 因此对 (31) 式的散射振幅有重要贡献的也只是 q^6 以前的各项. 所以在微分截面的数值计算中, 对 (30) 式我们只取到 q^4 项, 对 (31) 式只取到 q^6 项, 也就是说短程关联使得 (31) 式中出现了重要的 q^6 项. 微分截面的理论结果如图 1 所示.

三、结果的分析和讨论

图 1 表明:

1. 假若原子核波函数取为 Slater 行列式 (4), 即只考虑 Pauli 关联而不考虑核子间的短程关联, 那么如图中的实线所示, 在 $Q_{cm}^0 \leq 40^\circ$ 的小角度处, 微分截面的理论结果与实验的符合是相当好的. 在 40° 附近虽然理论预言的第一个极小太深, 但是它的角度位置却完全与实验一致, 都在 $Q_{cm}^0 = 43^\circ$ 处. 然而在 $Q_{cm}^0 > 40^\circ$ 以后, 理论与实验发生了较

大的偏离, 第二个极大的位置和峰值都与实验不符. 这说明此时核结构的效应是相当重要的了.

2. 假若原子核波函数取为 Jastrow 波函数 (20) 和 (24), 即用 Jastrow 的方法考虑了核子间短程关联的效应, 这时如图中的虚线所示, 在 $Q_{cm}^0 \leq 56^\circ$ 的角度范围内, 理论与实验的符合是非常好的. 不仅第一个极小的位置与实验一致, 都在 $Q_{cm}^0 = 43^\circ$ 处, 而且在实验的误差范围内微分截面的数值也与实验值符合. 尤其是第二个极大的位置和实验结果一样, 都在 $Q_{cm}^0 = 51^\circ$ 附近. 在 15° 到 56° 的角度范围内整个理论曲线都落在实验点上, 56° 以后理论曲线才偏离了实验点. 我们认为这种偏离是很容易理解的, 因为 (3) 式的基本振幅只是在小角度的情况下才是一个好的近似. 对于大角度散射, 不能期望它会给出好的结果来. 同时在大角度时, Glauber 理论本身是否可用也是一个问题. 另外对 b 的高次方项所做的近似, 也可能是引起偏离的原因之一.

把 Pauli 关联和 Jastrow 关联下的理论结果与实验符合的情况加一比较我们发现, 短程关联对于改进理论与实验的符合是相当重要的. 因此在分析高能强子与原子核的碰撞现象时, 应当考虑到这种重要的关联效应.

3. 为了比较, 我们也把参考 [3] 中的 260 MeV 的 $\pi^- - ^{12}\text{C}$ 弹性散射角分布的理论结果附于图上. 如图中带圆圈的实线所示. [3] 中所用的参数和本文完全一样. 不同的只是原子核初末态的波函数用 $SU(3)$ 的结果, 散射振幅 (1) 只算到三次项. 把它与 Jastrow 波函数的结果比较后看到, 即使用了较好的核结构波函数, 但是由于没有考虑高次散射项和短程关联, 仍然不能符合实验. 这再一次表明了高次散射项和短程关联的重要性.

4. 把 Pauli 关联下的理论曲线和 Jastrow 波函数的理论曲线比较后也看到, 前者的第一个极小很深, 而后者却显著地变浅 (与实验一致). 产生这种变化的原因自然是由于短程关联. 短程关联使得单粒子波函数发生了修正, 引起了 $2S$ 、 $2P$ 态的混合, 形成了 (24) 式的波函数, 把谷填平了. 这一点是非常类似于高能粒子与氦核的散射的. 在氦核波函数中若引入 6.7% 的 D 波混合, 则实验上角分布不出现谷的现象就会得到满意的解释. 就是说 D 波的混合使谷填平了.

5. 虽然我们只讨论了弹性散射, 但是本文所采用的方法也可以处理非弹性的过程^[4]. 本文没有考虑质心关联的效应, 原因是它的修正相当于给散射振幅 $F(\mathbf{q})$ 乘以因子

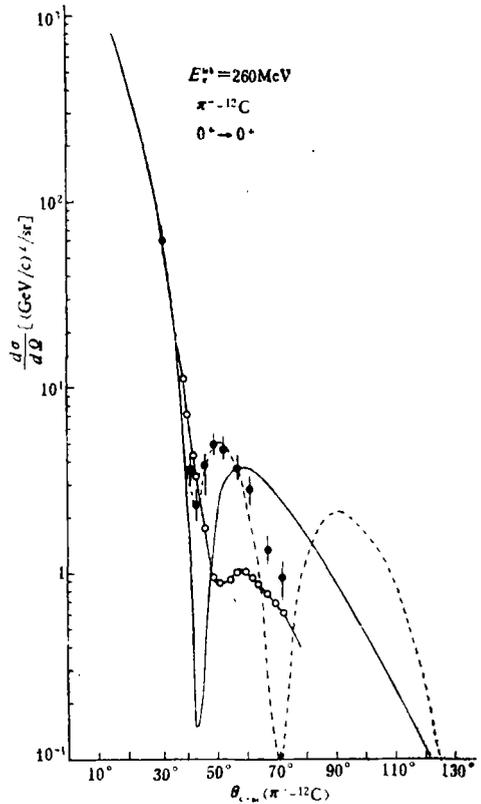


图 1 260 MeV $\pi^- - ^{12}\text{C}$ 弹性散射的微分截面 \blacklozenge 是实验点 [8]; 虚线是 Jastrow 波函数的结果; 实线是 Pauli 关联的结果; —○— 是用 $SU(3)$ 波函数, 但只考虑到三次项的结果 [3], θ_{cm}^0 是 $\pi^- - ^{12}\text{C}$ 质心系的散射角

$\frac{q^2}{e^{4a^2A}}$, 因而是明显的, 而且对于小角度散射修正也不太大。

当然由于 Glauber 理论是一个小角度近似, 所以上图中大角度处的理论曲线只有参考价值。

总之我们在 Glauber 近似下讨论了短程关联对高能强子轻核弹性散射的影响。并对 260MeV 的 π^- - ^{12}C 弹性散射微分截面进行了数值计算。结果表明: 短程关联效应是相当重要的, 在分析高能散射实验现象时应该考虑它的重要影响。

参 考 文 献

- [1] E. Oset, *Nucl. Phys.*, **A234**(1974), 458.
- [2] W. Kratschmer, *Nucl. Phys.*, **A298**(1978), 477.
- [3] 马维兴、李扬国, 高能物理与核物理, **3** (1979), 203.
- [4] C. Wilkin, *Phys. Rev.*, **174**(1968), 1197.
- [5] R. J. Glauber, *Lectures in Theoretical Physics*, Vol. 1(1958), 315.
- [6] W. Weise, *Nucl. Phys.*, **A193**(1972), 625.
- [7] 5-th Int. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure, Uppsala, June 1973.
- [8] F. Binon et al., *Nucl. Phys.*, **B17**(1970), 176.

ELASTIC SCATTERING OF HADRONS FROM NUCLEI AT HIGH ENERGY AND THE SHORT RANGE CORRELATION IN NUCLEI

MA WEI-XING LIN CHUN-CAN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The effects of short range correlation in nuclei on elastic scattering of hadrons from nuclei at high energy are studied by means of Glauber multiple diffraction theory, using Jastrow correlated wave functions. To this end, a determinant form of Jastrow correlated wave functions is used. Calculations have been carried out for π^- - ^{12}C elastic scattering at 260 MeV, and they are compared with the experiment data. The results show that the influence of the short range correlation on the different cross section is quite important.