第4卷 第4期 高 能 物 理 与 核 物 理 Vol. 4, No. 4
1980 年 7 月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS July, 1980

关于单粒子位阱理论的一点注记

吴 式 枢
(吉 林 大 学)

摘 要

对应于 (N±1) 核的断续 (d) 与连续 (c) 能谱，单粒子格林函数的 Lehmann 表示 $G_{\alpha\beta}(\omega)$ 可以分为两部分之和：

$$G_{\alpha\beta}(\omega)=G^d_{\alpha\beta}(\omega)+G^c_{\alpha\beta}(\omega).$$

虽然 $G^d_{\alpha\beta}(\omega)$ 为半纯函数，但 $G^c_{\alpha\beta}(\omega)$ 却含有支点割线. 在前几文关于非厄米单粒子位阱 $u_{\alpha\beta}=M_{\alpha\beta}(\varepsilon_\beta)$[$M_{\alpha\beta}(\omega)$ 为质量算符]的讨论中，我们只明显地考虑了 $G^d_{\alpha\beta}(\omega)$. 这相当于引进了切断近似. 本文进一步讨论了 $G^c_{\alpha\beta}(\omega)$ 的影响. 文中证明了，由此除可多得少许新结论外，以前所得结果均依然正确.

令 $M_{\alpha\beta}(\omega)$ 表示质量算符. 我们曾证明[1]，按下式

$$u_{\alpha\beta}=M_{\alpha\beta}(\varepsilon_\beta) \tag{1}$$

定义的单粒子位阱 $\boldsymbol{u}$ 具有以下性质：

1. 虽然 $\boldsymbol{u}$ 是非厄米的，但由它所确定的断续本征值 ε_γ 却一定是实数而且严格满足以下关系

$$\varepsilon_\gamma=\pm[E_{n\gamma}(\mathrm{N}\pm1)-E_0(N)], \tag{2}$$

上式中 $E_{n\gamma}(\mathrm{N}\pm1)$ 与 $E_0(N)$ 分别表示 (N±1) 核与满壳核（核子数为 N）基态的严格能量本征值.

2. $\boldsymbol{u}$ 的抵销性可解析地表示为

$$\mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\varepsilon_\beta)=0,\quad(\alpha\neq\beta) \tag{3}$$

其中 $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\omega)$ 为可约质量算符.

3. $\boldsymbol{u}$ 可使单粒子格林函数的表达式简化，例如

$$\left.\begin{aligned}&G_{pp'}(t>0)=A_{pp'}e^{-i\varepsilon_p t}+P_{pp'},\\&A_{pp}=1-\mathfrak{M}'_{pp}(\varepsilon_p),\\&A_{pp'}=\mathfrak{M}_{pp'}(\varepsilon_p)G^0_{p'}(\varepsilon_p).\ (p\neq p'),\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

其中 $P_{pp'}$ 表示 $\mathfrak{M}^{(+)}_{pp'}(\omega)$ 的极点的贡献，而且 $P_{pp'}$ 还可进一步化简.

在以前的讨论中我们采用了单粒子格林函数的下述表达式

$$G_{\alpha\beta}(\omega)=-\sum_n\left\{\frac{g^{(+)}_{\alpha\beta}(n)}{\omega-\mathscr{E}^+_n+i\eta}+\frac{g^{(-)}_{\alpha\beta}(n)}{\omega+\mathscr{E}^-_n-i\eta}\right\}^{1)}_{\eta\to0+}, \tag{5}$$

本文 1979 年 3 月 13 日收到.

1) 求和时允许出现偶然退化 $\mathscr{E}^\pm_n=\mathscr{E}^\pm_{n+1}$ 的情形. 注意，对于断续谱，即使 $\mathscr{E}^\pm_n=\mathscr{E}^\pm_{n+1}$，我们仍可通过适当的极限步骤使式 (6) 有明确的含意.

其中 $\mathscr{E}_n^{\pm} = E_n(\mathrm{N}\pm 1) - E_0(N)$,

$$\left.\begin{aligned} g_{\alpha\beta}^{(+)}(n) &= \langle\Psi_0|\xi_\alpha|\Psi_n(\mathrm{N}+1)\rangle\langle\Psi_n(\mathrm{N}+1)|\xi_\beta^+|\Psi_0(N)\rangle, \\ g_{\alpha\beta}^{(-)}(n) &= \langle\Psi_0|\xi_\beta^+|\Psi_n(\mathrm{N}-1)\rangle\langle\Psi_n(\mathrm{N}-1)|\xi_\alpha|\Psi_0(N)\rangle, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

但没有明显考虑 (N±1) 核的连续谱的影响. 这相当于引进了切断近似. 我们知道，当 (5) 式中的 $\sum$ 只理解为向断续谱求和时，$G_{\alpha\beta}(\omega)$ 的奇异点只是极点，而当考虑了 (N±1) 核的连续谱后，则 $G_{\alpha\beta}$ 不仅含有极点而且还将含有支点及支点割线. 本文的目的在于指出,即使考虑了后者,以前所得结论依然严格成立.

下面将用 $(\mathscr{E}^{\pm}, \Lambda)$ 标志连续谱波函数,其中 $\mathscr{E}^{\pm} = E(\mathrm{N}\pm 1) - E_0(N)$, Λ 表示其它量子数. 显然, (N±1) 核都可有不同的分拆，每一分拆将简称为一个道，对应于第 κ 道阈能 $[E_{\mathrm{th}}^{\kappa}(\mathrm{N}\pm 1) - E_0(\mathrm{N}\pm 1)]$ 的 $\mathscr{E}^{\pm}$ 值将用

$$\Delta_\kappa^{\pm} = E_{\mathrm{th}}^{\kappa}(\mathrm{N}\pm 1) - E_0(N)$$

表示. 此外,为了叙述方便还将采用以下编号顺序:

$$\Delta_\kappa^{\pm} \leqslant \Delta_{\kappa+1}^{\pm} \quad (\kappa = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \cdots).$$

考虑到 (N±1) 核的连续谱的贡献后，$G_{\alpha\beta}$ 可以明显地写为:

$$G_{\alpha\beta}(\omega) = G_{\alpha\beta}^{d}(\omega) + G_{\alpha\beta}^{c}(\omega), \tag{7}$$

其中 $G_{\alpha\beta}^d$ 与 $G_{\alpha\beta}^c$ 分别表示断续谱与连续谱的贡献. $G_{\alpha\beta}^d$ 的表达式如 (5) 式所示，只是现在 $\sum$ 应理解为只向断续谱求和. $G_{\alpha\beta}^c$ 可写如下形式:

$$G_{\alpha\beta}^{c}(\omega) = F_{\alpha\beta}^{(+)}(\omega) + F_{\alpha\beta}^{(-)}(\omega), \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} F_{\alpha\beta}^{(+)}(\omega) &= \int_{\Delta_{\mathrm{I}}^{+}}^{\infty} d\mathscr{E}\,\frac{g_{\alpha\beta}^{(+)}(\mathscr{E})}{\mathscr{E}-\omega-i\eta}, \\ F_{\alpha\beta}^{(-)}(\omega) &= -\int_{\Delta_{\mathrm{I}}^{-}}^{\infty} d\mathscr{E}\,\frac{g_{\alpha\beta}^{(-)}(\mathscr{E})}{\mathscr{E}+\omega-i\eta}. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

上式中

$$g_{\alpha\beta}^{(+)}(\mathscr{E}) = \Sigma_\kappa g_{\alpha\beta}^{(\pm)\kappa}(\mathscr{E}), \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned} g_{\alpha\beta}^{(+)\kappa}(\mathscr{E}) &= \langle\Psi_0|\xi_\alpha|\Psi_{\mathscr{E}\Lambda_\kappa}(\mathrm{N}+1)\rangle\langle\Psi_{\mathscr{E}\Lambda_\kappa}(\mathrm{N}+1)|\xi_\beta^+|\Psi_0\rangle, \\ g_{\alpha\beta}^{(-)\kappa}(\mathscr{E}) &= \langle\Psi_0|\xi_\beta^+|\Psi_{\mathscr{E}\Lambda_\kappa}(\mathrm{N}-1)\rangle\langle\Psi_{\mathscr{E}\Lambda_\kappa}(\mathrm{N}-1)|\xi_\alpha|\Psi_0\rangle. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

注意，虽然 $\mathscr{E} = \Delta_\kappa^{\pm}(\kappa > \mathrm{I})$ 可能分别是 $g_{\alpha\beta}^{(\pm)}$ 的间断点，但恒可以这样选择 $\Psi_{\mathscr{E}\Lambda_\kappa}(\mathrm{N}\pm 1)$ 使得 $g_{\alpha\beta}^{(\pm)\kappa}$ 在它们的定义区间不含间断点. 例如,设 $\Delta_{\mathrm{I}}^{+} = \Delta_{\mathrm{II}}^{+}$, 其中 I 与 II 分别表示 α 衰变与裂变道,道中子核均处于基态，而当 $\mathscr{E} \geqslant \Delta_{\mathrm{III}}^{+}$ 时道 III 开放，假定它所含子核与道 II 相同,只是其中一个子核处于第一激发态,这时于区间 $\Delta_{\mathrm{I}}^{+}(=\Delta_{\mathrm{II}}^{+}) \leqslant \mathscr{E} < \Delta_{\mathrm{III}}^{+}$ 有

$$g_{\alpha\beta}^{(+)}(\mathscr{E}) = g_{\alpha\beta}^{(+)\mathrm{I}}(\mathscr{E}) + g_{\alpha\beta}^{(+)\mathrm{II}}(\mathscr{E}),$$

而于区间 $\Delta_{\mathrm{III}}^{+} \leqslant \mathscr{E} < \Delta_{\mathrm{IV}}^{+}$ 则有

$$g_{\alpha\beta}^{(+)}(\mathscr{E}) = \sum_{\kappa=\mathrm{I}}^{\mathrm{III}} g_{\alpha\beta}^{(+)\kappa}(\mathscr{E}).$$

显然,如果 $g_{\alpha\beta}^{(+)\mathrm{III}}(\Delta_{\mathrm{III}}^{+}) \neq 0$, 则 $\mathscr{E} = \Delta_{\mathrm{III}}^{+}$ 是 $g_{\alpha\beta}^{(+)}$ 的间断点,但却并不是 $g_{\alpha\beta}^{(+)\kappa}(\kappa = \mathrm{I}, \mathrm{II})$ 的间断点,等等. 以 (10) 式代入 (9) 式，$F_{\alpha\beta}^{(\pm)}$ 可改写为

$$F_{\alpha\beta}^{(\pm)}(\omega) = \sum_{\kappa} F_{\alpha\beta}^{(\pm)\kappa}(\omega), \tag{12a}$$

$$
\left.\begin{aligned}
F_{\alpha\beta}^{(+)\kappa}(\omega) &= \int_{\Delta_\kappa^+}^{\infty} d\mathscr{E}\, \frac{g_{\alpha\beta}^{(+)\kappa}(\mathscr{E})}{\mathscr{E}-\omega-i\eta}, \\
F_{\alpha\beta}^{(-)\kappa}(\omega) &= -\int_{\Delta_\kappa^-}^{\infty} d\mathscr{E}\, \frac{g_{\alpha\beta}^{(-)\kappa}(\mathscr{E})}{\mathscr{E}+\omega-i\eta} = \int_{-\infty}^{-\Delta_\kappa^-} dZ\, \frac{g_{\alpha\beta}^{(-)\kappa}(-Z)}{Z-\omega+i\eta}.
\end{aligned}\right\} \tag{12b}
$$

$F_{\alpha\beta}^{(\pm)\kappa}(\omega)$ 均为 Cauchy 积分,积分线路 $L_\kappa^\pm$ 为平行于实轴的半直线(见图 1). Cauchy 积分

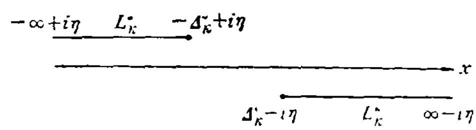

图 1 积分线路 $L_\kappa^\pm$

的解析性已熟知[2], 于积分线路 $L_\kappa^+(L_\kappa^-)$ 之外它是解析的, $L_\kappa^+(L_\kappa^-)$ 是它的支点割线, 其端点 $\Delta_\kappa^+ - i\eta(-\Delta_\kappa^- + i\eta)$ 为支点,于这点它有对数奇异性(如果于这点 $g_{\alpha\beta}^{(\pm)\kappa}$ 等于零, 则这个奇异性可以不出现).

和以前一样,下面将主要讨论以下单粒子 Schrödinger 方程

$$
\boldsymbol{h}|\gamma\rangle = (\boldsymbol{t}+\boldsymbol{u})|\gamma\rangle = \varepsilon_\gamma|\gamma\rangle \tag{13}
$$

的断续本征谱.

文 [III] 曾证明,如果按 (1) 式选择 $\boldsymbol{u}$, 则 ε_γ 必有以下特征: 至少存有一个 α 使下式

$$
G_{\gamma\alpha}(\varepsilon_\gamma) = \infty \tag{14}
$$

成立. 根据 (7) 式、(5) 与 (12) 这说明, ε_γ 必定或者为 $G_{\gamma\alpha}^d(\omega)$ 的某一极点,或者为某一 $L_\kappa^\pm$ 的端点,即或者

$$
\varepsilon_\gamma = \pm[E_{n\gamma}(\mathrm{N}\pm1) - E_0(N)], \tag{15a}
$$

或者

$$
\varepsilon_\gamma = \pm\Delta_\kappa^\pm = \pm[E_{\mathrm{th}}^\kappa(\mathrm{N}\pm1) - E_0(N)]. \tag{15b}
$$

显然,在这两种情况下 ε_γ 均必为实数. 注意,和文 [III] 的结果相比,在考虑了 $G_{\alpha\beta}^c$ 后,增加了 (15b) 的可能性,这也是一个可以预期的结果. 很明显,我们不能期望 (N±1) 核的能谱全由 $\{\varepsilon_\gamma\}$ 所给出. 对于断续谱,能量本征值 $E_{n\gamma}(\mathrm{N}\pm1)$ 满足 (2) 式的态将称为 N+1(N − 1) 核的单粒子(单空穴)态,其它的态将统一称为集体运动态. 自然,这并不排除还可以出现偶然退化,即某些集体运动态的本征能量恰巧也满足 (2) 式. 对于连续谱,我们将称 (N + 1) 核分拆为处于基态的N核与一个核子的道为 κ_0 道. 令 ε_0^c 表示 $\boldsymbol{h}$ 的连续谱的起点.根据物理考虑 (15b) 式说明,我们有 $\varepsilon_0^c = \Delta_{\kappa_0}^+$, 而 $\boldsymbol{h}$ 的断续谱均满足 (15a) 式,后者也就是 (2) 式, 即文 [III] 所求得的结果. 虽然一般 κ_0 等于 I, 即 $\Delta_{\kappa_0}^+ = \Delta_{\mathrm{I}}^+$, 但也可出现 $\kappa_0 > \mathrm{I}$ 的情形,例如, 如果 (N + 1) 核的基态相对于 α 衰变或裂变不稳定, 则 Δ_{I}^+ 将由 α 衰变道或自发裂变道所决定. 不难看出, 即使对于连续谱中出现断续谱的情形, 式 (7) 依然正确. 因此,如果 $\Delta_{\kappa_0}^+ > \Delta_{\mathrm{I}}^+$ 且 (13) 式存有断续谱的解,则 (N + 1) 核将可存有亚稳定的单粒子态,它相对于单核子衰变是稳定的,但相对于某些其它道的衰变却是不稳定的. 同样,(N − 1) 核也可能存有亚稳定的单空穴态.

注意,由式 (14) 只能得到, ε_γ 或者满足 (15a) 式,或者满足式(15b). 为了判断 ε_γ 是

否至少是某一 $G_{\alpha\beta}(\omega)$ 的极点可使用文 [I] 提出的判据.我们知道,可约质量算符 $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\omega)$ 与 $G_{\alpha\beta}(\omega)$ 之间有以下关系:

$$G_{\alpha\beta}(\omega)=\delta_{\alpha\beta}G_{\alpha}^{0}(\omega)+G_{\alpha}^{0}(\omega)\mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\omega)G_{\beta}^{0}(\omega) \tag{16a}$$

或

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\omega)&=G_{\alpha}^{0}(\omega)^{-1}G_{\alpha\beta}(\omega)G_{\beta}^{0}(\omega)^{-1}-\delta_{\alpha\beta}G_{\beta}^{0}(\omega)^{-1}\\&=\mathfrak{N}_{\alpha\beta}^{d}(\omega)+\mathfrak{N}_{\alpha\beta}^{c}(\omega)-\delta_{\alpha\beta}G_{\beta}^{0}(\omega)^{-1},\end{aligned} \tag{16b}$$

其中

$$\mathfrak{N}_{\alpha\beta}^{\tau}(\omega)=G_{\alpha}^{0}(\omega)^{-1}G_{\alpha\beta}^{\tau}(\omega)G_{\beta}^{0}(\omega)^{-1}\ (\tau=d,\ c). \tag{17}$$

因为

$$G_{\alpha}^{0}(\omega)^{-1}=-(\omega-\varepsilon_{\alpha}\pm i\eta)_{\eta\to0+}. \tag{18}$$

上式括号中如果 α 为粒子(空穴)态，则取上(下)方符号，所以恒有 $\mathfrak{M}_{\alpha\alpha}(\varepsilon_{\alpha})=0$. 对于 $\alpha\neq\beta$ 的情形,根据 (8) 式与 (12) 容易看出,如果 ε_{α} 不是某一 $L_{\kappa}^{\pm}$ 的端点,显然

$$\mathfrak{N}_{\alpha\beta}^{c}(\varepsilon_{\alpha})=\mathfrak{N}_{\beta\alpha}^{c}(\varepsilon_{\alpha})=0; \tag{19a}$$

如果 ε_{α} 是某一 $L_{\kappa}^{\pm}$ 的端点,则由于

$$\lim_{x\to0}x\ln x=0,$$

因此式 (19a) 依然成立. 这说明,和文 [I] 相同我们有以下结论: 如果至少存有一个 β 使 $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\varepsilon_{\alpha})\neq0$ 或 $\mathfrak{M}_{\beta\alpha}(\varepsilon_{\alpha})\neq0$，则 ε_{α} 必为某一 $G_{\alpha\beta}(\omega)$ 或 $G_{\beta\alpha}(\omega)$ 的极点，即 ε_{α} 必满足 (15a) 式. 同样,根据 Cauchy 积分及其导数的性质[2]有

$$\left\{\frac{d}{d\omega}\mathfrak{N}_{\alpha\alpha}^{c}(\omega)\right\}_{\omega=\varepsilon_{\alpha}}=0, \tag{19b}$$

故文 [I] 的下述结果也成立,即如果

$$1-\mathfrak{M}_{\alpha\alpha}'(\varepsilon_{\alpha})\neq0,$$

则 ε_{α} 必为 $G_{\alpha\alpha}(\omega)$ 的极点,由此必满足 (15a) 式. 很明显，以上结果的逆亦真，即如果 ε_{α} 是某一 $G_{\alpha\beta}(\omega)$ 或 $G_{\beta\alpha}(\omega)$ 的极点,则以下各量

$$\{1-\mathfrak{M}_{\alpha\alpha}'(\varepsilon_{\alpha}),\quad \mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\varepsilon_{\alpha}),\quad \mathfrak{M}_{\beta\alpha}(\varepsilon_{\alpha})\} \tag{20}$$

中至少有一个不等于零. 为了计算上述各量可以采用文 [III] 中提出的方法. 考虑了 $G_{\alpha\beta}^{c}(\omega)$ 后,文 [III] 第三节中只有以下一点需要作一些补充. 如果 $\tilde{\mathfrak{M}}_{\alpha\alpha}(\varepsilon_{\alpha})=0$，则 ε_{α} 现在可以或者是 $G_{\alpha\alpha}(\omega)$ 的极点,或者是某一 $L_{\kappa}^{\pm}$ 的端点. 如上所述，为了进一步区分这两种情况,可以引用 (20) 中的量.

下面让我们再对式 (4) 作一点注释. 我们知道,虽然 $G_{\alpha\beta}^{c}(\omega)$ 与 $\mathfrak{N}_{\alpha\beta}^{c}(\omega)$ [参看式 (8) 与 (17)] 含有支点与支点割线,但在计算以下傅氏积分

$$G_{\alpha\beta}(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{-i\omega t}G_{\alpha\beta}^{c}(\omega)=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{-i\omega t}G_{\alpha}^{0}(\omega)\mathfrak{N}_{\alpha\beta}^{c}(\omega)G_{\beta}^{0}(\omega) \tag{21}$$

时却可将它们的奇异性简单地看为是沿积分线路连续分布的极点,这是因为，如果以 (8) 式代入 (21) 式,则由此出现的二重积分 $\int d\omega\int d\mathscr{E}$ 的次序可以交换,即可先做 $d\omega$ 的积分，然后再做 $d\mathscr{E}$ 的积分[3]. 以上结果说明,文 [I] 与 [II] 中的傅氏积分在提到 $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}^{\pm}(\omega)$ 的极点的贡献时,在考虑了 $G_{\alpha\beta}^{c}$ 后只须理解为还包含连续分布的极点的贡献.

上面只讨论了 $\boldsymbol{h}$ 的断续谱，即 $G_{\alpha\beta}(\omega)$ 等的脚标 α 与 β 都只指 $\boldsymbol{h}$ 的断续谱态．显然，下式

$$M_{\alpha\beta}(\omega)=(\omega-\varepsilon_\alpha)\delta_{\alpha\beta}+u_{\alpha\beta}+G^{-1}_{\alpha\beta}(\omega) \tag{22}$$

当 α 与 β 为断续或连续谱态时均成立[1]．以 (1) 式代入上式可以立即看出，(14) 式对 γ 表示连续谱态时同样正确．因为现在 ε_γ 连续可变，所以除了偶然情况外，不可能期望 ε_γ 或者满足 (15a) 式，或者满足 (15b) 式，注意，(14) 式对连续谱的 γ 成立相当于要求下式

$$F^{(+)\kappa_0}_{\gamma\alpha}(\omega=\varepsilon_\gamma)\equiv\lim_{\eta\to 0+}F^{(+)\kappa_0}_{\gamma\alpha}(\varepsilon_\gamma)=\infty, \tag{23}$$

不仅对 $\varepsilon_\gamma=\Delta^+_{\kappa_0}$ 而且对区域 $\Delta^+_{\kappa_0}<\varepsilon_\gamma<\infty$ 中的任一 ε_γ 均成立．这也是为什么我们需要区别讨论 $\boldsymbol{h}$ 的断续谱与连续谱的原因[2]．不难看出，(23) 式是有解的，例如，若

$$g^{(+)\kappa_0}_{\gamma\alpha}(\mathscr{E})=\delta(\mathscr{E}-\varepsilon_\gamma)g^{(+)\kappa_0}_{\gamma\alpha}(\varepsilon_\gamma), \tag{24}$$

则

$$F^{(+)\kappa_0}_{\gamma\alpha}(\omega)=-\frac{g^{(+)\kappa_0}_{\gamma\alpha}(\varepsilon_\gamma)}{\omega-\varepsilon_\gamma+i\eta}, \tag{25}$$

即虽然 ε_γ 属于 $\boldsymbol{h}$ 的连续谱，它仍是 $G_{\gamma\alpha}(\omega)$ 的极点．以上结果是不奇怪的，因为 $G^0_{\gamma\alpha}(\omega)$ 就有此性质．我们期望，按 (1) 式选择 $\boldsymbol{u}$ 时，(24) 式与 (25) 的确成立．由此将说明，按 (1) 式选择的 $\boldsymbol{u}$ 有可能使 $G_{\gamma\alpha}(\omega)$ 不仅对 $\boldsymbol{h}$ 的断续谱态而且对其连续谱态均将十分接近于 $G^0_{\gamma\alpha}(\omega)$ 的表达式，关于这点以及和 $\boldsymbol{h}$ 的连续谱态有关的一些其它问题将在下一文中作进一步的讨论．

我们知道，可约质量算符 $\mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\omega)$ 的迭代解可以写如下形式：

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_{\alpha\beta}(\omega)=&[u-M(\omega)]_{\alpha\beta}+\sum_\gamma[u-M(\omega)]_{\alpha\gamma}G^0_\gamma(\omega)[u-M(\omega)]_{\gamma\beta}\\&+\sum_{\gamma\delta}[u-M(\omega)]_{\alpha\gamma}G^0_\gamma(\omega)[u-M(\omega)]_{\gamma\delta}G^0_\delta(\omega)[u-M(\omega)]_{\delta\beta}+\cdots,\end{aligned} \tag{26}$$

以 $\omega=\varepsilon_\beta$ 代入上式可以看出，若按式 (1) 选择 $\boldsymbol{u}$，则上式右边的第一项必等于零．但是要想由此得到式 (3) 就还需要假定 $M_{\alpha\gamma}(\varepsilon_\beta)$ 与 $M'_{\alpha\beta}(\varepsilon_\beta)$ 都只取有限值．此外，文 [III] 第三节也引用了上述假定．关于这个假定是否正确，(22) 式与 $G^{-1}_{\alpha\beta}(\varepsilon_\beta)=0$ (参看文 [III]) 只提供了部分答案．虽然我们期望它是正确的，而且这个问题也可以通过具体计算而得到解答，但由于后者常只是近似的，所以这样得到的答案将也只是近似的．为了严格解决这个问题，有必要进一步研究 $M_{\alpha\beta}(\omega)$ 的解析性．对于有限核，因为 $G_{\alpha\beta}(\omega)$ 与 $M_{\alpha\beta}(\omega)$ 的非对角元均不等于零，所以这不是一个简单的问题．关于这个问题，Kuo[5] 和他的合作者正在进行研究．我很感谢郭子斯教授在发表前就告诉了我他们的工作．这促使我对本文的课题作了进一步的探讨．

附　　录

关于 $\lim\limits_{\eta\to 0+}F^{(\pm)\kappa}_{\gamma\alpha}(\omega=\varepsilon)$，其中 $\Delta^\pm_\kappa<\varepsilon<\infty$．

1) 自然，对所考虑的核子-核子间相互作用我们假定了 $M_{\alpha\beta}(\omega)$ 存在或通过适当的收敛化方法可使之存在．

2) 参看附录．

因为 $\Psi_{\varepsilon\Lambda_\kappa}(\mathrm{N}+1)$ 是 $(\mathrm{N}+1)$ 核的严格本征函数，所以它和单粒位阱 $\boldsymbol{u}$ 的选择无关. 如果 α 指的是 $\boldsymbol{h}$ 的断续谱态，则波函数 $\xi_\alpha^+|\Psi_0\rangle$ 的模存在，即其坐标表示是平方可积的. 因此，倘若 $\Psi_{\varepsilon\Lambda_\kappa}(\mathrm{N}+1)$ 是$\mathscr{E}$的可微函数[5]，则可以期望 $\langle\Psi_{\varepsilon\Lambda_\kappa}(N+1)|\xi_\alpha^+|\Psi_0\rangle$ 也是 $\mathscr{E}$ 的可微函数. 显然，以上论据同样适用于有关的其它矩阵元. 这说明，对于 $\boldsymbol{h}$ 的断续谱态，可以假定 $g_{\gamma\alpha}^{(\pm)\kappa}(\mathscr{E})$ 不仅使 (12b) 式中的积分存在 (条件 1) 而且它们分别于区间 $I_\kappa^\pm(\Delta_\kappa^\pm<\mathscr{E}<\infty)$ 满足 Hölder 条件 $H(\mu)$，其中 μ 至少大于零(条件 2). 由此，令 ε 为 $I_\kappa^\pm$ 中任意一点，以下极限

$$F_{\gamma\alpha}^{(\pm)\kappa}(\varepsilon)\equiv\lim_{\eta\to0+}F_{\gamma\alpha}^{(\pm)\kappa}(\omega=\varepsilon)$$

必存在[2]，即不可能出现 (23) 式的情形.

注意，为了由 (14) 式证得 ε_γ 必为实数，上述条件 1 就够了，因这已足以肯定，使

$$F_{\gamma\alpha}^{(\pm)\kappa}(\hat{\varepsilon})=\infty$$

的点 $\hat{\varepsilon}$ 亦必在实轴上.

参　考　文　献

[1] 吴式枢，物理学报，**25** (1976)，433；高能物理与核物理，**2** (1978) 10；同左 (待发表). 这三文简称为文 [I]，[II] 与 [III].
[2] N. I. Muskhelishvili, Singular Integral Equations, 1953; H. Bremermann, Distributions, Complex Variables, and Fourier Transforms, 1965.
[3] J. R. Schrieffer, many-body Theory, ANL-6527, 1962.
[4] J. R. Taylor, Scattering Theory, Ch. 20, 1972.
[5] T. T. S. Kou, 私人通讯.

A NOTE ON THE THEORY OF SINGLE PARTICLE POTENTIALS

WU SHI-SHU
(*Jilin University*)

ABSTRACT

It is well known that corresponding to the discrete (d) and continuous (c) energy spectra of the nuclei $(\mathrm{N}+1)$ and $(\mathrm{N}-1)$, the Lehmann representation of the single particle (sp) Green function $G_{\alpha\beta}(\omega)$ may be separated into two parts:

$$G_{\alpha\beta}(\omega)=G_{\alpha\beta}^d(\omega)+G_{\alpha\beta}^c(\omega).$$

Although $G_{\alpha\beta}^d(\omega)$ is a meromorphic function, $G_{\alpha\beta}^c(\omega)$ contains branch cuts. In our previous discussion of the non-hermitian sp potential $u_{\alpha\beta}=M_{\alpha\beta}(\varepsilon_\beta)$ defined in terms of the mass operator $M_{\alpha\beta}(\omega)$, we have only considered $G_{\alpha\beta}^d(\omega)$ explicitly. This corresponds to a truncation approximation. In this paper, the consequences due to $G_{\alpha\beta}^c(\omega)$ are further investigated. It is shown that besides a few new conclusions, all the results obtained previously remain true.