第5卷 第1期　　高能物理与核物理　　Vol. 5, No. 1
1981年1月　　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　　Jan., 1981

多扇环形结构永磁多极系统场形的解析分析

刘茂三　陈仁怀　吴文泰　李淑珍
（中国科学院高能物理研究所）

多扇环形结构是一种新型结构的永磁多极系统. 由于此种结构有效地克服了侧向漏磁，故能获得更高的磁场强度，已开始应用于高能直线加速器[1-2]. 这是一种很有发展前途的新结构.

设多扇环形结构N极系统长为$2L$. 在横截面内，其磁极排布为：在内半径为R_1，外半径为R_2的环形区域内，沿周均布N组扇面磁体。以第一组为例在圆柱坐标系统中，扇角为$\frac{2\pi}{N}$的第一组磁体内，匀布$(n+2)$个扇面磁体，每扇相隔$2\pi/(n+2)N$角度. 从$\theta=0$开始，依次为半扇径向磁化磁体（半张角α，磁化方向背离圆心）；然后是$n/2$扇斜向磁化磁体（每扇张角2γ），其磁化方向与径向夹角依次为$\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_p, \cdots, \varphi_{n/2}$. 在$\theta=\frac{\pi}{N}$处是一扇角向磁化磁体（张角$2\beta$，方向沿$\theta$正向）；然后又是$n/2$扇斜向磁化磁体（每扇张角$2\gamma$），磁化方向与径向交角依次为$(\pi-\varphi_{\frac{n}{2}})$，$(\pi-\varphi_{\frac{n}{2}-1})$，$\cdots$. $(\pi-\varphi_2)$，$(\pi-\varphi_1)$；最后在$\theta=\frac{2\pi}{N}$处是半扇径向磁化磁体（半张角α，磁化方向指向圆心）。仿此，沿整个圆周共有这样的磁体N组，其磁化方向对$\theta=\frac{2l\pi}{N}(l=1,2,3,\cdots,N)$面为镜面对称。在$N$组中，每组有$(n+2)$扇磁体，故全周一共有$N(n+2)$扇磁体，$N$，$n$均为偶数。

根据“均匀磁化”的方法，任一体积为V'的磁体内，磁化强度矢量$\boldsymbol{M}$处处相等，则它在无电流或自由电荷的空间任一点所产生的标量磁位为

$$\phi(r,\theta,z)=M_r\int_{V'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(\frac{1}{\rho}\right)dV'+M_\theta\int_{V'}\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{1}{\rho}\right)dV' + M_z\int\frac{\partial}{\partial z'}\left(\frac{1}{\rho}\right)dV'. \tag{1}$$

式中

$$\rho=\sqrt{r^2+r'^2+(z-z')^2-2rr'\cos(\theta-\theta')}$$

M_r，M_θ和M_z是均匀磁化强度$\boldsymbol{M}$在柱坐标三个方向上的分量。带“'”的表示积分动

本文1980年3月17日收到。

点坐标，不带“'”的表示观测点坐标。

在上述多扇环形结构中，设各扇面磁体分别都被均匀磁化[1)]，且它们的 $|\boldsymbol{M}|$ 相等（z 向不受磁化，即 $M_z=0$）。当 $\alpha=\beta=\gamma=\dfrac{\varepsilon\pi}{(n+2)N}$，$\varphi_P=\dfrac{\pi}{n+2}P$ 时，根据(1)式并利用谐波分析的解析方法，不难得到此种结构系统在空间任一点的磁场角向分量和径向分量为

$$
\begin{aligned}
H_\theta(r,\theta,z)=&\frac{2NM(2+n)}{\pi r}\sum_{j=0}^{\infty}\int_{R_1}^{R_2}r'dr'\int_{-L}^{L}dz'\left\{\sin\frac{2(n+2)j+1}{2(n+2)}\varepsilon\pi\right.\\
&\times\left[\frac{\partial}{\partial r'}\cdot\frac{Q_{\frac{2(n+2)j+1}{2}N-\frac{1}{2}}(x)}{\sqrt{rr'}}-\frac{2(n+2)j+1}{2}N\cdot\frac{Q_{\frac{2(n+2)j+1}{2}N-\frac{1}{2}}(x)}{r'\sqrt{rr'}}\right]\\
&\times\sin\frac{2(n+2)j+1}{2}N\theta+\sin\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2(n+2)}\varepsilon\pi\\
&\times\left[\frac{\partial}{\partial r'}\cdot\frac{Q_{\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2}N-\frac{1}{2}}(x)}{\sqrt{rr'}}+\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2}N\frac{Q_{\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2}N-\frac{1}{2}}(x)}{r'\sqrt{rr'}}\right]\\
&\left.\times\sin\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2}N\theta\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
H_r(r,\theta,z)=&-\frac{2NM(n+2)}{\pi}\sum_{j=0}^{\infty}\int_{R_1}^{R_2}r'dr'\int_{-L}^{L}dz'\frac{\partial}{\partial r}\left\{\sin\frac{2(n+2)j+1}{2(n+2)}\varepsilon\pi\right.\\
&\times\left[\frac{\partial}{\partial r'}\cdot\frac{2Q_{\frac{2(n+2)j+1}{2}N-\frac{1}{2}}(x)}{[2(n+2)j+1]N\sqrt{rr'}}-\frac{Q_{\frac{2(n+2)j+1}{2}N-\frac{1}{2}}(x)}{r'\sqrt{rr'}}\right]\cos\frac{2(n+2)j+1}{2}N\theta\\
&+\sin\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2(n+2)}\varepsilon\pi\left[\frac{\partial}{\partial r'}\cdot\frac{2Q_{\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2}N-\frac{1}{2}}(x)}{[2(n+2)(j+1)-1]N\sqrt{rr'}}\right.\\
&\left.\left.+\frac{Q_{\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2}N-\frac{1}{2}}(x)}{r'\sqrt{rr'}}\right]\cos\frac{2(n+2)(j+1)-1}{2}N\theta\right\}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

式中 $Q_{m-\frac{1}{2}}(x)$ 为半整数阶勒让得函数；$x=\dfrac{r^2+r'^2+(z-z')^2}{2rr'}$；$0<\varepsilon\leqslant1$，$m=\dfrac{2(n+2)j+1}{2}N$ 或 $\dfrac{2(n+2)(j+1)-1}{2}N$。

参考文献

[1] R. F. Holsinger, 1979 Proton Linear Accelerator Conference.

[2] K. Halbach, *IEEE Trans.*, NS-26, 1979.

1) 对于各向异性材料，在其易磁化方向上进行磁化不难获得只有一个方向的磁化强度，如钐钴合金一类材料，其返回导磁率非常接近1，故在磁体拆装过程中，磁化强度将始终保持不变。

ON THE ANALYSIS OF SEGMENTED RING PERMANENT MAGNET MULTIPOLE FIELDS

LIU MAO-SAN　CHEN REN-HUAI　WU WEN-TAI　LI SHU-ZHEN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Assuming uniform magnetization of individual magnet piece, a three dimensional analytical expression for the magnetic field of a newly developed multipole structure—the permanent magnet segmented ring structure— is derived.