

## 研究简报

## Kaluza 型相互作用的诱导

郭汉英

(中国科学院理论物理研究所)

## 摘 要

Kaluza 型相互作用,包括 Einstein 引力、Abel 与非 Abel 规范场,以及它们之间的统一,都可能由主丛背景度规中的某种基本场的量子效应诱导出来。这样, Kaluza 型相互作用就有可能不作为基本相互作用,而作为某种等效相互作用来处理。

近来,一些作者相继指出<sup>[1]</sup>,由某些定义在弯曲时空中的基本场的量子效应可以得到时空的标量曲率  $R$ ,而且,有可能通过某种自作用使得这种基本场的真空期望值给出 Newton 引力常数  $G$ 。这样, Einstein 引力作用就有可能不必作为基本作用,而作为某种诱导的等效作用。

本文指出,这种量子诱导机制可以推广到任何 Kaluza 型相互作用,包括 Abel 和非 Abel 规范场,以及它们和引力的 Kaluza 型统一。

标量曲率  $R$  可以从弯曲时空中某些场量的量子效应得到的这一事实是早已知道的。以标量场为例。若拉氏密度为

$$\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - U(\phi), \quad \mu = 0, \dots, 3 \quad (1)$$

$g_{\mu\nu}$  为弯曲时空的度规。不难用协变量子化方法将  $\phi$  场量子化,并计算在背景场  $g_{\mu\nu}$  中  $\phi$  场的量子效应。可以证明,在量子修正中将出现正比于  $R$  的项<sup>[2]</sup>:

$$\Delta \mathcal{L} = a \phi^2 R + \dots \quad (2)$$

$a$  是一确定的无量纲参数。事实上,  $[R] = L^{-2}$ , 因而,从量纲分析的角度来看,出现这一项是很自然的。进而,如果假定  $\phi$  场的真空期望值恰巧使得  $\langle a \phi^2 \rangle = (16\pi G)^{-1}$ , 那么,引力作用就可以这样通过在弯曲时空中的标量场的量子效应及其真空期望值诱导出来。

我们知道,可以把 Einstein 引力场看作是一种规范场。于是,人们自然会提出这样的问题:既然作为一种特殊的规范场的引力场可以这样诱导出来,那么,一般的规范场,以及它们与引力场的统一,是否也可以这样诱导出来呢?

答案是肯定的:任何规范场,包括 Abel 和非 Abel 规范场,以及它们与 Einstein 引力的 Kaluza 型统一,都可以通过某种基本场的量子效应及其真空期望值诱导出来。这是因为:

1. 根据 Kaluza 型统一场论的主丛表述<sup>[3]</sup>, 任何规范场, 以及它们与 Einstein 引力场的统一作用量都可以用主丛作为 Riemann 流形的标量曲率表示出来. 我们称之为 Kaluza 型相互作用;

2. 时空  $M^4$  上的, 在群  $G$  规范变换下协变的物质场论可以表述为以  $M^4$  为底,  $G$  为结构群的主丛  $P(M, G)$  上的“自由”场论<sup>[4]</sup>;

3. 在弯曲的丛空间中, 考虑上述“自由”场论的量子效应. 仅仅说量纲分析就可以知道, 在最低阶的量子修正中就会出现正比于主丛标量曲率  $R_P$  的项. 这样, 我们就可以说定义在主丛空间上的自由场论, 亦即定义在时空  $M^4$  上的规范协变的物质场论的量子效应, 将 Kaluza 型相互作用诱导出来.

下面, 我们讨论一个简单的例子.

考虑弯曲时空  $M^4$  中的复标量场  $\phi(x)$ , 讨论如何通过  $\phi(x)$  场的量子效应诱导出引力场和  $U(1)$  规范场.

首先, 构造主丛  $P(M^4, U_1)$ . 引入局部坐标  $X^A = (x^\mu, \alpha)$ ,  $i \xrightarrow{\text{exp}} e^{i\alpha} U_1$ . 在丛空间上定义  $U_1$  右移不变的度量

$$dX^2 = G_{AB} dX^A dX^B = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - a_0^2 (d\alpha + e A_\mu dx^\mu)^2 \quad (3)$$

$a_0$  是一量纲常数 [ $a_0$ ] =  $L$ .  $A_\mu$  是  $U_1$  联络系数. 直接的计算可以证明, 丛空间的标量曲率为

$$R_P = R_M - \frac{1}{4} e^2 a_0^2 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (4)$$

其中  $R_M$  是弯曲时空的标量曲率,  $F_{\mu\nu}$  是  $U_1$  规范场强.

考虑  $M^4$  中的复标量场  $\phi(x)$ , 带有  $U(1)$  荷  $e$ . 由  $\phi(x)$  可以构造定义在丛空间上的, 在  $M^4$  上任意坐标变换和丛上的  $U_1$  规范变换下的标量场<sup>[4]</sup>

$$\phi(X) = e^{-i\alpha} \phi(x), \quad (5)$$

将  $\phi(X)$  的拉氏量取为

$$\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2} G^{AB} \frac{\partial \phi^*}{\partial X^A} \frac{\partial \phi}{\partial X^B} - U(\phi^* \phi), \quad (6)$$

相应的作用量为

$$S = \int \sqrt{G} d^4 X \mathcal{L}(\phi), \quad G = \det(G_{AB}). \quad (7)$$

不难证明, 相应的 Euler-Lagrange 方程描述  $M^4$  中带  $U_1$  荷  $e$ , 质量为  $a_0^{-1}$  的复标量场.

显然, 在拉氏量(6)中不包含丛上的标量曲率  $R_P$ , 因而既不包含引力场的拉氏量, 也不包含  $U_1$  规范场的拉氏量. 如果我们将拉氏量(6)作为基本的拉氏量, 那么, 丛空间的度规  $G_{AB}$  (包括弯曲时空的度规  $g_{\mu\nu}$  与  $U_1$  联络系数  $A_\mu$ ) 仅仅起着保证拉氏量(6)具有  $GL(4, R) \times U_1$  规范不变性所必须引入的辅助场的作用.

现在, 我们来考查  $\phi(X)$  场在丛空间中的量子效应. 利用协变量子化方法<sup>[5]</sup>, 不难将  $\phi(X)$  场作为在弯曲空间中的场论加以量子化, 这里,  $G_{AB}$  起着背景场的作用. 进而, 利用背景场方法<sup>[6]</sup>可以计算  $\phi(X)$  场在背景度规  $G_{AB}$  中的量子效应. 显然, 与在弯曲时空中标量场的量子效应完全类似, 从量纲分析就可以知道,  $\phi(X)$  场的单圈量子效应就会出

现正比于  $R_p$  的项

$$\Delta \mathcal{L}(\phi) = a\phi\phi^*R_p + \dots \quad (8)$$

如果我们进一步沿用有关 Newton 引力常数来自这种标量场的真空平均值的假定. 即要求

$$\langle \phi\phi^* \rangle = (16\pi G a)^{-1}, \quad (9)$$

那么, 我们便由  $P(M, U_1)$  上  $\phi(X)$  场的量子效应诱导出了 Einstein 引力场与  $U_1$  规范场的作用量

$$(16\pi G)^{-1}R_p = (16\pi G)^{-1}R - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (10)$$

这里, 我们假定了

$$a_0 = \sqrt{16\pi G} e^{-1} \simeq 2\sqrt{137}l_p. \quad (11)$$

$l_p$  为 Planck 长度.

总之, 从这个例子我们可以得到如下的结论: 引力场与  $U_1$  规范场有可能由具有约为 Planck 质量的复标量场的量子效应诱导出来.

最后, 我们指出以下几点:

1. 推广到非 Abel 规范场, 及其与引力场的统一作用是直接的. 考虑以规范群  $G$  为结构群的主丛  $P(M^4, G)$ , 并在丛上引入  $G$  右移不变的度量, 上述 Kaluza 型作用显然也有可能由丛空间度规中的某种基本场的量子效应诱导出来.

2. 作为诱导 Kaluza 型作用的基本场, 可以是某种标量场, 也可以是某种旋量场, 如层子场、亚层子场等等, 也可以既包含标量场、也包含旋量场. 在经典的意义下, Kaluza 型场量起着辅助场的作用, 在量子的意义下, 它们相当于某种等效相互作用, 总之, 它们有可能不作为基本场来处理.

3. 这种量子诱导机制可以推广到超对称与超引力的情形. 从而有可能将某些物质场也作为某种基本场的量子效应诱导出来.

4. 我们采用了 Kaluza 型场论的主丛表述. 从而使这种量子诱导机制的本质较为突出. 应该指出, 在仅讨论规范场而又不涉及拓扑性质时, 也可以在通常的场论中讨论这种量子诱导机制.

## 参 考 文 献

- [1] A. Zee, *Phys. Rev. Lett.*, **42** (1979), 417; S. L. Adler, *Phys. Rev. Lett.*, **44** (1980), 1567.
- [2] 例如见 S. Deser, *Gauge Theories and Modern Field Theory* Ed. by R. Arnowitt and P. Nath, 1976, MIT Press.
- [3] Y. M. Cho, *J. Math. Phys.*, **16** (1975), 2029; L. N. Chang, K. I. Macrae and F. Mansouri, *Phys. Rev.*, **D13** (1976), 253; 郭汉英, *科学通报*, **23**(1978), 407.
- [4] R. Kerner, *Group Theoretical Methods in Physics*, Lecture Notes in Physics, Vol. **50**; Ed. by A. Janner et al., 1976; Springer-Verlag. Lu Qi-keng, Wu Yong-shi, and Wu Jian-shi, *Proceedings of the 1980, Guangzhou Conference on Theoretical Particle Physics*, Vol. **2** (1980), Science Press.
- [5] 例如见 G. W. Gibbons, *General Relativity, An Einstein Centenary Survey*, Ed. by S. W. Hawking and W. Israel, 1979, Cambridge.
- [6] B. S. Dewitt, *Relativity, Groups and Topology* Ed. by C. Dewitt and B. Dewitt, 1964, Gordon and Breech; B. S. Dewitt, *Phys. Rev.*, **19C**(1975), 297.

## THE INDUCED KALUZA TYPE INTERACTIONS

GUO HAN-YING

*(Institute for Theoretical Physics, Academia Sinica)*

### ABSTRACT

The Kaluza type interactions including Einstein's gravitation, Abelian and non-Abelian gauge fields, and their unification can be induced by the quantum effects of some kinds of fundamental fields in the background metric on the principal fibre bundle. Therefore, the Kaluza type interactions can be regarded as some kinds of effective interactions rather than fundamental ones.