

RFQ 的束流动力学设计研究

王书鸿

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文评述了 RFQ 直线加速器对于加速低 β 粒子的重要优越性. 给出了它的近轴区内高频电场的分布及粒子运动方程. 叙述了束流的俘获效率及纵向相空间分布对于 RFQ 参数及注入能量的依赖关系. 给出了 750keV 质子 RFQ 加速器的动力学设计研究.

一、引 言

RFQ 是一种新型的直线加速器. 1970 年卡帕钦斯基 (I. M. Kapchinskij) 首先提出这种加速器的原理^[1,2], 1980 年在美国劳斯阿拉莫斯实验室 (LASL) 获得成功^[3], 从而引起国际上许多实验室的重视. 它用径向高频四极场 (Radio-Frequency Quadrupole) 聚焦带电粒子流, 用高频场的轴向分量聚束并加速粒子流. 它克服了通常直线加速器对加速低速 ($\beta \leq 0.05$) 粒子流的困难. 对速度越低的强束流, 粒子间的静电斥力越强 (正比于 $\beta^{-1/2}$), 所需外加的聚焦力理应越强. 由于磁场对粒子的聚焦作用力正比于粒子的速度, 当粒子相对速度 $\beta \leq 0.05$ 时, 磁场对粒子的聚焦作用力 F_m 只用到小于给定磁场 B 的 5% ($F_m = e\beta B$). 若希望得到较强的磁聚焦力, 将要求磁四极场远超过实际可能实现的值. 而高频电场对粒子的聚焦作用力则与粒子的速度无关 ($F_e = eE$), 实际能达到的高频电场对低速粒子流的聚焦作用力, 将比实际可能做到的磁聚焦作用力强一个数量级以上. 因此, RFQ 对加速低速强束流, 提供了一个很大的径向接受度. 另一方面, 沿 RFQ 轴线缓慢地改变四个高频电极的极间距离, 并缓慢地改变加速同步相位, 可使轴向高频加速分量沿轴线很缓慢地增加, 让进入 RFQ 的连续束流受到绝热群聚作用, 从而使它的纵向俘获效率可达 90% 以上. 这样, 在一个 RFQ 加速腔内, 同时实现了对强流、低速、连续束流的径向聚焦、纵向聚束及加速这三个作用. 由于它的注入能量可以很低 (如几十千电子伏的质子束), 本身又能聚束、聚焦, 因而它可以大大简化通常质子直线加速器的注入器及束流输运系统 (包括专用聚束器等); 若用 RFQ 将质子束加速到 2MeV, 然后注入到通常的漂移管型直线加速器中, 则可以避免漂移管加速结构在低能端 (750keV ~ 2MeV) 的困难. RFQ 中的加速率 (即单位长度上的能量增益) 近似地与粒子速度成反比, 当 $\beta \geq 0.065$ 时, 它的加速率要比通常质子直线加速器低得多. 因此, 要得到更高

能量的质子束,需将 RFQ 引出的质子束注入到通常的质子直线加速器中继续加速。

提高 RFQ 的纵向俘获效率,无疑对提高强流是有意义的。但作为通常质子直线加速器的注入器来说,我们更感兴趣的是在它的出口端的束流纵向分布。我们知道,在通常质子直线加速器中,非线性的空间电荷力及非线性高频电场力,将引起纵向对横向运动的耦合,导致横向规一化发射度有 2~3 倍的增长(主要在 10MeV 以前)。显然,束流的纵向发射度越大,它对横向的非线性耦合力越强。因此,在给定流强下,一个小的纵向发射度对于尽可能地克服横向规一化发射度的增长是很有意义的。

本文在给出 RFQ 近轴区高频场分布及粒子运动方程的基础上,着重研究 RFQ 的俘获效率及纵向束流分布对于注入能量及的几个主要参数的函数关系,进而给出一些优化的参数变化律。

二、RFQ 近轴区的场分布与粒子运动方程

RFQ 中四个电极头的相对位置如图 1 所示。设相对两极头间的最小间距为 $2a$, 最大间距为 $2ma$ 。其中 m 为极头调变系数。水平方向两极头间的最小间距(图中用阴影小圈表示)与垂直方向两极头间的最大间距处在同一轴向位置上,反之亦然,以周期性地产生轴向加速电场 E_z 。为使带电粒子沿 RFQ 轴向连续地受到同步加速,应使垂直方向两极间的最小间距与水平方向两极间的最小间距在轴向相隔 $L = \frac{\beta\lambda}{2}$, 其中 λ 为加速波的波长, L 为一加速单元的长度。在一个加速单元的中点处取轴向坐标的原点 ($z = 0$)。考虑到极头相对 $z = 0$ 的轴向奇对称性及相对周向的四极对称性,可得极间区域内的势函数为^[4]

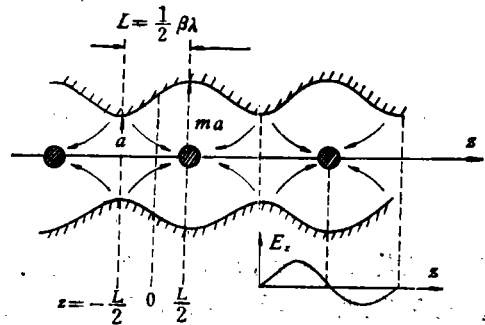


图 1 RFQ 四个极头相对位置示意图

$$V(r, \theta, z, t) = -\frac{V_0}{2} \left[F \left(\frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\theta + A I_0(Kr) \sin Kz \right] \cos \omega t, \quad (1)$$

其中 $K = \frac{2\pi}{\beta\lambda}$ 为加速波的波数,该加速波经过一个单元后,相位改变 π ; V_0 为两相邻电极间的电势差。显然,(1)式中右边第一项为用于径向聚焦的四极势函数,它贡献了高频电场的 E_r, E_θ 分量;第二项为极间距离随 z 变化导致的势函数,它主要贡献了高频电场的 E_z 分量。(1)式中略去了在径向上的 12 极(即 r^6)以上的谐波分量、在纵向的非同步高阶谐波分量及其它高阶耦合项。在近轴区,这些被略去项的贡献小于 $\pm 1\%$ 。利用极头上势函数值为 $\pm \frac{V_0}{2}$, 不难得到(1)中两个系数 F, A 分别为

$$F = 1 - A I_0(Ka), \quad (2)$$

$$A = \frac{m^2 - 1}{m^2 I_0(Ka) + I_0(mKa)}, \quad (3)$$

称 F 为聚焦系数, A 为加速系数. 显然, 当 $m = 1$, 两方向上的极间距离相等, 且沿 z 轴不变, 极间没有 E_z 分量 ($A = 0$), 只有纯四极聚焦场 ($F = 1$). 当 m 相对于 1 的偏离越大, 极间加速分量越强, 而四极聚焦场越弱. 为同时确保纵向的加速率及径向的聚焦力, 通常 m 取值于 1~2 之间. 由 (1) 式, 可得极间近轴区内高频场的分量为

$$E_r = \left[\frac{FV_0}{a^2} r \cos 2\theta + \frac{KAV_0}{2} I_1(Kr) \sin Kz \right] \cos \omega t, \quad (4)$$

$$E_\theta = -\frac{FV_0}{a^2} r \sin 2\theta \cos \omega t, \quad (5)$$

$$E_z = \frac{KAV_0}{2} I_0(Kr) \cos Kz \cos \omega t. \quad (6)$$

轴上同步粒子通过一个加速单元所得能量增益为

$$\Delta W = eE_0 T \cos \varphi_s. \quad (7)$$

其中 $E_0 = 2AV_0/\beta\lambda$ 为一个加速单元内的轴上平均电场, $T = \pi/4$ 为轴上渡越时间因子.

于是, 粒子的线性径向运动方程为

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + (Q_0 \cos \omega t + \Delta)r = 0. \quad (8)$$

其中

$$Q_0 = \frac{e\lambda^2}{m_0 c^2} \frac{FV_0}{a^2}, \quad (9)$$

$$\Delta = -\frac{\pi^2 e AV_0 \sin |\varphi_s|}{2m_0 c^2 \beta^2}. \quad (10)$$

Q_0 为径向聚焦参数, Δ 为高频散焦参数. 为确保径向运动的稳定性, 应选择 $\lambda, V_0, a, m, \varphi_s$ 等参数, 使工作点 (Q_0, Δ) 落在径向稳定区内.

同样, 非同步粒子的纵向运动方程为

$$\frac{d(\Delta W)}{dz} = eE_0 T (\cos \varphi - \cos \varphi_s), \quad (11)$$

$$\frac{d(\Delta \varphi)}{dz} = -\frac{2\pi}{m_0 c^2 \beta^3 \gamma^3 \lambda} (\Delta W). \quad (12)$$

其中 $\Delta W = W - W_s$, $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_s$. 它们分别表示非同步粒子与同步粒子的能量之差及相位之差.

三、束流的俘获及在纵向相平面上的分布

我们以工作频率为 201.25MHz, 出口能量为 750keV 的 RFQ 设计为例, 研究注入能量及参数 V_0, a, m, φ_s 对 RFQ 的束流俘获及出口纵向相平面分布的影响. 选择这一频率及出口能量, 为的是使所研究的 RFQ 可能成为北京质子直线加速器 (BPL) 的第二台注入器 (或极化质子束的注入器). 为便于它的出口束流与 BPL 入口相空间匹配, 取它的出口端的 Q_0, E_0, φ_s 与 BPL 入口端的对应值相等^[5]. 选择相对两极间的最小间距 $2a$ 及

工作电压 V_0 ; 使极头表面最大电场 $E_{s,max}$ 保守地取在 Kilpatrick 条件的 1.5 倍以内^[6]。这样, 参数 $Q_0, F, A, a, m, E_0, \varphi, \bar{A}_n$ (径向规一化接受度) 在 RFQ 出口端的可取值列在表 1 中。若选择相对两极间的最小间距 $2a$ 沿 RFQ 长度保持不变, 则在出口端的 \bar{A}_n 为最小值。它代表了整个 RFQ 的径向规一化接受度。表中给出的 \bar{A}_n 值比通常 750keV 强流质子束的规一化发射度要大几倍。

表 1. RFQ 出口端参数表

V_0 (kV)	Q_0	F	A	a (cm)	m	φ	E_{of} (MV/m)	\bar{A}_n (π cm-mrad)
90	3.85	0.45	0.513	0.50	1.91	-35°	1.55	0.53
110	2.96	0.55	0.42	0.70	1.75	-35°	1.55	1.04
130	3.74	0.38	0.355	0.70	1.576	-35°	1.55	1.13

离子源或高压倍加器出口的低能连续束流注入 RFQ 后, 将受到纵向高频电场的俘获。为提高俘获效率, 可取 RFQ 入口端的同步相位 $\varphi_{i1} = -90^\circ$ 及调变系数 $m_i = 1$ 。然后使这些参数沿轴线缓慢地变化到它们的最终值 $\varphi_{f1} = -35^\circ, m_f = 1.91$ (或 1.75、1.576)。这样, 一方面可使纵向俘获区相宽由入口端的最大值 (2π), 缓慢地减小到它的最终值 $3|\varphi_{f1}|$; 另一方面, 使加速度 $\frac{dW}{dz}$ ($\propto A \cos \varphi_s$) 由入口端的 0 值, 缓慢地上升到它的最终值, 使原先 2π 范围内的全部粒子, 在沿 RFQ 运动的整个过程中, 几乎都落在纵向稳定区内, 尽量不丢失。

为研究注入能量与参数的变化律对 RFQ 束流俘获及出口纵向相平面分布的影响, 我们编写了两个计算机程序。1) RFQGEN, 给定注入能量、参数的具体变化律、径向聚焦及 BPL 入口束流匹配的要求, 计算同步粒子的轴上运动, 给出 RFQ 的纵向单元链尺寸及 RFQ 总长。2) RFQCAP 将初始连续束流模拟成在 2π 相宽内均匀分布的 305 个粒子, 计算这些粒子注入 RFQ 后的聚束过程、俘获效率及沿途在纵向相平面中的分布。这些程序中, 暂不计入空间电荷、耦合及误差的影响等。用这两个程序校核 LASEL 一些模型加速器的设计计算, 结果符合得很好。

经大量的计算研究及分析表明:

1. 在同样的参数变化律下, 注入能量低, 对提高 RFQ 的俘获效率有利, 而 RFQ 的总

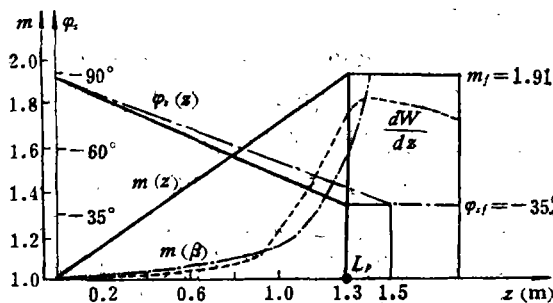


图 2 m, φ_s 变化律图示

长增加极少。取参数 φ_i 及 m 沿结构的轴向位置线性变化,如图 2 中实线所示。当 $z=L_p$ 时, φ_i 及 m 变化到它们的最终值 φ_f, m_f ; 在 $z > L_p$ 时,保持 φ_f, m_f 不变。表 2 给出了注入能量 W_i 分别为 150、100、50、18keV 情况下,在 RFQ 出口端的俘获效率 η ; 分布在相宽 $\varphi_i \pm 20^\circ$ 内的粒子百分数; 分布在能宽 $W_i \pm 20\text{keV}$ 内的粒子百分数; RFQ 总长 L_T 及总单元数 NC 。计算中取 $L_p = 1.3m$, 所用其它参数列于表 1 的第一行中。

表 2 不同注入能量下 RFQ 的俘获效率及纵向分布

W_i (keV)	150	100	50	18
β_i	0.01788	0.01460	0.01032	0.006194
η (%)	72.46	85.90	97.05	98.69
$\varphi_i \pm 20^\circ$ 内 (%)	51.48	52.79	74.75	97.38
$W_i \pm 20\text{keV}$ 内 (%)	29.18	50.16	53.44	87.54
L_T (m)	1.2330	1.3310	1.3523	1.3793
NC	69	83	102	139

计算中所用最高注入能量 150keV, 是目前高能所模型高压倍加器的稳定输出能量 (流强达 100mA 以上); 最低注入能量 18keV, 是高能所负氢离子源 (H^-) 的设计输出能量。

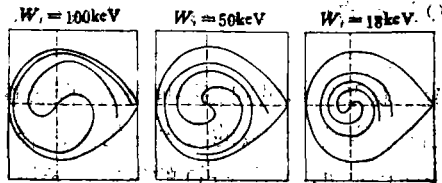


图 3 束流在 RFQ 出口处的纵向相平面分布

由表 2 可见, 较低的注入能量, 不但有利于提高 RFQ 的俘获效率, 而且有利于改善 RFQ 出口处束流在纵向相平面中的分布 (如图 3 所示), 但对它的总长增加极少。用表 1 中的第二、三行所列的参数计算, 可以得到同样的结论。

值得指出的是, 注入能量低, 将使偏离轴线的粒子与轴上粒子在 RFQ 入口端附近所得的能量增益有较大差别。因为偏离轴线 r 位置上的轴向加速电场为 $E_z(r, z) = I_0(Kr)E_z(0, z)$ 。对于靠近极头顶部的粒子 ($r \approx a$), 在一个加速单元内所得的能量与轴上粒子所得能量的相对比

$$R = \frac{\Delta W(r=a) - \Delta W(r=0)}{\Delta W(r=0)} = I_0(Ka) - 1.$$

若注入能量为 18keV, $a = 0.5\text{cm}$, 则在 RFQ 入口端 $R_i = 5.6$ 。然而, 这个比值不会严重地影响出口处的能散分布。因为在 RFQ 入口端附近, $m \approx 1, A \approx 0$, 不论是离轴粒子还是轴上粒子, 所得能量增益相对于束流的注入能量都可以略去不计; 而当离轴粒子与轴上粒子所得能量增益之差相对于同步粒子的动能不可忽略时 (如 5% 左右), R_i 已降到 ≤ 1.5 , 再加上加速过程中相振荡的衰减 (给定 RFQ 出口能量, 注入能量越低, 相振荡衰减的幅度越大), 使 RFQ 中加速电场随径向的变化, 不会严重地引起出口束流能散的增加。例如, T. P. Wangler 等人的计算表明^[7] (计入非线性耦合作用), 即使入口处 R_i 高达 9.5, 但出口处 90% 粒子的能散只有 $\pm 6 \times 10^{-3}$ 。

2. 给定注入能量及参数变化律, 参数 V_0, a, m_f 的改变对俘获效率及纵向相平面分布

表 3 给定注入能量及参数变化律, V_0, a, m_f 对俘获效率的影响

M_f	1.576	1.75	1.91
V_0 (kV)	130	110	90
a (cm)	0.70	0.70	0.50
L_p (m)	1.0	1.1	1.3
NC	97	102	102
L_T (m)	1.2525	1.3170	1.3523
η	93.77	94.75	97.05
$\varphi_s \pm 20^\circ$ 内 (%)	80.98	78.36	74.75
$W_s \pm 20\text{keV}$ 内 (%)	64.26	53.77	53.44

注 ($W_i = 50\text{keV}, W_f = 750\text{keV}$)

的影响不显著, 表 3 所列计算结果, 说明了这一点。

3. 参数变化律的优化研究. 由于空间电荷力正比于 $\beta^{-1/2}$, 可使径向聚焦参数 Q_r 按 $\beta^{-1/2}$ 的规律减小, 这对于径向运动的稳定是可靠的. 于是可选择 m 为 β 的显函数 $m(\beta)$, 例如

$$\begin{cases} m = 1 + \alpha\beta, & W < W_p \\ m = m_f, & W \geq W_p \end{cases}$$

只要 α, W_p 选得合适, 可使 Q_r 随 β 的减弱慢于 $\beta^{-1/2}$ 的规律. 这样, 既保持粒子径向运动的稳定性, 又使 m 的增长(因而使加速率的增长)在 RFQ 的前半部分非常缓慢, 使束流的俘获过程更好地处在绝热状态中. 表 4 列举了 $m(x)$ 及 $m(\beta)$ 这两种变化律下, RFQ 的俘获效率. 图 4 给出了相应的束流在 RFQ 出口处的纵向相平面分布. $m(\beta)$ 曲线在图 2 中虚线表示. 由图 4 可见, 在 $m(\beta)$ 律下, 束流的纵向均方根发射度比 $m(x)$ 律给出的要小得多(尽管 $m(\beta)$ 律导致的俘获效率比 $m(x)$ 律低些), 将这样的束流注入到下一级漂移管型直线加速器中, 对于减小横向规一化发射度在直线加速器中的增长是十分有利的. $m(\beta)$ 律给出的俘获效率比 $m(x)$ 律低些, 是由于在俘获过程的末尾, m 随 β 迅速增长到它的末端值 m_f , 使加速率 $\frac{dW}{dz}$ 在这一区间内迅速增加(见图 2), 导致处在纵向稳定区边界附近的那些粒子迅速丢失. 图 2 中可见, 在结构的出口处附近, 加速率 $\frac{dW}{dz}$ 逐渐下降.

表 4 $m(\beta)$ 律与 $m(x)$ 律比较表

m 律	φ_s 律	L_T (m)	NC	η (%)	在 $\varphi_s \pm 10^\circ$ 内 (%)	在 $W_s \pm 12\text{keV}$ 内 (%)
$m = 1 + \alpha_1 x$ ($x < L_p$)	$\varphi_s = -90^\circ + \alpha_2 x$ ($x < L_p$)	1.3793	139	98.96	79.02	60.60
$m = m_f$ ($x \geq L_p$)	$\varphi_s = \varphi_{s1}$ ($x \geq L_p$)					
$m = 1 + \alpha_1 \beta$ ($W < W_p$)	$\varphi_s = -90^\circ + \alpha_2 x$ ($x < L_p$)	1.7014	223	86.89	86.22	74.44
$m = m_f$ ($W \geq W_p$)	$\varphi_s = \varphi_{s1}$ ($x \geq L_p$)					

注 $W_i = 18\text{keV}, W_f = 750\text{keV}, V_0 = 90\text{kV}, a = 0.5\text{cm}, m_f = 1.91, \varphi_{s1} = -35^\circ, L_p = 1.3\text{m}, L'_p = 1.5\text{m}, W_p = 500\text{keV}.$

这是因为在 RFQ 中的轴上平均电场为 $E_0 = \frac{2AV_0}{\beta\lambda}$, 在出口处附近由于 $m =$ 常数, 则由 (3) 式, 加速系数 A 逐渐下降; 而随加速过程, 粒子的速度 β 逐渐增加, 导致 $\frac{dW}{dz}$ 的逐渐下降.

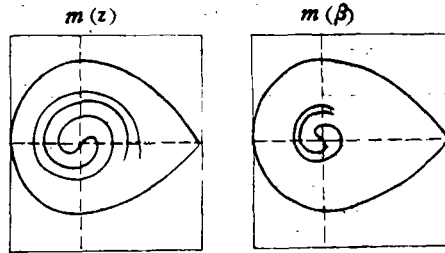


图4 $m(\beta)$ 律与 $m(z)$ 律对应的纵向发射度

对于吴英志、王琳琳同志在作者编写两个计算机程序中所给予的热情帮助深表感谢。向方守贤、罗紫华、罗应雄同志对于本文所作的有益的讨论表示谢意。

参 考 文 献

- [1] I. M. Kapchinskij and V. A. Teplyakov. *Prib. Tekh. Eksp.*, No. 4(1970), 17.
- [2] D. A. Swenson, "Low-Beta Linac structure", Proc. of 1979 proton Linac Conf., P. 129, 1979.
- [3] L. E. Stovall, K. R. Crandall, R. W. Hamm and D. A. Swenson, "RFQ Proof-of-principle Measurements". Office Memorandum, March 13, 1980.
- [4] K. R. Crandall, R. H. Stokes, and T. P. Wangler, "RF Quadrupole Beam Dynamics Design studies", Proc. of 1979 Proton Linac Conf., p. 205, 1979.
- [5] Wang Shu-hung, Lo Tzu-hua, Chang Yi-jin and Lo Ying-shong, "Design study of the Beijing 200 MeV proton Linac", Proc. of 1979 proton Linac Conf., p. 5, 1979.
- [6] S. W. Williams, G. W. Rodez, F. J. Humphry, and J. M. Potter, "Voltage Breakdown Testing for the BQ Accelerator", proc. of 1979 Proton Linac Conf., p. 144, 1979.
- [7] T. P. Wangler and R. H. Stokes, "200 MHz RFQ for protons", Private Communication. Feb., 20, 1980.

BEAM DYNAMICS DESIGN STUDY FOR RFQ LINAC

WANG SHU-HUNG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The potential advantages of RFQ Linac in the acceleration of low-beta particles are commented. The r.f. electric field distributions and the equation of motion of the particles near axis in RFQ Linac are given. The beam capture efficiency and distribution in longitudinal phase spaces as the function of RFQ parameters and injection energy are described. The preliminary design study of 750 keV proton RFQ is presented.