

重子素与 $SU(3)$ 群的高维表示

张启仁 谢淑琴

(北京大学)

摘 要

本文讨论了重子素填充 $SU(3)$ 群高维表示的可能性, 指出了这些表示中核子素及其近邻的质谱特征, 特别是核子素在 27 维表示中组成同位旋转动带. 在质量小于 2.6GeV 的区域可能出现宽度不足 0.1MeV 的极窄共振.

一、引 言

强子具有很好的 $SU(3)$ 对称性^[1]. 但迄今玻色子只填充了它的一维和八维表示, 重子也只填充了八维和十维表示. 高维表示究竟是原则上不能填充还是实际上没有填充, 抑或是实际上填充了却没有被发现? 这是一个有趣的问题.

用 $\textcircled{2}$ 和 $\textcircled{3}$ 分别表示 ν 维和反 ν 维表示, 由

$$\textcircled{8} \times \textcircled{8} = \textcircled{1} + \textcircled{8} + \textcircled{8} + \textcircled{10} + \textcircled{10} + \textcircled{27} \quad (1)$$

知, 重子八重态和反重子八重态组成的重子素可能填充在 $SU(3)$ 群的十维、反十维和 27 维表示中. 如果真的这样填充, 就应看到玻色子十重态、反十重态和 27 重态. 然而, 由于很难得到大量反超子和超子, 即使真有这些多重态的重子素, 其中大部份成员现在实际上也难以看到. 较有把握的是观察其中的核子素. 用大写 N 表示核子, 小写 p 和 n 分别表示质子和中子, 核子素即 $\bar{N}N$ 经强作用或电磁作用可到达的共振态或束缚态. 现在已观察到许多核子素^[2,4], 特别是 $\bar{p}p$ 道形成的束缚态和共振态, 却只在很少场合看到过 $\bar{\Lambda}N$ 或 $\Lambda\bar{N}$ 共振^[3,4]. 可见, 弄清 $SU(3)$ 群高维表示中核子素及其近邻的性质对于判断这些表示实际上是否被填充是重要的. 核子素的近邻指 $\bar{\Lambda}N$ 或 $\Lambda\bar{N}$ 经强作用或电磁作用可到达的共振态或束缚态. 强作用关于同位旋和奇异数的选择定则为

$$\Delta I = 0, \quad \Delta S = 0, \quad (2)$$

由它形成的共振态较宽, 一般宽度 $\Gamma > 1\text{MeV}$; 电磁作用的选择定则为

$$\Delta I = 0, \pm 1, \quad \Delta S = 0, \quad (3)$$

由它形成的共振极窄, 一般 $\Gamma < 0.1\text{MeV}$. 按定义, 重子素与介子道的耦合很弱, 此处不考虑.

第二节讨论 $SU(3)$ 群高维表示中核子素及其近邻的质谱, 指出质量小于 2.6GeV 的

区域中存在极窄共振的可能性。第三节给出这些极窄共振至今未被发现，高维表示至今空着的一种可能解释，并指出寻找这些共振以判断高维表示实际上是否被填充的途径。

二、质谱与极窄共振

$SU(3)$ 群的一个不可约表示 $\textcircled{10}$ 可能对应强子的几个 ν 重态。用符号 μ 区别这些 ν 重态，可用 (μ, ν) 标志强子多重态。每一多重态中强子的质量劈裂遵从 Gell-Mann—Okubo 公式，当质量很大时这公式可写为

$$\Delta M_{\mu, \nu} = a_{\mu, \nu} Y + b_{\mu, \nu} \left[I(I + 1) - \frac{Y^2}{4} \right], \quad (4)$$

其中 I 和 Y 分别为同位旋和超荷量子数，在每一给定多重态中 $a_{\mu, \nu}$ 、 $b_{\mu, \nu}$ 为常数。在电荷共轭反演下 $\textcircled{10} \rightleftharpoons \textcircled{\bar{10}}$ ，故可将互为反粒子的两个强子多重态分别记为 (μ, ν) 和 $(\bar{\mu}, \bar{\nu})$ 。在这一变换下 $Y \rightarrow -Y$ ， $I \rightarrow I$ ，因此

$$a_{\bar{\mu}, \bar{\nu}} = -a_{\mu, \nu}, \quad b_{\bar{\mu}, \bar{\nu}} = b_{\mu, \nu}. \quad (5)$$

表示 $\textcircled{10}$ 和 $\textcircled{\bar{10}}$ 的权图分别如图 1A 和 B。在表示 $\textcircled{10}$ 中 $I = 1 + \frac{Y}{2}$ ，(4) 变为

$$\Delta M = cY, \quad (6)$$

c 为常数。在表示 $\textcircled{\bar{10}}$ 中 $I = 1 - \frac{Y}{2}$ ，(4) 变为

$$\Delta M = c'Y, \quad (7)$$

c' 也为常数。对重子素问题，(1) 式左边为重子八重态和反重子八重态的直积，右边的表示 $\textcircled{10}$ 和 $\textcircled{\bar{10}}$ 如填有重子素必互为反粒子，因此 $c' = -c$ 。于是 $\textcircled{10}$ 和 $\textcircled{\bar{10}}$ 中的核子素及其近邻合起来形成图 2 所示的等距离质谱。图中已设 $c < 0$ ，如 $c > 0$ 则应将此图上下颠倒。核子素 $Y = 0$ ，在表示 $\textcircled{10}$ 和 $\textcircled{\bar{10}}$ 中都有 $I = 1$ ，可由 $p\bar{n}$ 、 $\bar{p}p$ 、 $n\bar{n}$ 和 $\bar{n}n$ 诸道经强作用达到，是较宽的共振，由图 2 中间的实线代表。 $I = \frac{1}{2}$ 的重子素在表示 $\textcircled{10}$ 中 $Y = -1$ ，可由 $\Delta\bar{N}$ 道经强作用达到，在表示 $\textcircled{\bar{10}}$ 中 $Y = 1$ ，可由 $\bar{\Delta}N$ 道经强作用达到。它们都是较宽共振，在图 2 中分别由左上方和右上方的实线代表。在表示 $\textcircled{10}$ 中 $Y = 1$ 的重子素

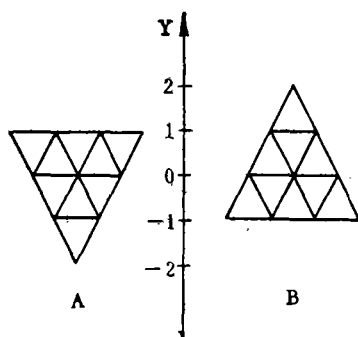


图 1 表示 $\textcircled{10}$ 和 $\textcircled{\bar{10}}$ 的权图

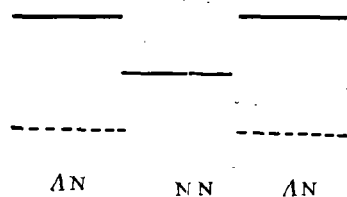


图 2 十重态与反十重态中核子素及其近邻的质谱

$I = \frac{3}{2}$, 由 $\bar{\Lambda}N$ 道只能经电磁作用达到; 表示 $\textcircled{2}$ 中 $Y = -1$ 的重子素 $I = \frac{3}{2}$, 由 $\Lambda\bar{N}$ 道也只能经电磁作用到达. 它们在图 2 中分别由右下方和左下方的虚线代表. 在 ΣN 和 $\Sigma\bar{N}$ 的阈能 2.26GeV 以下它们是 $\Gamma < 0.1\text{MeV}$ 的极窄共振; 在这一阈能以上它们的总宽度变为 MeV 级, 但 $\bar{\Lambda}N$ 道和 $\Lambda\bar{N}$ 道的分宽度仍在 0.1MeV 以下.

表示 $\textcircled{2}$ 的权图如图 3, 格点上的数字表示它所占的维数, 没有数字的格点是一维的. 由于 $\textcircled{2}$ 与 $\textcircled{2}$ 等价, 当 (1) 式左边为重子八重态与反重子八重态的直积时, 右端 27 重态的反粒子就组成这个 27 重态本身. 权图中心的三个态是三个中性粒子, 相对于这个中心的反演就是电荷共轭反演. 于是由 (5) 知, 对重子素 27 重态 (4) 式变为

$$\Delta M = b \left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4} \right], \quad (8)$$

b 为常数. 核子素 $Y = 0, I = 0, 1, 2$ 组成同位旋转动带, $\Delta M = 0, 2b, 6b$. 不过

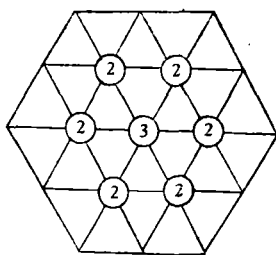


图 3 表示 $\textcircled{2}$ 的权图

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Y} = 2, \quad I = 1 \\ \bar{Y} = 1, \quad I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \\ \bar{Y} = 0, \quad I = 0, 1, 2 \\ \bar{Y} = -1, \quad I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \\ \bar{Y} = -2, \quad I = 1 \end{array} \right.$$

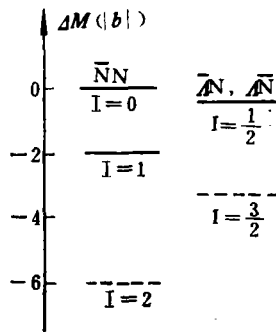


图 4 27 重态中核子素及其近邻的质谱

$I = 2$ 的态由 $\bar{N}N$ 道只能经电磁作用到达, 在 $\Sigma\Sigma$ 阈能 2.6GeV 以下是 $\Gamma < 0.1\text{MeV}$ 的极窄共振; 在这一阈能以上它的总宽度增加到 MeV 级, 但 $\bar{N}N$ 道的分宽度仍在 0.1MeV 以下. 这一能级在图 4 中用虚线画出. 核子素的近邻 $Y = \pm 1, I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$, 分别有 $\Delta M = \frac{1}{2}b, \frac{7}{2}b$. 同样, $I = \frac{3}{2}$ 的态由 $\bar{\Lambda}N$ 或 $\Lambda\bar{N}$ 道只能经电磁作用达到, 在 ΣN 或 $\Sigma\bar{N}$ 阈能 2.26GeV 以下是极窄共振; 在这阈能以上总宽度增到 MeV 级, 但 $\bar{\Lambda}N$ 或 $\Lambda\bar{N}$ 道的分宽度仍在 0.1MeV 以下. 这一能级在图 4 中也用虚线代表. 图 4 是按 $b < 0$ 画的, 如 $b > 0$ 也应将它上下颠倒.

现在没有任何理由认为 $SU(3)$ 群的高维表示不能被填充, 因而可期待在重子素实验中观察到图 2 和图 4 表示的特征质谱, 特别是其中的极窄共振. 反过来说, 能否看到这种特征质谱, 特别是其中的极窄共振, 是判断 $SU(3)$ 群高维表示是否被填充的重要判据.

在这里,极窄共振的观察是重要的. 如这两个质谱图所示,丢失极窄共振将使质谱失去特征.

三、如何寻找极窄共振

在单能级附近共振截面遵从 Breit-Wigner 公式

$$\sigma_r = \sigma\lambda^2 \frac{\Gamma_f \Gamma_i}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad (9)$$

如只有一个开放道则 $\Gamma_f = \Gamma_i = \Gamma$. 在共振能量 $E = E_0$ 处截面达到 $4\sigma\lambda^2$. 实验中能量分辨本领是有限的, 设为 ΔE . 测得的共振截面应为 (9) 在区间 ΔE 中的平均值. 在只有一个开放道时它为

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r &\equiv \frac{1}{\Delta E} \int_{\Delta E} \sigma_r dE = \frac{\sigma\lambda^2}{\Delta E} \int_{\Delta E} \frac{\Gamma^2}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} dE \\ &= 2\sigma\lambda^2 \frac{\Gamma}{\Delta E} \int_{\Delta x} \frac{1}{1 + x^2} dx < \frac{\sigma\Gamma}{2\Delta E} 4\sigma\lambda^2. \end{aligned} \quad (10)$$

可见,如 $\Delta E \gg \Gamma$ 共振现象将丢失. 在迄今的重子素实验中能量分辨本领为 MeV 级, 共振截面一般又只占总截面的十分之一左右, 这足以丢失全部极窄共振. 当然,有些实验不是测重子-反重子共振散射截面, 而是在反应产物中寻找重子素. 但在能量未被准确控制的条件下, 极窄共振的产生会成为极罕见的现象, 按目前的统计水平也难以将它捕捉. 总之,为捕捉极窄共振必须准确控制入射粒子能量, 提高能量分辨本领, 精确到 0.1MeV 以内, 并提高实验的统计水平.

由现有的重子素实验结果可尝试大致猜测极窄共振的位置. 例如由 $U_0(2390)$ 和 $U_1(2350)$ 可按图 4 猜测是否存在极窄核子素 $U_2(2270)$; 由 $\bar{\Lambda}p(\bar{\Lambda}p)(2320)$ 和 $\bar{p}p(2204)$ 猜测是否存在极窄共振 $\bar{\Lambda}p(\bar{\Lambda}p)(2088)$; ……等. 但在 $\bar{N}N$ 的阈能和 $\bar{\Sigma}\Sigma$ 的阈能间的普遍扫描是颇有意义的.

参 考 文 献

- [1] M. Gell-Mann and Y. Ne'eman, *The Eightfold Way*, Benjamin (1964).
- [2] K. Kilian and B. Pietrzpk, 7th Inter. Conf. on High-Energy Physics and Nuclear Structure (1977);
P. Pavlopoulos et al., *Phys. Lett.*, **72B**(1978), 415.
- [3] W. E. Cleland et al., *Phys. Lett.*, **89B**(1980), 290.
- [4] L. Montanet, *Phys. Rep.*, **63**(1980), 201.

BARYONIUM AND THE HIGH DIMENSIONAL REPRESENTATIONS OF $SU(3)$

ZHANG QI-REN XIE SHU-QIN

(*Peking University*)

ABSTRACT

Possible filling up of the high dimensional representations of $SU(3)$ by baryonia is discussed. Characteristics of mass spectra of nucleonium and its nearest neighbors in these representations, especially the isotopic rotational band of nucleonium in the representation $\mathbb{20}$, are presented. There may be some extremely narrow resonances with mass less than 2.6 Gev and width less than 0.1 MeV.