

# 永磁多体直线阵列系统的二维场形分析

刘茂三 吴文泰 李淑珍 陈仁怀 刘玉成 石才士

(中国科学院高能物理研究所)

周 杰 民

(北京钢铁研究总院)

## 摘 要

根据“均匀磁化”原理,利用谐波分析方法,对永磁多体直线阵列系统的二维场形进行了计算,得到了精确的解析表达式。运用这些关系式可以计算出二维场的主波及其各次寄生谐波。

近年来,由于稀土-钴永磁材料的迅速发展,在加速器领域里,人们对这种永久磁铁的应用越来越重视。在微波管设计中,这类永磁材料的应用也已进入工业生产阶段<sup>[1]</sup>。

对于平行电子束(或带电粒子束)的聚焦及控制,例如“O”型器件(线性注管器件),尤其近几年迅速发展起来的自由电子激光器或威格勒(Wiggler)磁铁等,利用内磁式直线阵列(周期)系统,其体积、重量以及杂散磁场等等,都可大大缩小。这对提高有效场强和材料利用率;改善工艺性以及降低成本和提高功率都是至关重要的。

图1示意出一典型多体直线阵列系统。阵列的周期长为 $L$ ,每个周期都由 $2(n+2)$ 个矩形截面沿 $z$ 轴为无限长的永久磁体匀体组成阵列( $n$ 为正偶数)。所有磁体全部都被均匀磁化<sup>[2]</sup>,其方向均与 $z$ 轴垂直,且分为三大类,即横向( $x$ 方向)、纵向( $y$ 方向)及斜向磁化(如图1)。每个周期内都有纵横向磁化体各一对及斜向磁化体 $2n$ 个,因而相邻两块磁体中线间距为 $L/2(n+2)$ 。如图1,取直角坐标的 $x=0$ 为反对称面, $y=0$ 为对称面。

我们同时给出两种场形,即当 $g=1$ 时,代表“O”型器件,磁体磁化方向如图1示;当 $g=-1$ 时,代表Wiggler磁铁,其上半部磁体的磁化方向如图1示,但下半部磁体的磁化方向需全部各自相应倒转 $180^\circ$ 。

假设各磁体的磁化强度 $M$ 分别都相等,则上述沿 $z$ 轴无限长的直线阵列系统,在空间任一点 $P(x, y)$ 上产生的标量磁位,根据“均匀磁化”原理,在直角坐标内可写成:

$$\phi(P) = M \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{h_1}^{h_2} \left\{ \int_{iL-a}^{iL+a} f_1 dx' - \int_{iL-\frac{L}{2}-a}^{iL-\frac{L}{2}+a} f_1 dx' - \int_{iL-\frac{L}{4}-b}^{iL-\frac{L}{4}+b} f_2 dx' \right.$$

本文1981年6月19日收到。

- 1) 对于某些强各向异性的永磁材料(如钐钴合金等),其返磁率 $\mu_r \approx 1$ ,垂直于易磁化方向的磁导率 $\mu_{\perp} \approx 1$ ,这种材料的去磁曲线为 $-45^\circ$ 直线。故在整个第二象限内,易磁化方向的磁化强度 $M$ 处处均为常量,而垂直方向 $M \approx 0$ 。对这类材料,不难获得和保持均匀磁化。

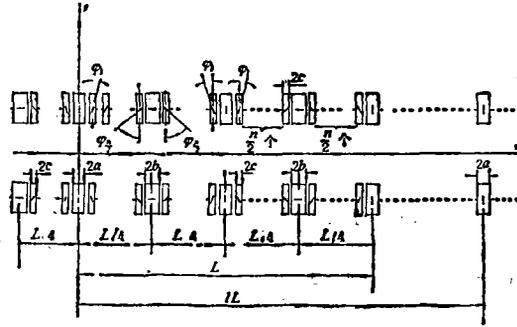


图 1 直线阵列系统示意图

2a 纵向磁化体宽度 2b 横向磁化体宽度 2c 斜向磁化体宽度

$$\begin{aligned}
 & + \int_{L-\frac{3L}{4}-b}^{L-\frac{3L}{4}+b} f_2 dx' + \sum_{p=1}^{n/2} \cos \varphi_p \left[ \int_{L-\frac{pL}{2(n+2)}-c}^{L-\frac{pL}{2(n+2)}+c} f_1 dx' + \int_{L+\frac{pL}{2(n+2)}-c}^{L+\frac{pL}{2(n+2)}+c} f_1 dx' \right. \\
 & - \int_{L-\frac{L}{2}-\frac{pL}{2(n+2)}-c}^{L-\frac{L}{2}-\frac{pL}{2(n+2)}+c} f_1 dx' - \left. \int_{L-\frac{L}{2}+\frac{pL}{2(n+2)}}^{L-\frac{L}{2}+\frac{pL}{2(n+2)}+c} f_1 dx' \right] \\
 & + \sum_{p=1}^{n/2} \sin \varphi_p \left[ \int_{L-\frac{pL}{2(n+2)}-c}^{L-\frac{pL}{2(n+2)}+c} f_2 dx' - \int_{L+\frac{pL}{2(n+2)}-c}^{L+\frac{pL}{2(n+2)}+c} f_2 dx' \right. \\
 & - \left. \int_{L-\frac{L}{2}-\frac{pL}{2(n+2)}-c}^{L-\frac{L}{2}-\frac{pL}{2(n+2)}+c} f_2 dx' + \int_{L-\frac{L}{2}+\frac{pL}{2(n+2)}-c}^{L-\frac{L}{2}+\frac{pL}{2(n+2)}+c} f_2 dx' \right] \} dy'. \tag{1}
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y'} \left[ \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\mathcal{I}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + z'^2}} \right] dz', \tag{2} \\
 f_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x'} \left[ \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\mathcal{I}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + z'^2}} \right] dz'.
 \end{aligned}$$

将上式分别对  $y'$  及  $x'$  进行微分, 再对  $z'$  积分, 同时利用下述已知的级数求和公式<sup>[2]</sup>,

$$\frac{\eta}{L} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left(l + \frac{\beta}{L}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{L}\right)^2} = \pi \left[ 1 + 2 \sum_{K=1}^{\infty} e^{-2K\pi \left|\frac{\eta}{L}\right|} \cos 2K\pi \frac{\beta}{L} \right]. \tag{3}$$

并当阵列系统各磁体的几何参数及其磁化方向满足下列优化条件

$$Q = b = c = \varepsilon L / 4(n+2), \quad \varphi_p = p\pi / (n+2). \tag{4}$$

此时阵列系统的二维磁场形态可由 (1) 式求得

当  $\varepsilon = 1$

$$-H_x(P) + iH_y(P) = 16(n+2)M \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{2m-1} \sin \frac{(2m-1)\varepsilon\pi}{2(n+2)} \\ \times [e^{-2\pi(2m-1)\frac{h_1}{L}} - e^{-2\pi(2m-1)\frac{h_2}{L}}] \sin 2\pi(2m-1) \frac{x}{L}, \quad (5)$$

当  $g = -1$

$$H_y(P) + iH_x(P) = 16(n+2)M \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{2m-1} \sin \frac{(2m-1)\varepsilon\pi}{2(n+2)} \\ \times [e^{-2\pi(2m-1)\frac{h_1}{L}} - e^{-2\pi(2m-1)\frac{h_2}{L}}] \cos 2\pi(2m-1) \frac{x}{L}, \quad (5')$$

$$\text{式中} \quad m = (n+2)j + 1, \quad z = x + iy. \quad (6)$$

$\varepsilon$  表示磁体填充系数。

上式当  $j = 0$ , 表示直线阵列系统磁场的主波,  $j \neq 0$  表示该系统磁场的各次谐波, 它们是高次干扰分量。

从(5)或(5')式可看出, 在几何参数不变的情况下, 上述直线阵列系统在  $P$  点的磁场主波模量随其斜向磁化体数目的增加而增加, 当  $n \rightarrow \infty$  时, 它为最大值。从该式还可看出, 由于引进斜向磁化体, 且按(4)式进行了结构和磁化方向的优选, 致使许多寄生谐波自动相互抵消, 而残留的寄生谐波数由(6)式表示。最后, 从(5)式还可看出, 如对填充系数再进行调节, 使  $\varepsilon$  满足  $2(n+2)/(2n+5)$  时, 上述残留的最低次谐波变成  $m = 4n + 9$ 。这些结论同多体环状永磁多极系统结构的相应结论是一致的<sup>[3]</sup>。

对某些场合, 需要知道磁场梯度  $\frac{\partial H_x}{\partial x}$  或  $\frac{\partial H_y}{\partial y}$ 。在  $P(x, y)$  点, 磁场梯度  $G(P)$  的表达式可从(5)式求出:

$$G(P) = \frac{\partial H_x}{\partial x} = \frac{\partial H_y}{\partial y} = \frac{32(n+2)M\pi}{L} \sum_{j=0}^{\infty} \sin \frac{(2m-1)\varepsilon\pi}{2(n+2)} \\ \times [e^{-2\pi(2m-1)\frac{h_1}{L}} - e^{-2\pi(2m-1)\frac{h_2}{L}}] \operatorname{ch} 2\pi(2m-1) \frac{y}{L} \\ \cdot \cos 2\pi(2m-1) \frac{x}{L}. \quad (7)$$

例1. 设  $h_1 = 1\text{cm}$ ,  $h_2 = 3\text{cm}$ ,  $n = 2$ ,  $\varepsilon = \frac{8}{9}$

$$L = 12\text{cm}.$$

根据(6)式, 在  $y = 0$  平面上, 可得主波幅值为

$$G_0 = 3507\text{G/cm} \quad (4\pi M = 10\text{kG}).$$

在  $y = 0.5\text{cm}$  平面上, 第17次谐波与主波幅值之比可得

$$G_{17}/G_0 = 1.5 \times 10^{-2}$$

例2. 设  $h_1 = 1\text{cm}$ ,  $h_2 = 3\text{cm}$ ,  $n = 2$ ,  $\varepsilon = \frac{8}{9}$

$$L = 3\text{cm}.$$

此时利用类似计算, 可得

$$G_0 = 1106 \text{ G/cm} \quad (4\pi M = 10\text{kG})$$

$$G_{17}/G_0 = 4.8 \times 10^{-8}$$

由上二例可看出,当阵列的气隙及磁体高度相同时,主波幅值随周期长度  $L$  增加而增加。但与此同时,系统的寄生谐波与主波模量比也随着大大增加。后者对聚焦不利。因此,阵列系统的周期  $L$  需视需要而适中地选取。

### 参 考 文 献

- [1] Proceedings of The Third International Workshop on Rare Earth-Cobalt Permanent magnets and their Applications (1978).
- [2] И. С. Градштейн, И. М. Рыжик «Таб. интегр., сумм, рядов и произ.» (1971) p. 56, 50, 或 Г. Бухгольц «Расчет эл. и маг. полей» p. 670 (1961).
- [3] 刘茂三、陈仁怀、吴文泰、李淑珍,“多体环状永磁多极系统的场形分析”,原子核物理,4(1982),76.

## ANALYSIS OF TWO DIMENSIONAL FIELDS OF PERMANENT MAGNETIC MULTIPIECE LINEAR ARRAY SYSTEM

LIU MAO-SAN WU WEN-TAI LI SHU-SHEN

LIU YU-CHENG SHI CAI-TU

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ZHOU JIE-MIN

(Central Iron and Steel Research Institute)

### ABSTRACT

According to principle of "uniform magnetization", using harmonic analysis method, two dimensional fields for permanent multipiece linear array system are analysed, the precise analytical expressions are given. To make use of these expressions, amplitude of fundamental component and higher order harmonics of two dimensional fields can be calculated.