

研究简报

弧形磁铁的测磁数据变换

杜文甫

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文分析了在常规直角测试坐标中,对高能加速器弯转磁铁的磁场测试结果. 获得了将此结果变换到束流运动坐标中去的数据变换公式. 在精确到八极矩的条件下,磁铁等效长度的测试结果,在两种坐标系中是完全一致的.

在现代高能加速器的弯转磁铁中,当弧弦差(Sagitta)较大时,为了减少投资,往往磁铁作成弧形. 而一般的测磁装置,在长度方向都设计成作直线运动. 这样测磁坐标系(\vec{u}, \vec{v})和束流运动坐标系(\vec{x}, \vec{y})不一样. 从图1可知,对于任意P点,存在下列关系:

$$u = \{a - R[1 - \cos(s/R)]\} + x \cos(s/R) \quad (1)$$

$$v = R \sin(s/R)[1 + x/R] \quad (2)$$

图中量 $a + b = R(1 - \sqrt{1 - L^2/4R^2})$ 被称为磁铁的弧弦差. 对于高能加速器中的弯转磁铁,磁铁的线度(x, s, L)比弯转半径 R 小很多. 如果令 $H(s) \equiv a - R[1 - \cos(s/R)]$ 则获得两种坐标间变换公式:

$$u = H(s) + x \cos(s/R) \quad (3)$$

$$v = R \sin(s/R) \quad (4)$$

实际工作中,主要感兴趣的是测得磁性平面($y = 0$)上磁场的分布特性:

$$B_y(x = x_i, s = s_i, 0) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots$$

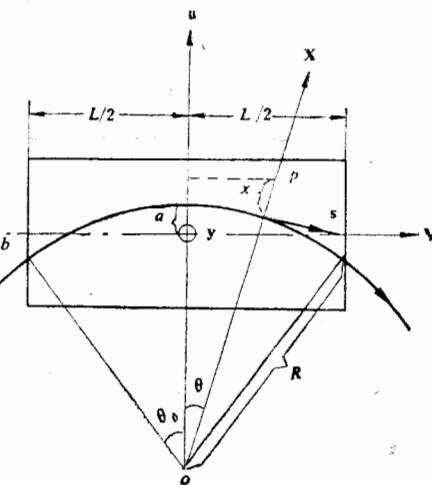


图1 两种坐标关系

$$+ c_n x^n = \sum_{j=0}^n c_j x^j \quad (5)$$

$$B_y(x = x_i, s = s_i, 0) = d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots + d_n s^n = \sum_{m=0}^n d_m s^m \quad (6)$$

而在测磁坐标系(\vec{u}, \vec{v})中测得的是 $B_y(u = u_i, v = 0)$; $B_y(u, v = v_i, 0)$ 数据. 通过最小二乘法处理^[1],可以获得如下分布:

$$B_y(u, v = v_i, 0) = \sum_{l=0}^n F_l u^l \quad (7)$$

$$B_y(u = u_i, v, 0) = \sum_{k=0}^n G_k v^k \quad (8)$$

其中 F_l, G_k 即用最小二乘法处理实测数据而获得的场各极矩系数。将(3), (4)分别代入(7), (8)化简整理后可得:

$$B_y(u, v_i, 0) = \sum_{j=0}^n c_j x^j \quad (9)$$

$$c_j = \sum_{l=0}^n F_l c_l^j (H(s))^{(l-j)} (\cos(s/R))^{(j)} \quad (10)$$

$$B_y(u_i, v, 0) = \sum_{m=0}^n d_m(s) \cdot s^m \quad (11)$$

$$d_m(s) = \sum_{p=0}^n (-1)^p \cdot G_m C_m^p \left(\frac{1}{6}\right)^p \cdot (s/R)^{2p} \quad (12)$$

公式(10), (12)分别为所求得 x 方向(径向), s 方向(纵向)测磁数据的变换公式。

在 Z-80 机上, 根据变换公式(10), (12), 利用 BASIC 语言编制了“CORCHAN · BAS”程序。利用模型铁的实测数据(表 1)来分析数据变换结果。表 2 是用最小二乘法拟合程序“LEAST · BAS”对表 1 数据的拟合结果。表 3 是磁铁弧弦差 $A_0 = 2\text{mm}$ 时, 在两种

表 1 模型磁铁测试数据

THE MEASURE VALUE OF FIELDS			
U	$BY(U)$	U	$BY(U)$
-23.00	+9589.41 E +00	-22.00	+9590.19 E +00
-21.00	+9591.19 E +00	-20.00	+9592.43 E +00
-19.00	+9593.89 E +00	-18.00	+9595.67 E +00
-17.00	+9597.68 E +00	-16.00	+9599.69 E +00
-15.00	+9601.47 E +00	-14.00	+9602.94 E +00
-13.00	+9604.10 E +00	-12.00	+9604.95 E +00
-11.00	+9605.56 E +00	-10.00	+9605.95 E +00
-9.00	+9606.03 E +00	-8.00	+9606.18 E +00
-7.00	+9606.41 E +00	-6.00	+9606.65 E +00
-5.00	+9606.96 E +00	-4.00	+9607.34 E +00
-3.00	+9607.57 E +00	-2.00	+9607.65 E +00
-1.00	+9607.96 E +00	+0.00	+9608.42 E +00
+1.00	+9608.89 E +00	+2.00	+9609.35 E +00
+3.00	+9609.81 E +00	+4.00	+9610.12 E +00
+5.00	+9609.97 E +00	+6.00	+9609.35 E +00
+7.00	+9608.35 E +00	+8.00	+9606.88 E +00
+9.00	+9604.87 E +00	+10.00	+9602.40 E +00
+11.00	+9599.38 E +00	+12.00	+9595.90 E +00
+13.00	+9591.89 E +00	+14.00	+9587.09 E +00
+15.00	+9580.99 E +00	+16.00	+9572.18 E +00

表 2 测量数据的最小二乘法拟合^[1]结果及其误差

ERROR FOR MEASURE VALUE(B) WITH FITTING FIELDS(BO):				
COORDINATES X	MEASURE VALUE (B)	VALUE OF FIT CURVE (BO)	DEVIATION (B-BO)/B %	ERROR (B-BO)A ²
-23.00	+9.58941 E +03	+9.58464 E +03	+ .497423 E -01	+2.2753 E +01
-22.00	+9.59019 E +03	+9.58853 E +03	+ .173093 E -01	+2.7556 E +00
-21.00	+9.59119 E +03	+9.59180 E +03	- .636000 E -02	+3.7210 E -01
-20.00	+9.59243 E +03	+9.59454 E +03	- .219965 E -01	+4.4521 E +00
-19.00	+9.59389 E +03	+9.59681 E +03	- .304360 E -01	+8.5264 E +00
-18.00	+9.59567 E +03	+9.59868 E +03	- .313683 E -01	+9.0601 E +00
-17.00	+9.59768 E +03	+9.60020 E +03	- .262563 E -01	+6.3504 E +00
-16.00	+9.59969 E +03	+9.60144 E +03	- .182297 E -01	+3.0625 E +00
-15.00	+9.60147 E +03	+9.60245 E +03	- .102068 E -01	+9.6040 E -01
-14.00	+9.60294 E +03	+9.60326 E +03	- .333231 E -02	+1.0240 E -01
-13.00	+9.60410 E +03	+9.60393 E +03	+ .177007 E -02	+2.8900 E -02
-12.00	+9.60495 E +03	+9.60448 E +03	+ .489331 E -02	+2.2090 E -01
-11.00	+9.60556 E +03	+9.60496 E +03	+ .624638 E -02	+3.6000 E -01
-10.00	+9.60595 E +03	+9.60538 E +03	+ .593382 E -02	+3.2490 E -01
- 9.00	+9.60603 E +03	+9.60577 E +03	+ .270663 E -02	+6.7600 E -02
- 8.00	+9.60618 E +03	+9.60615 E +03	+ .312298 E -03	+9.0000 E -04
- 7.00	+9.60641 E +03	+9.60652 E +03	- .114506 E -02	+1.2100 E -02
- 6.00	+9.60665 E +03	+9.60691 E +03	- .270645 E -02	+6.7600 E -02
- 5.00	+9.60696 E +03	+9.60730 E +03	- .353910 E -02	+1.1560 E -01
- 4.00	+9.60734 E +03	+9.60770 E +03	- .374713 E -02	+1.2960 E -01
- 3.00	+9.60757 E +03	+9.60810 E +03	- .551648 E -02	+2.8090 E -01
- 2.00	+9.60765 E +03	+9.60849 E +03	- .874303 E -02	+7.0560 E -01
- 1.00	+9.60796 E +03	+9.60886 E +03	- .936723 E -02	+8.1000 E -01
+ 0.00	+9.60842 E +03	+9.60918 E +03	- .790972 E -02	+5.7760 E -01
+ 1.00	+9.60889 E +03	+9.60943 E +03	- .561979 E -02	+2.9160 E -01
+ 2.00	+9.60935 E +03	+9.60957 E +03	- .228943 E -02	+4.8400 E -02
+ 3.00	+9.60981 E +03	+9.60958 E +03	+ .239338 E -02	+5.2900 E -02
+ 4.00	+9.61012 E +03	+9.60941 E +03	+ .738804 E -02	+5.0410 E -01
+ 5.00	+9.60997 E +03	+9.60901 E +03	+ .998962 E -02	+9.2160 E -01
+ 6.00	+9.60935 E +03	+9.60835 E +03	+ .104065 E -01	+1.0000 E +00
+ 7.00	+9.60835 E +03	+9.60735 E +03	+ .104076 E -01	+1.0000 E +00
+ 8.00	+9.60688 E +03	+9.60597 E +03	+ .947237 E -02	+8.2810 E -01
+ 9.00	+9.60487 E +03	+9.60415 E +03	+ .749619 E -02	+5.1840 E -01
+10.00	+9.60240 E +03	+9.60180 E +03	+ .624843 E -02	+3.6000 E -01
+11.00	+9.59938 E +03	+9.59886 E +03	+ .541701 E -02	+2.7040 E -01
+12.00	+9.59590 E +03	+9.59526 E +03	+ .666951 E -02	+4.0960 E -01
+13.00	+9.59189 E +03	+9.59090 E +03	+ .103212 E -01	+9.8010 E -01
+14.00	+9.58709 E +03	+9.58570 E +03	+ .144986 E -01	+1.9321 E +00
+15.00	+9.58099 E +03	+9.57956 E +03	+ .149253 E -01	+2.0449 E +00
+16.00	+9.57218 E +03	+9.57240 E +03	- .229832 E -02	+4.8400 E -02

AVEDEVATION = 0.0101403%
 SEGMA(8) = 2.09451 GS.

表3 两种坐标系中横向分布场多极矩比较

BETWEEN COEFFICIENT FOR FIELDS			
J	$F(J)$	$C(S, J)$	$\langle C-F \rangle / C$
0	+9.97396 E +03	+1.02825 E +04	+3.00060 E -02
1	+1.28150 E +02	+1.64258 E +02	+2.19825 E -01
2	+1.06940 E +01	+5.82331 E +00	-8.36416 E -01
3	-4.07193 E -01	-1.18610 E +00	+6.56701 E -01
4	-8.09520 E -02	-1.05998 E -01	+2.36287 E -01
5	-2.41110 E -03	-2.42869 E -03	+7.24258 E -03
6	-5.15340 E -06	-9.93259 E -06	+4.81183 E -01
7	-6.30000 E -07	-1.43879 E -06	+5.62132 E -01
8	-4.85240 E -08	-4.85240 E -08	+0.05240 E -65

坐标系中场多极系数的比较。图2是二极矩相对误差与弧弦差的关系。从图2看出,当弧弦差小于2mm时,横向场分布的二极矩相对误差 $< 10^{-2}$ 。这说明:弧弦差大于2mm的弯转磁铁,场横向分布的测试结果 F_1 ,必须利用公式(10)变换成 c_j 。

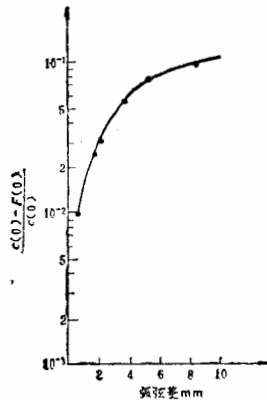


图2 二极矩相对误差与弧弦差关系

关系成立,而且值也很小,均可以忽略。表4是计算机输出结果,多极矩相对误差已小于 10^{-4} 。

而对于衡量场积分效应的磁铁有效长度

$$L_B \equiv s_0 + \left[\int_{s_0}^{s_1} B_y(x, s) ds \right] / B_y(x, s_0)$$

的测试,由于有了场纵向分布各极矩不变特性,而变得很简单了。在直角直线性的测磁坐标中测出的弧形磁铁的有效长度 $L_B(u)$,就是弧形磁铁本身的实际有效长度 $L_B(x)$ 。

本文的基本假设,是弯转磁铁的线度 (x, s, L) 比弯转半径 R 小很多。这对于高能加速器的弯转磁铁总是成立的。通过数据变换公式(10),(12),可以准确地将测磁坐标中测得的数据,变换到与束流轨迹相适应的曲线坐标系中去。所得数据就可直接进行束流动力学方面的计算。如果选用曲线性的测磁坐标,测磁机的精度要提高,校准,定位都很困难。而繁琐的数据变换可以通过微处理机自动完成。

我们按(12)求出 $d_0(s), d_1(s), d_2(s), d_3(s) \dots$ 代入(6)获得束流运动坐标中场的纵向分布:

$$\begin{aligned} B_y(x_i, s, 0) &= d_0(s) + d_1(s)s + d_2(s)s^2 + \dots \\ &= G_0 + G_1 \left[1 - \frac{1}{6} (s/R)^2 \right] s \\ &\quad + G_2 \left[1 - \frac{1}{3} (s/R)^2 + \frac{1}{6} (s/R)^4 \right] s^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_y(x_i, s, 0) &= G_0 + G_1 s + G_2 s^2 + (G_3 - G_1/6R^2) s^3 \\ &\quad + (G_4 - G_2/3R^2) s^4 + \dots \end{aligned} \quad (13)$$

将(13)与(8)对照,发现,纵向场分布中的多极系数仅在六极矩之后才出现差异。而一般高能加速器的弯转铁中,

$$G_1/6R^2 \ll G_3, \quad G_2/3R^2 \ll G_4$$

水
确进
即小
2.0

表 4 两种坐标系中纵向分布场多极矩比较

		COMPARE BETWEEN COEFFICIENT FOR FIELDS		
J		$G(J)$	$D(S, J)$	$\langle D-G \rangle / D$
$s = -23$	0	+8.27772 E +03	+8.27772 E +03	+0.07772 E -65
	1	-9.02800 E +01	-9.02765 E +01	-3.87697 E -05
	2	+1.98200 E +00	+1.98186 E +00	-7.06407 E -05
	3	-1.78900 E -01	-1.78879 E -01	-1.17398 E -04
	4	-2.95560 E -02	-2.95514 E -02	-1.55661 E -04
	5	-3.27500 E -04	-3.27436 E -04	-1.95458 E -04
$s = -22$	0	+8.27772 E +03	+8.27772 E +03	+0.07772 E -65
	1	-9.02800 E +01	-9.02768 E +01	-3.54465 E -05
	2	+1.98200 E +00	+1.98186 E +00	-7.06407 E -05
	3	-1.78900 E -01	-1.78881 E -01	-1.06216 E -04
	4	-2.95560 E -02	-2.95518 E -02	-1.42123 E -04
	5	-3.27500 E -04	-3.27443 E -04	-1.74076 E -04
$s = -21$	0	+8.27772 E +03	+8.27772 E +03	+0.07772 E -65
	1	-9.02800 E +01	-9.02771 E +01	-3.21233 E -05
	2	+1.98200 E +00	+1.98189 E +00	-5.55025 E -05
	3	-1.78900 E -01	-1.78884 E -01	-8.94434 E -05
	4	-2.95560 E -02	-2.95523 E -02	-1.25202 E -04
	5	-3.27500 E -04	-3.27447 E -04	-1.61858 E -04
$s = -20$	0	+8.27772 E +03	+8.27772 E +03	+0.07772 E -65
	1	-9.02800 E +01	-9.02775 E +01	-2.76923 E -05
	2	+1.98200 E +00	+1.98190 E +00	-5.04566 E -05
	3	-1.78900 E -01	-1.78886 E -01	-7.82621 E -05
	4	-2.95560 E -02	-2.95525 E -02	-1.18433 E -04
	5	-3.27500 E -04	-3.27453 E -04	-1.43532 E -04
	6	+1.48300 E -05	+1.48274 E -05	-1.75351 E -04

变换公式(10),(12)是准确的. 误差首先来源于 $B_y(u_i, v)$; $B_y(u, v_i)$ 的测量. 目前水平已能做到优于 2×10^{-4} . 直接影响数据变换的是最小二乘法拟合系数 F_k, G_k 的准确性. 如果测得 m 对数据: $[v_i, B_y(v_i)], i = 1, 2, \dots, m$ 用

$$y_k(v) = \sum_{i=1}^k G_i v^i$$

进行拟合. 我们可以选择阶数 k 使得拟合函数 $y_k(v)$ 与测量值 $B_y(v)$ 的均方误差最小.

即求解 $\sigma_k^2 = \left[\sum_{i=1}^m (B_y(v_i) - y_k(v_i))^2 \right] / (m - k - 1)$ 方程, 找出最小 σ_k^2 值的阶数 k 值.

我们的最小二乘法拟合程序^[1], 已具有自动优选阶数 k 的性能, 确保获得均方误差最小的拟合系数. 表 2 是计算机的输出. 表中列出测量值和拟合值以及相应误差. $\sigma_s = 2.09 Gs$, 平均相对误差 0.01%.

最后, 由于条件所限, 缺乏直接测出多极系数 $F(J)$ 的手段, 所以暂时没法用实验来

当
nm

(6)

13)

六极

三小

磁坐

能加

中测

流动

很困

判断最小二乘法的拟合水平。

参 考 文 献

- [1] 杜文甫, 磁场分布的拟合技术(内部报告, 1980年)

DATA PROCESSOR FOR THE MAGNET WITH CURVATURE

DU WEN-FU

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The data processor of the magnetic field in the bending magnet with curvature is described using a normal measurement devies, moving along straight line. A formula for data trasformation is introduced. The results show that it would be approximately no influence to the fitting coefficients in longitudinal direction.

更 正

1. 第7卷第2期146页, 上数第13行及第14行中的 $n + N$ 应为 ntN
2. 第7卷第2期第270页第6行中间, “电位”二字应为“阴板”。
3. 第6卷第2期第129页《可调电场漂移室的结构和主要性能》一文中, 凡是 10.3% CH_4 + 89.7% Ar 气体应是 19.3% CO_2 + 80.7% Ar 气体, 反之亦然。特此更正。

Res
Per.
A S
The
The
A D
Boun
One
A Fe
The
Radiat
A M
Monte
e
Influe
F
Re
Data