由多重散射理论导出的光学势中的泡利阻塞效应

厉光烈
（中国科学院高能物理研究所）

摘要

本文讨论了由多重散射理论导出的光学势中的泡利阻塞效应.

由 Watson[1] 提出，经 Kerman, McManus 和 Thaler[2] (KMT) 发展的多重散射理论已经被广泛地应用来研究介子-核相互作用[3]. 按照 KMT 理论，介子-核散射的 T-矩阵可以写作1)

$$\left.\begin{aligned} T &= \frac{A}{A-1}T' \\ T' &= U' + U'\frac{P}{E-K-H_N+i\varepsilon}T' \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

其中，

$$U' = (A-1)\tau\left(1+\frac{Q}{E-K-H_N+i\varepsilon}U'\right) \tag{2}$$

这里
$$\tau = v + v\frac{1}{E-K-H_N+i\varepsilon}\tau \tag{3}$$

是介子在核中核子上散射的两体 T-矩阵. v 是介子与核中核子的两体相互作用. E 是介子-核系统的初态能量，K 是介子的动能算符，H_N 是核的哈密顿量. P 是弹性散射模型空间（即靶核处在基态）的投影算符，$Q=1-P$. 由(1)式知，当 $A\gg 1$ 时，U' 可以被看作是光学势. 可是，按照光学势的定义，U' 中不应包含跃迁回 P 空间的中间过程，而 τ 中的能量传播子 $\frac{1}{E-K-H_N+i\varepsilon}$ 既包含 Q 空间也包含 P 空间的贡献 $(P+Q=1)$，因此，严格地讲，U' 并不是真正的光学势. 当相互作用 v 较弱时，由此引起的误差不大，一般不引人注意，但是，当相互作用 v 强得足以引起一个束缚态时，就会出现以下的不合理现象：吸引的两体相互作用给出排斥的一级光学势. 为了清楚地说明这一点，让我们来看一个简单的例子. 考虑可分离的 s 波两体相互作用[4]

$$v(k',k) = -\frac{\lambda}{2\mu}g(k')g(k) \tag{4}$$

本文1982年10月25日收到.

1) 考虑到原子核波函数是反对称的，在下面的公式中略去了反对称化算符.

其中，
$$g(k)=1/(k^2+\beta^2) \tag{5}$$
λ 和 β 是常数，μ 是约化质量．由(3)式得，
$$\tau(k',k)=-\frac{\lambda}{2\mu}g(k')g(k)\left\{1-2\pi^2\lambda g(k)^2\left[ik+\beta-\frac{1}{2\beta g(k)}\right]\right\}^{-1} \tag{6}$$
与之相应的散射振幅和散射长度分别为
$$f(k)=-\left[ik+\beta-\frac{1}{2\beta g(k)}+\frac{1}{2\pi^2\lambda g(k)^2}\right]^{-1} \tag{7}$$
和
$$a=-\frac{2s}{\beta(1-s)} \tag{8}$$
其中，$s=\frac{\pi^2\lambda}{\beta^3}$ 是相互作用强度参数．于是，在 $A\gg 1$ 的情况下由(2)式给出的零能散射下的一级近似光学势为
$$U_1'(\boldsymbol{r})=\frac{a}{(2\pi)^2\mu}A\rho(\boldsymbol{r}) \tag{9}$$
这里，A 是核的质量数，$\rho(\boldsymbol{r})$ 是核内单粒子密度．由(9)式可以看到，当相互作用 v 较弱时，$s<1$，$a<0$，$U_1'(\boldsymbol{r})$ 是吸引的；当相互作用 v 强到足以引起一个束缚态时，$s>1$[4]，$a>0$，$U_1'(\boldsymbol{r})$ 变为排斥的．这显然是不合理的．

为了消除这种不合理性，找到真正的光学势，我们从核有效相互作用理论出发对上述的多重散射理论加以改进，使其给出的光学势不再包含跃迁回 P 空间的中间过程．我们将介子-核散射的 T-矩阵写作
$$T=U+U\frac{P}{E-K-H_N+i\varepsilon}T \tag{10}$$
其中，
$$\left.\begin{aligned}U&=\left(1-V\frac{Q}{E-K-H_N+i\varepsilon}\right)V\\ V&=\sum_{i=1}^{A}v_i\end{aligned}\right\} \tag{11}$$
这里 v_i 是介子与核中第 i 个核子之间的两体相互作用．引入反应矩阵
$$\tau_Q^{(i)}=v_i+v_i\frac{Q}{E-K-H_N+i\varepsilon}\tau_Q^{(i)} \tag{12}$$
并考虑到原子核波函数是反对称的，略去指标 i，则得
$$\begin{aligned}U&=\frac{A}{A-1}U_Q'\\ U_Q'&=(A-1)\tau_Q\left(1+\frac{Q}{E-K-H_N+i\varepsilon}U_Q'\right)\end{aligned} \tag{13}$$
显见，当 $A\gg 1$ 时 U 与 U' 的区别仅在于用 τ_Q 代替 τ，但是 U 中不再包含跃迁回 P 空间的中间过程，因此它是真正的光学势．让我们再来看上述的例子．将(4)式代入(12)式，得
$$\tau_Q(k',k)=-\frac{\lambda}{2\mu}g(k')\left[g(k)+\int d^3k''g(k'')\frac{2\mu Q(k'')}{k^2-k''^2+i\varepsilon}\tau_Q(k'',k)\right] \tag{14}$$
假定 $Q(k)=k^2/(k^2+\gamma^2)$ 以除去低动量成份，则

$$\tau_Q(k', k) = -\frac{\lambda}{2\mu} g(k')g(k) \left\{1 - 2\pi^2\lambda g(k)^2 \left[ikQ(k) + \beta - \frac{1}{2\beta g(k)} + X(k)\right]\right\}^{-1} \quad (15)$$

其中，

$$X(k) = \frac{1 - Q(k)}{2\beta(\beta+\gamma)^2}[k^4 + (3\beta^2 + 2\beta\gamma + \gamma^2)k^2 - (2\beta+\gamma)\beta^2\gamma] \quad (16)$$

将(15)式代入(13)式，在 $A \gg 1$ 的情况下我们得到零能散射下的一级近似光学势为

$$U_1(\boldsymbol{r}) = \frac{a_Q}{(2\pi)^2\mu} A\rho(\boldsymbol{r}) \quad (17)$$

其中，

$$a_Q = -\frac{2}{\beta}\left[\frac{1-s}{s} + \frac{(2\beta+\gamma)\gamma}{(\beta+\gamma)^2}\right]^{-1} \quad (18)$$

为考虑泡利阻塞效应以后的散射长度．显见，只要选取 $\gamma > (\sqrt{s} - 1)\beta$，$U_1(\boldsymbol{r})$ 便总是吸引的． 这说明，只要在由多重散射理论导出的光学势中适当考虑泡利阻塞效应的影响便可消除上述的不合理性．进一步我们将用改进后的多重散射理论给出的光学势去讨论介子-核散射问题

参 考 文 献

[1] K. M. Watson, *Rev. Mod. Phys.*, **30**(1958), 565; *Phys. Rev.*, **89**(1953), 575; *Phys. Rev.*, **105**(1957), 1388.
[2] A. K. Kerman, H. McManus and R. M. Thaler, *Ann. Phys.*, **8**(1959), 551.
[3] J. M. Eisenberg and D. S. Koltun, Theory of Meson Interactions with Nuclei, Chapter 5, John Wiley and Sons, 1980.
[4] Y. Yamaguchi, *Phys. Rev.*, **95**(1954), 1628.

PAULI-BLOCKING EFFECT IN THE OPTICAL POTENTIAL DERIVED FROM MULTIPLE-SCATTERING THEORY

LI GUANG-LIE

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this paper, Pauli-blocking effect in the optical potential derived from multiple scattering theory is discussed.