

一  
场  
在  
范

# 高能氘-氘散射

陈可中 谭振强

(广西大学)

李清润

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘要

本文应用核-核碰撞的 Glauber 多次散射理论，计算了入射动量为  $5.75 \text{ GeV}/c$  的氘-氘弹性散射微分截面。理论结果除了在“谷”附近有一定偏离外，在其他角区域与实验结果符合较好。此外，也研究了质子与中子平均输入振幅的影响。

## 一、引言

Glauber 的多次散射理论可以直接推广到两个多粒子体系间进行散射的情况<sup>[1,2]</sup>。所得到的散射振幅公式，形式上是简洁的，但是当粒子数目增多时（例如两个  $A$  均大于 4 的原子核），实际计算是相当复杂的。对于  ${}^4\text{He}-{}^4\text{He}$  散射的情况，实验上做过角分布的测量<sup>[3]</sup>，它可以提供一个对于核-核多次散射理论的直接检验。但是由于 Glauber 的精确展开式对于  $A_1 = 4, A_2 = 4$  的情况下变得十分复杂，因此相应的理论计算都要做各种各样的简化或近似：或者是对于  ${}^4\text{He}$  核的波函数做简化<sup>[2]</sup>（取为简单的高斯型，它不能给出实验的形状因子），或者是对于 Glauber 的精确展开式做进一步的近似<sup>[4,5]</sup>。另外，质心运动的近似修正也带来一定的不确定因素。因此可以说，到目前为止， ${}^4\text{He}-{}^4\text{He}$  所提供的检验并非十全十美。

最近，公布了第一个实验上氘-氘高能散射角分布的测量结果（入射动量为  $5.75 \text{ GeV}/c$ ），它覆盖一个相当大的动量转移区域（从  $0.125-2.0 (\text{GeV}/c)^2$ <sup>[6]</sup>）。这一实验结果为复杂粒子间碰撞的多次散射理论提供了一个最简单情况的检验。由于粒子数少，Glauber 振幅可以精确展开而不需做任何进一步的近似；氘核的波函数也可以取得很好地给出实验形状因子的形式；由于氘核波函数直接给出在相对坐标下，因此也不存在质心修正所可能带进的近似性。因此可以说，上述实验对于核-核多次散射理论能够提供一个既简单又完美的检验。

Franco 在把 Glauber 理论推广到核-核散射情况的文章中，曾经做为一个实际例子计

算过氘-氘的散射<sup>[1]</sup>。他假定的入射动量为  $4.42 \text{ GeV}/c$ ，并且为了简单对于氘核的形状因子做了过于简化的假定。Alberi 等人为了研究氘核基态中 D 态对于高能散射过程的影响，也曾计算过氘-氘的弹性散射<sup>[2]</sup>，他们也假定了同样的入射动量  $4.42 \text{ GeV}/c$ ，但由于当时尚未有任何高能氘-氘的实验测量，因此无法和实验比较。

本文应用核-核碰撞的多次散射理论，使用符合实际的波函数和相应能量的基本输入振幅，计算了入射动量为  $5.75 \text{ GeV}/c$  的氘-氘散射微分截面。结果表明，除了在“谷”附近有一定偏离外，在其他角区域理论能较好地符合实验结果。此外，对于通常采用的输入平均振幅（质子和中子平均）的影响，在氘-氘这一合适的情况下进行了讨论。

## 二、氘-氘的多次散射振幅

对于在高能量下的氘-氘散射，Glauber 散射振幅是

$$F_{dd}(q) = \frac{iK}{2\pi} \int d^2 b e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} \left\langle f \left| 1 - \prod_{i=1}^2 [1 - \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i + \mathbf{s}_i)] \right| i \right\rangle. \quad (1)$$

式中  $K$  是氘核入射动量， $\mathbf{q}$  是动量转移，其中  $t = -q^2$ ； $\mathbf{b}$  是碰撞参数。 $\mathbf{s}_i$  是靶氘中第  $i$  个核子的坐标在垂直于入射方向的平面上的投影， $\mathbf{s}_i$  是入射氘核中第  $i$  个核子坐标在垂直于入射方向的平面上的投影； $\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i + \mathbf{s}_i)$  是靶氘中第  $i$  核子与入射氘核中第  $i$  个核子之间两体剖面函数。

对于氘核的波函数，我们选取文献[8]所给出的形式，即

$$|\phi_d(\mathbf{r})|^2 = \sum_{i=1}^3 \alpha_i (4\pi\beta_i)^{-\frac{3}{2}} e^{-r^2/4\beta_i}, \quad (2)$$

其中  $\alpha_i = 0.34, 0.58, 0.08$ ；

$\beta_i = 141.5, 26.1, 15.5$ ；

这一波函数能够非常好地给出氘核的电子散射形状因子。(2) 式中的  $\mathbf{r}$  是质子与中子的相对坐标，即  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n$ ，

(1) 式中的  $\mathbf{s}_i$  及  $\mathbf{s}'_i$  在此情况下则为

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1 &= \frac{1}{2} \mathbf{s} & \mathbf{s}_2 &= -\frac{1}{2} \mathbf{s} & (\text{其中 } \mathbf{r} = \mathbf{s}, z) \\ \mathbf{s}'_1 &= \frac{1}{2} \mathbf{s}' & \mathbf{s}'_2 &= -\frac{1}{2} \mathbf{s}' & (\text{同样 } \mathbf{r}' = \mathbf{s}', z) \end{aligned} \quad (3)$$

为了方便计(1)式改写成

$$F_{dd}(q) = \frac{iK}{2\pi} \int d^2 b e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} \Gamma_{00}(\mathbf{b}). \quad (4)$$

由于(3)式积分只对  $\mathbf{r}$  及  $\mathbf{r}'$  进行则有

$$\begin{aligned} \Gamma_{00}(\mathbf{b}) &= 1 - \iint d\mathbf{r} d\mathbf{r}' |\phi_d(\mathbf{r})|^2 \cdot |\phi_d(\mathbf{r}')|^2 \left\{ 1 - \Gamma_{pp} \left( \mathbf{b} + \frac{\mathbf{s}}{2} - \frac{\mathbf{s}'}{2} \right) \right\} \\ &\times \left\{ 1 - \Gamma_{nn} \left( \mathbf{b} - \frac{\mathbf{s}}{2} - \frac{\mathbf{s}'}{2} \right) \right\} \cdot \left\{ 1 - \Gamma_{pn} \left( \mathbf{b} + \frac{\mathbf{s}}{2} - \frac{\mathbf{s}'}{2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\times \left\{ 1 - \Gamma_{np} \left( \mathbf{b} - \frac{\mathbf{s}}{2} - \frac{\mathbf{s}'}{2} \right) \right\}. \quad (5)$$

其中

$$\Gamma_{pp}(\mathbf{b}) = \Gamma_{nn}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i K_N} \int d^2 q e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} f_{pp}(q), \quad (6)$$

$$\Gamma_{pn}(\mathbf{b}) = \Gamma_{np}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i K_N} \int d^2 q e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} f_{pn}(q), \quad (7)$$

两体基本振幅采用参数化的形式,

$$f_{pp}(q) = \frac{K_N \sigma_{11}}{4\pi} (i + \rho_{11}) e^{-\frac{\beta_{11}^2 q^2}{2}}, \quad (8)$$

$$f_{pn}(q) = \frac{K_N \sigma_{12}}{4\pi} (i + \rho_{12}) e^{-\frac{\beta_{12}^2 q^2}{2}}. \quad (9)$$

从(2)(4)(5)(6)(7),可以推出:

$$F_{dd}(q) = \sum_{n=1}^4 F_{dd}^{(n)}(q), \quad (10)$$

其中

$$F_{dd}^{(1)}(q) = 2iK \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left[ N_{11} \alpha_i \alpha_j \beta_{11}^2 e^{-\frac{(2\beta_{11}^2 + \beta_i + \beta_j)}{4} q^2} + N_{12} \alpha_i \alpha_j \beta_{12}^2 e^{-\frac{(2\beta_{12}^2 + \beta_i + \beta_j)}{4} q^2} \right], \quad (11)$$

$$\begin{aligned} F_{dd}^{(2)}(q) = & -iK \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left[ N_{11} N_{12} \frac{4\alpha_i \alpha_j \beta_{11}^2 \beta_{12}^2}{(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2 + 2\beta_i)} \right. \\ & \times e^{-\frac{[(2\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 + (\beta_i + \beta_j)(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2) + 2\beta_i \beta_j)]}{4(\beta_{12}^2 + \beta_{11}^2 + 2\beta_i)} q^2} + N_{11}^2 \frac{\alpha_i \alpha_j \beta_{11}^4}{2(\beta_{11}^2 + \beta_i + \beta_j)} e^{-\frac{\beta_{11}^2 q^2}{4}} \\ & \left. + N_{12}^2 \frac{\alpha_i \alpha_j \beta_{12}^4}{2(\beta_{12}^2 + \beta_i + \beta_j)} e^{-\frac{\beta_{12}^2 q^2}{4}} \right], \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} F_{dd}^{(3)}(q) = & iK \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left[ N_{11}^2 N_{12} \frac{2\alpha_i \alpha_j \beta_{12}^2 \beta_{11}^4}{[2\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 + 4\beta_i \beta_j + 2(\beta_i + \beta_j)(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2) + \beta_{11}^4]} \right. \\ & \times e^{-\frac{[(2\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 + 4\beta_i \beta_j + 2(\beta_i + \beta_j)(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2)]\beta_{11}^2 q^2}{4(2\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 + 4\beta_i \beta_j + 2(\beta_i + \beta_j)(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2) + \beta_{11}^4)}} \\ & \left. + N_{12}^2 N_{11} \frac{2\alpha_i \alpha_j \beta_{11}^2 \beta_{12}^4}{[2\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 + 4\beta_i \beta_j + 2(\beta_i + \beta_j)(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2) + \beta_{12}^4]} \right. \\ & \times e^{-\frac{[(2\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 + 4\beta_i \beta_j + 2(\beta_i + \beta_j)(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2) + \beta_{12}^4]\beta_{12}^2 q^2}{4(2\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 + 4\beta_i \beta_j + 2(\beta_i + \beta_j)(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2) + \beta_{12}^4)}}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} F_{dd}^{(4)}(q) = & -iK \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \\ & \times \left[ N_{11}^2 N_{12}^2 \frac{\alpha_i \alpha_j \beta_{11}^4 \beta_{12}^4}{2(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2)[\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 + 4\beta_i \beta_j + (\beta_i + \beta_j)(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2)]} \right. \\ & \times e^{-\frac{\beta_{11}^2 \beta_{12}^2 q^2}{4(\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2)}} \left. \right], \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$N_{11} = \frac{\sigma_{11}(i + \rho_{11})}{4\pi}, \quad N_{12} = \frac{\sigma_{12}(i + \rho_{12})}{4\pi}; \quad (15)$$

弹性散射微分截面为:

$$\frac{d\sigma}{dQ} = |F(q)|^2. \quad (16)$$

### 三、结果与讨论

我们具体计算了入射动量为  $5.75 \text{ GeV}/c$  的氘-氘的散射微分截面。基本振幅的参数选自文献[9,10,11]，各种参数的具体数值列在表中。计算结果及其与实验结果的比较见图1，

氘-氘基本振幅参数

	$\sigma_{11}(\text{mb})$	$\sigma_{12}(\text{mb})$	$\beta_{11}(\text{GeV}/c)^{-2}$	$\beta_{12}(\text{GeV}/c)^{-2}$	$\rho_{11}$	$\rho_{12}$
1	42.7	42.7	6.2	6.2	-0.28	-0.28
2	45.0	42.7	6.2	6.2	-0.05	-0.5

1. 从图1中可以看出，除了在“谷”附近有一定偏离外（理论“谷”深度较大），在其他角区域理论与实验能较好地符合，且峰和谷的位置也能正确地反映出来。如前言所述，在氘-氘散射这种最简单的情况下，可以避免做各种进一步的近似。因此，理论与实验的符合表明把 Glauber 理论直接推广到核-核散射情况的公式(1)，对于高能核-核碰撞确实能够提供一个很好的描述。

2. 如上所述，由于氘-氘散射是非常简单的情况，因此不必做各种各样的近似。计算中我们使用了人们通常采用的质子、中子平均基本振幅，即  $f_{pn} = f_{pp} = \bar{f}$ 。由于氘-氘散射的简单性，因此我们可以选取更切合实际的基本振幅即  $f_{pn} \neq f_{pp}$ ，从而探讨采取平均振幅的做法可能产生的影响有多大。所以我们选取表中所引用的两组参数，其中第1组对应取平均振幅的情况，第2组对应分别取振幅的情况。计算结果表明两种情况的微分截面差别甚微，可见采用平均振幅是可取的。

为了更进一步弄清楚上述两种情况差别甚微是否由于氘-氘散射非常对称而引起的特殊性质，我们又计算了质子-氘散射的情况，看两组参数产生的结果如何。结果如图2所示，两种结果的差别仍是微小的。它表明，平均振幅的采用确实是可取的。

3. 在微分截面的“谷”附近，理论值比实验值明显偏低。“谷”的产生，是由于 Glauber 多次散射振幅相干（相消）的结果，因此在“谷”的区域，也是各种次级效应最能明显地显示出影响的区域。在我们的计算中，没有包括例如 N-N 振幅的自旋相关性、库仑效应、电荷交换效应、产生核子激发中间态的效应等等。这些次级效应都有可能在干涉区域显示出一定影响。特别应当提到的，是“谷”的深度对于 N-N 基本振幅中参数  $\rho$ （实虚比）是十分敏感的<sup>[11]</sup>，而 N-N 振幅中，参数  $\rho$  是确定得最不准确的。与本文的结果完全类似，在  $p-d$  散射的 Glauber 计算中，理论结果出现一个很低（与实验值相比）的“谷”<sup>[11]</sup>。一个

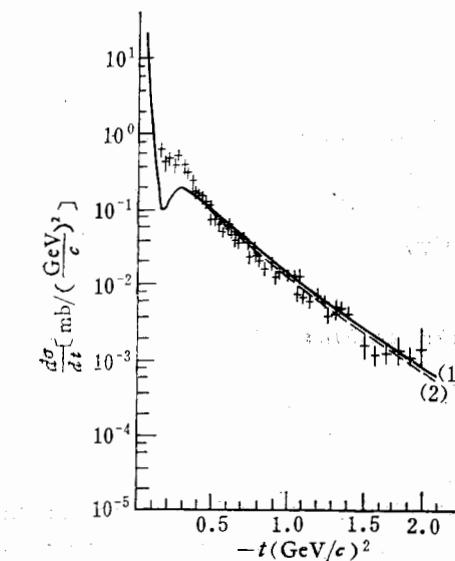
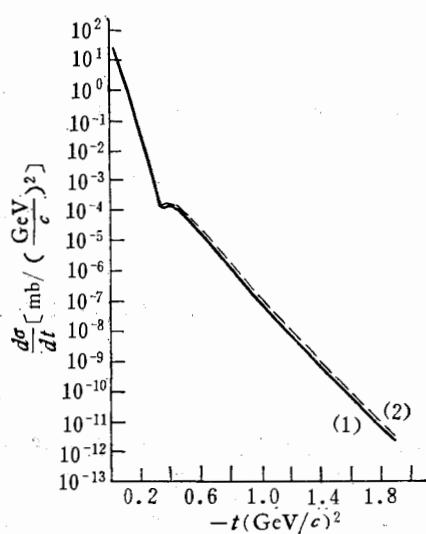


图1 氘-氘弹性散射微分截面

(1) 取平均核子参数的理论值;  
 (2) 取不同核子参数的理论值;  
 + 表示实验值.

图2 两种参数对质子-氘散射  
微分截面的影响

(1) 取平均核子参数的计算值;  
 (2) 取不同核子参数的计算值.

更加细致地研究上述各种效应大小的计算,当然是很有兴趣的问题.但通过本文的计算,我们似乎可以说, Glauber 理论对于最简单的核-核 ( $d-d$ ) 高能散射的主要特征,提供了一个很好的描述.

### 参 考 文 献

- [1] V. Franco, *Phys. Rev.*, **175** (1968), 1376.
- [2] W. Czyz and L. Maximow, *Ann. Phys.*, **52** (1969), 59.
- [3] J. Berger et al., *Nucl. Phys.*, **A338** (1980), 421.
- [4] G. K. Varma, *Nucl. Phys.*, **A294** (1978), 465.
- [5] R. D. Viollier and E. Turtuchi, *Ann. Phys.*, **124** (1980), 290.
- [6] E. T. B. Whipple et al., 9 ICOHEPANS, Abstracts of Contributed Papers. VERSAILLES, 1981. p. 135.
- [7] G. Alberi et al., *Nucl. Phys.*, **B17** (1970), 621.
- [8] V. Franco, *Phys. Rev.*, **C12** (1975), 225.
- [9] V. Franco and G. K. Varma, *Phys. Rev.*, **C18** (1978), 349.
- [10] G. Igo, Proc. Int. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure, Santa Fe and Los Alamos, 1975, eds. D. E. Nagle et al., p. 63.
- [11] R. H. Bassel and C. Wilkin, *Phys. Rev.*, **174** (1968), 1179.

## HIGH ENERGY DEUTERON-DEUTERON SCATTERING

CHEN KE-ZHONG TAN ZHEN-QIANG

(*Kwangsi University*)

LI QING-RUN

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

The differential cross section of deuteron-deuteron elastic scattering at  $P_d = 5.76$  GeV/c is calculated based on the Glauber multiple scattering theory in nucleus-nucleus collision. The theoretical result is compared with the experimental data and the agreement is satisfactory. In addition, the influence of the input amplitude is discussed.