

低空大气电磁级联的特征

荆贵茹 经才骞 朱清棋 丁林堃

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

用 Monte-Carlo 方法模拟了大气中的三维电磁级联过程, 分析了低空 (1.5 c. u. 以内) 不同高度上产生的电磁级联的次粒子数目、平均能量、能谱以及横向特征。

一、引 言

在大气层发生的宇宙线超高能强子作用, 主要通过次级 π^0 产生高能光子流。后者在大气层中传播并引起电磁级联簇射, 即所谓“大气电磁级联”(以下简称大气级联)。乳胶室是一种很灵敏的超高能电磁成分探测器, 大气级联中的电子和光子, 只要能量达到记录阈能, 都可以被乳胶室记录。能否由这些粒子的数目、平均能量以及横向分布特征得到大气级联起始点高度的消息, 是乳胶室实验甚感兴趣的一个问题。实验上特别重视作用点低的“低空事例”, 因为这种事例可被近似看作单次作用, 可以分析次级粒子的横动量。我们认为, 当前常用的某些判断低空事例的判据(例如, 以少伴随簇射作为低空电磁级联, 等等), 需要进行检验, 涨落的因素需要认真考虑。对于大气级联, A 近似^[1]是足够好的近似, 但是 A 近似的解析解只描写平均行为, 不能给出涨落的消息。本工作采用 A 近似的 Monte-Carlo 模拟, 着重分析在低空 (1.5 c. u. 以内) 产生的大气级联的各种特征。

二、方 法

取初级光子的能量为 10 至 1000 TeV, 次级电子、光子的下限能量 E_{\min} 为 1 TeV。对于空气这样的轻物质, E_{\min} 又远大于空气中电子的临界能量 E_c (≈ 80 MeV), 电磁级联可以用 A 近似处理^[1], 即忽略游离和 Compton 散射过程的贡献, 对产生和韧致辐射的截面用完全屏蔽公式。这就是说, 能量为 k 的光子经过一个辐射长度的大气, 产生能量为 E 和 $k-E$ 的一对电子, 其份额能量 $\nu (=E/k)$ 服从分布^[2]

$$\varphi(\nu) = \nu^2 + (1-\nu)^2 + \left(\frac{2}{3} - 2b\right)\nu(1-\nu), \quad (1)$$

式中 $b = [18 \cdot \ln(191z^{-1/3})]^{-1}$ 。对空气, $z = 7.42$, $b = 0.0121$ 。能量为 E 的电子经过

一个辐射长度的大气,辐射一个能量为 k 的光子,其份额能量 $u (=k/E)$ 服从分布^[2]

$$\phi(u) = \frac{1}{u} \left[1 + (1-u)^2 - (1-u) \left(\frac{2}{3} - 2b \right) \right], \quad (2)$$

其中 b 值同上。

在 A 近似下可以列出电磁级联的扩散方程,并可以用解析法求解^[4]。但解析法只能得出级联簇射在不同深度纵向发展的平均行为,不能描写其涨落,也不能描写级联簇射在横向的分布。解决此问题的有效方法,是采用 Monte-Carlo 模拟。

在 Monte-Carlo 模拟中,取对产生过程的平均自由程为

$$\lambda_{\text{pair}} = 1 / \int_0^1 \varphi(v) dv \simeq 1.29 \text{ c.u.} \quad (3)$$

由于韧致辐射几率公式(2)包含着在 $u=0$ 发散的因子 $1/u$, 计算辐射过程的平均自由程时必须对 u 取一下限切断值 u_{min} 。这个值应该尽量取得小一些,但过小会耗费太多的计算机时。我们取 $u_{\text{min}} \simeq 10^{-3}$, 得韧致辐射过程的平均自由程

$$\lambda_{\text{rad}} = 1 / \int_{u_{\text{min}}}^1 \phi(u) du \simeq 0.1 \text{ c.u.} \quad (4)$$

对簇射中的每一根电子径迹,按照多次库仑散射公式处理它的横向位移和散射后的发射角^[2]。即,取 z 轴为电子入射方向,则一个电子在 z 方向前进距离 l 之后,经过多次散射产生横向位移 R ,并以和 z 轴成 θ 角的方向射出。设 R 在 x, y 轴的投影分别为 R_x 和 R_y , θ 角在 xz 平面和 yz 平面上的投影分别为 θ_x 和 θ_y , 则 R_x 和 θ_x 的联合分布为二维正态分布:

$$P(l, R_x, \theta_x) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{\theta_x^2 l^2} \exp \left[-\frac{1}{\theta_x^2} \left(\frac{\theta_x^2}{l} - \frac{3R_x \theta_x}{l^2} + \frac{3R_x^2}{l^3} \right) \right], \quad (5)$$

式中

$$\theta_x^2 = \left(\frac{E_x}{p\beta} \right)^2 \cdot \frac{1}{X_0}, \quad (6)$$

E_x 是散射能量 ($\simeq 21 \text{ MeV}$), X_0 是空气中的辐射长度 ($\simeq 37.5 \text{ g/cm}^2$), p 和 β 分别是电子的动量和速度。

R_y 和 θ_y 也有类似于(5)的联合分布。每根电子径迹的多次散射,即由这两个联合分布取样确定。

三、次级粒子的平均数目和涨落

为了检查所用方法的可靠性,首先计算了 15 c. u. 以内级联簇射的平均纵向发展。设 E_0 为光子初能,对 $E_0/E_{\text{min}} = 10, 31.6, 100, 316, 1000$ 五种情况,算得的电磁级联纵向发展曲线见图 1。图中的圆点是在光子初能 $E_0 = 50 \text{ GeV}$, $E_{\text{min}} = 0.5 \text{ GeV}$ (即 $E_0/E_{\text{min}} = 100$) 情况下, Butcher 等^[3]用 Monte-Carlo 方法计算大气中的电磁级联的结果。两个结果相符。

关于不同深度处,簇射次级粒子数目的涨落,一般的计算(例如[4])只报道了方差,没有给出具体的分布形式。实际上,这种分布随入射粒子和次级粒子的种类(e 或 γ)而变

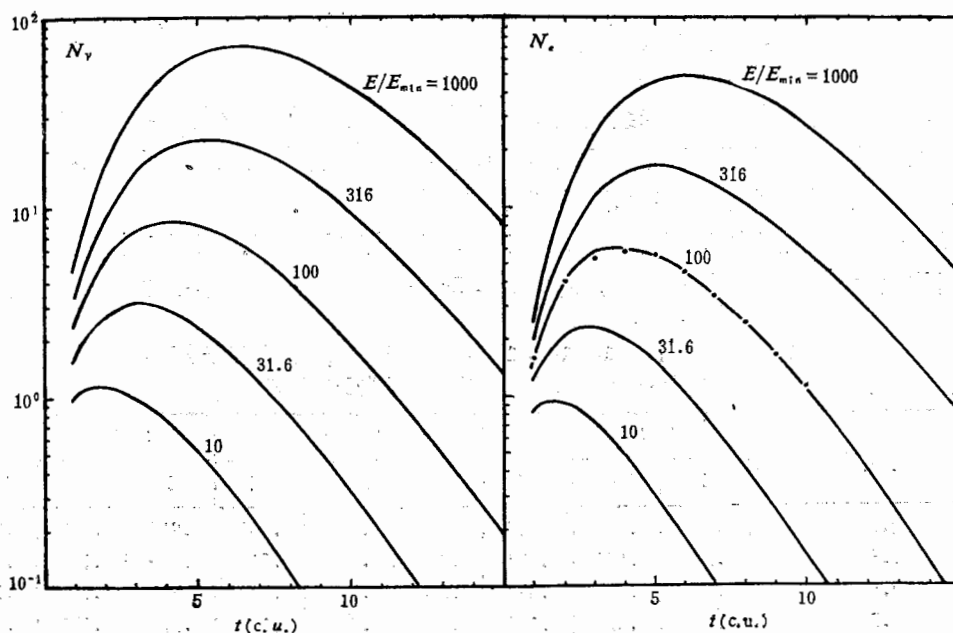


图 1 光子引起的电磁级联在不同大气厚度处的次级光子平均数 (N_γ) 和次级电子平均数 (N_e)。实线, 本计算; 圆点, Butcher 等的计算。

化, 也随簇射的深度而变化。以电子引起的大气级联为例, 只在簇射极大之前和之后的一定深度上, 次级 γ 的分布才近似为高斯型的对称分布。

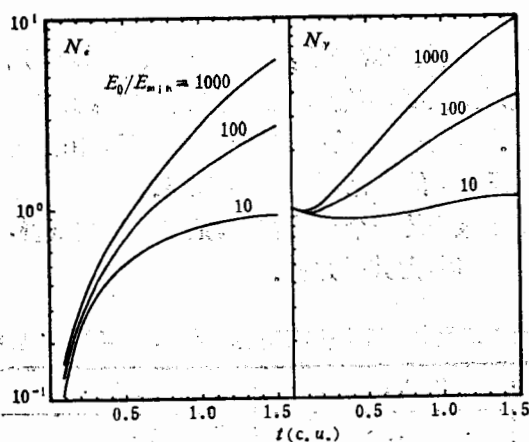


图 2 光子引起的电磁级联在 1.5 c.u. 之内不同深度处的平均次级电子数 (N_e) 和光子数 (N_γ)。

对于 1.5 c.u. 以内的低空大气级联的次级粒子平均数, 取 0.1 c.u. 为间隔作了统计。图 2 是对 γ 入射, $E_0/E_{\min} = 10, 100, 1000$ 算得的平均次级电子数 N_e 和平均次级光子数 N_γ 。

四、光子直达事件和低多重数事件的几率

实验上,有的作者往往把未经大气级联的单个光子(光子直达事件),或虽经大气级联但次级粒子数目较少的簇射(低多重数事件),作为低空事件来处理^[1]。实际上,由于大气级联中次级粒子数目的涨落甚大,这种判断并不总是准确的。

Monte-Carlo 模拟中给出了这类事件在不同高度出现的几率。在表 1 中,分别列出了在不同的大气厚度观察到一个(即直达光子),2—6 个和 7 个以上次级粒子事件的几率。

表 1 在 $E_0/E_{\min} = 10, 100, 1000$ 的光子入射情况下,光子直达,产生 2—6 个以及 7 个以上次级粒子的几率

大气厚度 z (c. u.)	$E_0/E_{\min} = 10$			$E_0/E_{\min} = 100$			$E_0/E_{\min} = 1000$		
	1	2—6	≥ 7	1	2—6	≥ 7	1	2—6	≥ 7
0.1	.934	.049	.017	.910	.084	.006	.914	.080	.006
0.3	.794	.154	.052	.782	.202	.016	.789	.170	.041
0.5	.685	.225	.090	.676	.248	.076	.688	.156	.156
0.7	.585	.272	.143	.562	.276	.162	.578	.171	.251
0.9	.501	.300	.199	.496	.236	.268	.488	.162	.350
1.1	.441	.289	.270	.424	.216	.360	.427	.121	.452
1.3	.376	.282	.342	.352	.212	.436	.353	.089	.558
1.5	.322	.282	.396	.298	.186	.516	.306	.083	.611

五、大气电磁级联的能量衰减

在大气级联中产生的次级电子或光子,若其能量(E_e 或 E_γ) 低于探测器的记录阈能,就不能被记录了。簇射愈发展,不能被记录的粒子愈多,观测能量 $\Sigma(E_e + E_\gamma)$ 与初能 E_0 的比值也愈来愈小。取乳胶室的探测阈能为 1TeV,由这种“能量衰减”引起的 $\Sigma(E_e + E_\gamma)/E_0$ 随大气厚度 z 的变化,在表 2 中列出。

由表 2 看到,低空电磁级联的一个显著特点,是能量衰减很慢, $\Sigma(E_e + E_\gamma)$ 非常接近初能 E_0 ; 当 E_0/E_{\min} 很高时,尤其是这样。

表 2 低空大气级联中次级粒子观测能量 $\Sigma(E_e + E_\gamma)$ 占初能的百分比

大气厚度 z (c.u.)	$E_0/E_{\min} = 10$	100	1000
0.1	.998	1.00	1.00
0.3	.989	.999	1.00
0.5	.972	.997	1.00
0.7	.948	.994	1.00
0.9	.918	.989	.999
1.1	.885	.982	.998
1.3	.847	.974	.996
1.5	.806	.963	.994

六、次级粒子的平均能量

级联簇射的次级粒子平均数随大气厚度 z 的变化遵循图 1 和图 2 所示的上升一下降规律, 而能量在记录阈以上的次级粒子总能量 $\Sigma(E_e + E_\gamma)$ 随大气厚度 z 的变化都遵循表 2 所表示的单调下降规律. 因此, 在级联曲线的上升段和下降段, 粒子数目可能相近或相同, 但是每个粒子的平均能量却十分悬殊. 这一性质, 有助于用来判断观测到的电磁级联是处于上升阶段(低空或中等高度的簇射)或是收尾阶段(高空簇射).

图 3 是在 $E_0 = 10, 100, 1000 \text{ TeV}$ ($E_{\min} = 1 \text{ TeV}$) 的 γ 引起的大气级联中, 次级粒子的平均能量 $\langle E_{e,\gamma} \rangle$ 随大气厚度 z 的变化关系. 假定记录到一个大气级联簇射, 次级粒子平均能量是 6 TeV , 由图 3, 可以是 $E_0 = 10 \text{ TeV}$, $t = 0.7 \text{ c.u.}$, 或 $E_0 = 100 \text{ TeV}$, $t = 3 \text{ c.u.}$, 或 $E_0 = 1000 \text{ TeV}$, $t = 6 \text{ c.u.}$, 等等. 但是由图 1, 上述三种情况的平均次粒子数应分别为 1.6, 13.5 和 105.2. 对照观察到的次级粒子数目, 可以大致估计簇射的初能以及簇射产生于低空的可能性.

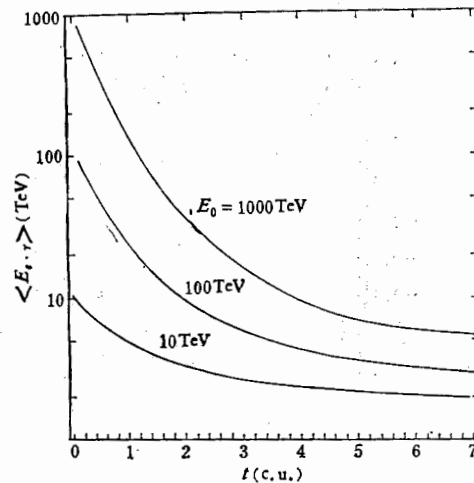


图 3 在 $E_0 = 10, 100, 1000 \text{ TeV}$ 的 γ 引起的大气级联中, 次级粒子平均能量 $\langle E_{e,\gamma} \rangle$ 随大气厚度 z 的变化.

七、次级粒子的能谱

A 近似的解析计算分别给出了次级电子和光子的微分谱和积分谱. 它们都是幂谱, 积分谱指数就是簇射的年龄参量 $S^{[2]}$. 但是, A 近似的 Monte-Carlo 模拟表明, 对于 1.5 c.u. 以内的低空电磁级联, 解析计算给出的近似结果不够准确. 对 $E_0/E_{\min} = 10, 100, 1000$ 的光子入射, 用 Monte-Carlo 方法作出大气厚度 z 在 1.5 c.u. 以内的次级粒子微分能谱, 它们都是幂谱, 随着 z 的增大而愈来愈陡 (见图 4). 用最小二乘法对数据作幂谱拟合, 得到谱指数 γ 随深度 z 变化的规律, 示于图 5 (取右端尺度). 原则上, 如果用其他方法能估计出簇射的初能, 就可以由这一组曲线通过 γ 来估计簇射起始点的高度 t .

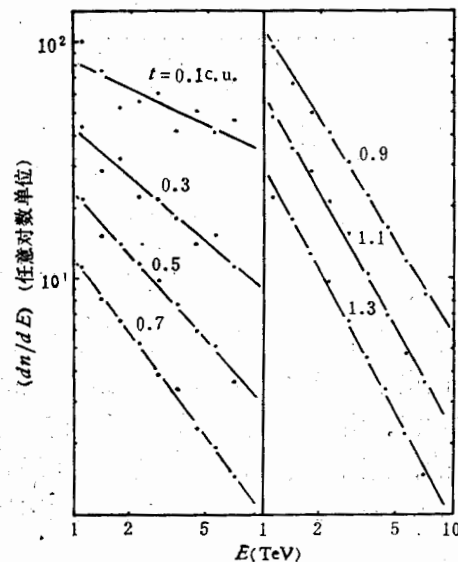


图 4 $E_0/E_{\min} = 10$ 的光子入射, 在大气厚度 $t = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3 \text{ c.u.}$ 处的次级粒子微分谱.

实验上,作簇射的微分能谱 dn/dE 时,往往遇到数据统计量不足的问题,尤其是在高能端.为此,我们改作 $dn/d \lg E$ 分布.显然,如果 dn/dE 是指数为 γ 的幂谱,则 $dn/d \lg E$ 也是幂谱,指数为 $\gamma-1$,恰恰就是积分谱的幂指数.

对低空电磁级联, $dn/d \lg E$ 谱的斜率,呈现出随簇射深度 t 由负到正变化的特征.图 5 左端尺度表示了这种变化规律.图 6 是一个例子.显然,如果作出了大气级联的 $dn/d \lg E$ 谱,则由幂谱指数 γ 可以估计簇射产生点的高度.

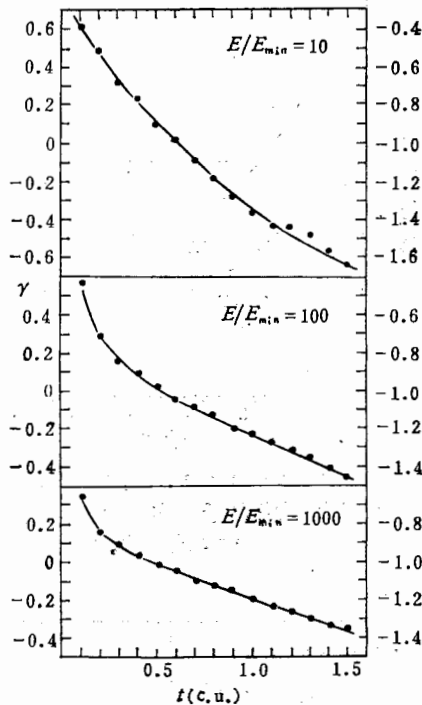


图 5 在光子引起的大气级联中,次级粒子能谱幂指数 γ 对大气厚度 t 的依赖.

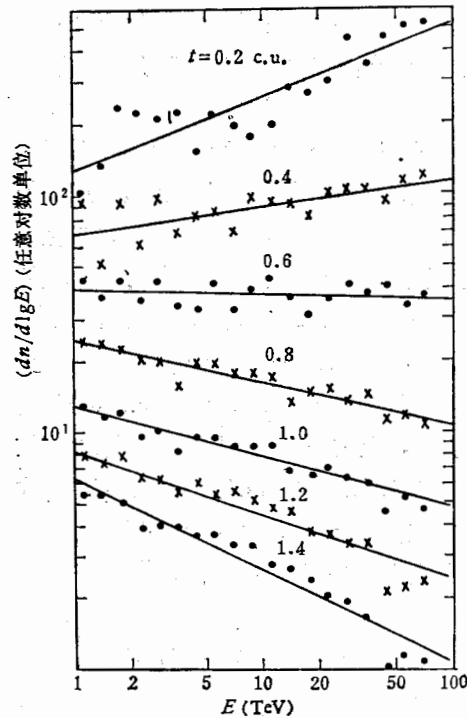


图 6 $E_0 = 100 \text{ TeV}$ 的光子引起的大气级联,次级粒子 ($E_{\min} = 1 \text{ TeV}$) 的 $dn/d \lg E$ 谱.

八、次级粒子的横向扩展

主要由于电子的多次库仑散射,电磁级联的次级粒子产生了偏离簇射轴的横向扩展.图 7 画出了次级粒子的平均横向距离 \bar{R} 和能量与距离乘积的平均值 \overline{ER} 随大气深度 t 的变化规律.由于实验上不能确定簇射轴的位置,这里的 R 是对所有簇射粒子的能量中心而言的.由图 7 看到, \bar{R} 和 \overline{ER} 都随 t 增大而增大,在较大的厚度有变平的趋势.但在 1.5 c.u. 以内的低空,它们随 t 的变化还是灵敏的,可以作为判断簇射产生高度的一个参考量.

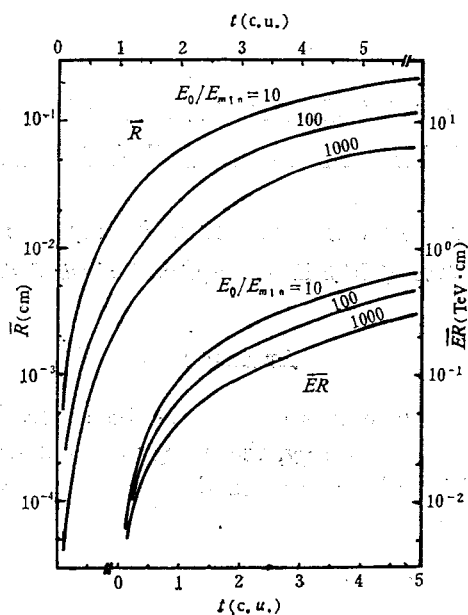


图 7 $E_0/E_{\min} = 10, 100, 1000$ 的光子引起的大气级联, 次级粒子的 \bar{R} 和 $\bar{E}R$ 随大气厚度 t 的变化。

九、小 结

归纳以上的讨论, 我们看到, 低空 (1.5 c.u.) 大气电磁级联具有以下定性特征: 次级粒子数目较少而平均能量较高; 次级粒子总能接近光子的初能; 微分谱指数较小, 能谱较平; 次级粒子的平均横向扩展 \bar{R} 以及 $\bar{E}R$ 都较小。若要由大气级联的有关观测量具体估计簇射的产生高度, 则需要考虑这些量与高度关系中的涨落。用 Monte-Carlo 方法得到的有关几率分布将为这种分析提供一些依据。

最后说明, 为了节省篇幅并使图象清晰, 本文报道的各个图表, 多是对 $E_0/E_{\min} = 10, 100, 1000$ 三种情况给出的。实际上, 本计算可以给出任意情况的结果。

本文所涉及的一部分计算是在高能物理所 320 机和宇宙线室 PDP 11/24 机上完成的, 谨向机组表示谢意。

参 考 文 献

- [1] B. Rossi, High Energy Particles, Prentice-Hall, 1952.
- [2] S. Hayakawa, Cosmic Ray Physics, John Wiley and Sons, 1969.
- [3] J. C. Butcher et al., Nucl. Phys., 20(1960), 15.
- [4] H. Messel et al., Electron-photon Shower Distribution Function, 1970.
- [5] 例如, 在 Chiron 型事例的研究中, 就是以不伴随或少伴随的大气级联作为低空事例的判据, 并由此估计强子的横动量。见 S. Hasegawa, Proc. International Symposium on Cosmic Rays and Particle Physics, Tokyo (1984) 319.

FEATURES OF ATMOSPHERIC ELECTROMAGNETIC CASCADES PRODUCED AT LOW HEIGHTS

JING GUI-RU JING CAI-LIU ZHU QING-QI DING LIN-KAI

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The electromagnetic cascade processes in the atmosphere is simulated three-dimensionally. The number, the mean energy, the energy spectrum and the transverse behaviour of secondary particles of electromagnetic cascades produced at different heights (within 1.5 c.u) are analysed.