第 11 卷 第 2 期　　高 能 物 理 与 核 物 理　　Vol. 11, No. 2
1987 年 3 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Mar., 1987

关于 Λ-α 有效相互作用以及超核 $^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 与 $^{9}_{\Lambda}$Be 的研究

姜国荣　　　　金星南[1)]
（苏 州 大 学）　（北京中国原子能科学研究院）

摘　　要

本文用给出 $^{5}_{\Lambda}$He 的 Λ 结合能实验值的 Λ-α 有效相互作用，统一地用超球谐函数方法的绝热近似，研究了超核 $^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 的双 Λ 结合能与 $^{9}_{\Lambda}$Be 的 Λ 结合能．得到的结果比较满意的．

一、引　　言

超核 $^{5}_{\Lambda}$He "超结合"问题在七十年代是一个未解决的问题[1]．八十年代初，人们认识到 Λ 与 α 的结合，不仅要考虑 Λ 与组成 α 粒子的核子的相互作用，还必须要涉及到 α 粒子的内部结构[2]．目前要从理论上严格计算出 α 粒子内核子的波函数还有一定的困难，所以人们通过高能电子对 ^{4}He 的散射实验，得出 ^{4}He 内的核子密度分布．当人们得到了 α 内的核子密度分布，从 Λ 与核子的相互作用 $V_{\Lambda-N}(r)$，利用折叠位方法，便可得到 Λ-α 的有效相互作用 $V_{\Lambda-\alpha}$．从这样得出的 $V_{\Lambda-\alpha}$，便能算得与实验相符的 $^{5}_{\Lambda}$He 中 Λ 的结合能．

本文的目的是拟利用这样得出的 $V_{\Lambda-\alpha}$，来统一研究两个含有 α 粒子的超核 $^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 与 $^{9}_{\Lambda}$Be．本文把 $^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 作为两个 Λ 粒子与一个 α 粒子组成的系统，把 $^{9}_{\Lambda}$Be 作为两个 α 粒子与一个 Λ 粒子组成的系统．这里，把 α 粒子作为一个简单的独立粒子来考虑．因此超核 $^{9}_{\Lambda\Lambda}$He 和 $^{9}_{\Lambda}$Be 就认为 Λ-α-Λ 与 α-Λ-α 二个三体系统．

处理三体系统的方法很多，这里利用超球谐函数方法．这方法的困难是在于所取的超球谐函数的阶次 K 要相当高，才能得到稳定的结果．六十年代末期，J. H. Macek 在研究 He 原子时引用了超球谐函数方法的绝热近似[3]，后来，八十年代初，T. K. Das 等在原子核物理中引进了这办法[4]．这办法的优点是在于最后化为求解一个两阶常微分方程，大大减少了工作量．

在超球谐函数方法中，超球谐函数的阶次 K 要取多高，才能得到较稳定的结果，目前还是不很清楚的．通过这工作，我们还想探索一下在像核力那种短程强相互作用下，K 当取多高，才能获得稳定的结果．

---

1) 兼苏州大学教授．

本文 1986 年 5 月 17 日收到．

二、Λ-Λ 与 Λ-N 相互作用

早在 1963 年，R. H. Dalitz 与 G. Rajasekaran[5] 在分析超核 ${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 时，给出了一组单高斯形式的 Λ-Λ 与 Λ-N 相互作用

$$v(r)=v^{0}\exp(-r^{2}/\beta^{2}) \tag{1}$$

其中

$$v^{0}_{\Lambda\Lambda}=-52.25\ \text{MeV}$$
$$v^{0}_{\Lambda\text{N}}=-38.19\ \text{MeV}$$
$$\beta_{\Lambda\Lambda}=\beta_{\Lambda\text{N}}=1.034\ \text{fm}.$$

在这工作中，我们采用了这组势.

关于 α 粒子中核子的密度分布函数，取自文献 [2]

$$\rho(r)=0.20726\exp\left(-\frac{r^{2}}{1.0399^{2}}\right)-0.16410\exp\left(-\frac{r^{2}}{0.6883^{2}}\right). \tag{2}$$

用折叠位方法，求得

$$V_{\Lambda-\alpha}(r)=4\int v_{\Lambda-\text{N}}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\rho(\boldsymbol{r}')d\boldsymbol{r}'$$
$$=-69.50\exp\left(-\frac{r^{2}}{1.4665^{2}}\right)+26.26\exp\left(-\frac{r^{2}}{1.2421^{2}}\right). \tag{3}$$

用这势，求解方程

$$-\frac{\hbar^{2}}{2\mu}\frac{d^{2}\varphi(r)}{dr^{2}}+V_{\Lambda-\alpha}(r)\varphi(r)=E\varphi(r) \tag{4}$$

在边界条件

$$\varphi(0)=0,\quad \lim_{r\to\infty}\varphi(r)=0 \tag{5}$$

下，求得 ${}^{5}_{\Lambda}$He 的结合能为 3.1190 MeV。实验值为 3.12 ± 0.02 MeV。

从集团模型理论出发[6]，$V_{\alpha-\alpha}$ 为直接项 V_{D} 与由于核子交换引起的非定域项的组合. 为了简单起见，将 $V_{\alpha-\alpha}$ 表为：

$$V_{\alpha-\alpha}(r)=c'\exp\left(-\frac{r^{2}}{d'^{2}}\right) \tag{6}$$

取 $d'=2.296$ fm，c' 作为一个可调参数，以致能得到较好的 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 的结合能.

三、超球谐函数方法的绝热近似

超球谐函数方法的绝热近似，已在许多文章中叙述过[3,4,7]，故不在此多赘. 其基本技巧是在于将三体系统的波函数 $\Psi(\boldsymbol{X}_{1},\boldsymbol{Y}_{1})$（其中 X_{1} 为两个相同粒子 2 与 3 间的距离，Y_{1} 为粒子 1 与粒子 2 与 3 的质心之间的距离）用下列方程所定义的本征函数 $B_{\lambda}(\rho,\Omega)$ 来展开：

$$\left\{-\left[L^{2}(\Omega)-\frac{15}{4}\right]\frac{1}{\rho^{2}}+V(\rho,\Omega)\right\}B_{\lambda}(\rho,\Omega)=\omega_{\lambda}(\rho)B_{\lambda}(\rho,\Omega) \tag{7}$$

其中 ρ 为超球半径，Ω 为超球面角，它们由下式所定义：

$$\rho = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}$$

$$\Omega \equiv \left(\phi_1 = \tan^{-1}\frac{Y_1}{X_1},\ \theta_{x_1},\ \varphi_{x_1},\ \theta_{y_1},\ \varphi_{y_1}\right),$$

那末

$$\Psi(X_1, Y_1) = \rho^{-5/2}\sum_{\lambda}\zeta_\lambda(\rho)B_\lambda(\rho,\Omega). \tag{8}$$

再把 $B_\lambda(\rho, \Omega)$ 用超球谐函数 $P_{k\alpha}(\Omega)$ 展开，即

$$B_\lambda(\rho, \Omega) = \sum_{\kappa\alpha}\chi_{\kappa\alpha,\lambda}(\rho)P_{\kappa\alpha}(\Omega). \tag{9}$$

在非耦合近似下，可以归结为求解一个二阶常微分方程：

$$\left\{-\frac{d^2}{d\rho^2} + \omega_\lambda(\rho) + k^2 + \sum_{\kappa\alpha}\left|\frac{d\chi_{\kappa\alpha,\lambda}}{d\rho}\right|^2\right\}\zeta_\lambda(\rho) = 0. \tag{10}$$

在边界条件：

$$\left.\begin{array}{l}\zeta_0(0) = 0\\ \lim\limits_{\rho\to\infty}\zeta_0(\rho) = 0\end{array}\right\} \tag{11}$$

下，便能求得系统的基态能量.

四、计算过程与结果

${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 基态的 $J^\pi = 0^+$，α 粒子的自旋为 0，Λ 的自旋为 1/2. 两个 Λ 的自旋耦合应为 0. 如以 2 与 3 粒子记 ${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 中的两个 Λ 粒子的标号，则 ${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 波函数的自旋部分为

$$\frac{\alpha(2)\beta(3) - \alpha(3)\beta(2)}{\sqrt{2}}.$$

${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 基态的 $L = 0$. 波函数的空间部分将是对称的.

${}^{9}_{\Lambda}$Be 基态的 $J^\pi = \frac{1}{2}^+$. α 粒子的自旋为 0，Λ 的自旋为 1/2，故 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 基态的 $L = 0$.

由于这些原因，${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 与 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 所取的超球谐函数的量子数是相同的. 兹把本文在计算中所取的 K, n, l_{x_1}, m_{x_1}, l_{y_1}, m_{y_1} 列于表 1.

根据这些波函数，便能进行具体计算. 计算过程已于文献 [7] 中叙述，故不在此多赘.

对 ${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 的两个 Λ 粒子的结合能，当 $K = 10$, 12 时的结果，列于表 2.

对 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 的 Λ 粒子的结合能，当 $K = 10$, 12 时的结果，列于表 3.

我们另外用 $V_{\Lambda\text{-N}}(r)$ 的 Verma 与 Sural II[2] 对 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 也进行了计算. $K = 10$,12 的结果列于表 4.

在 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 的计算中，^{8}Be 的结合能取自实验值，为 -0.0918 MeV[8].

在 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 的计算中，我们调了公式 (6) 中 $V_{\alpha-\alpha}$ 的强度 c'，结果为

$$c' = -0.2102\text{MeV}.$$

表 1　对 ${}_{\Lambda\Lambda}^{6}He$ 与 ${}_{\Lambda}^{9}Be$ 波函数所取的量子数

K	n	l_{x_1}	m_{x_1}	l_{y_1}	m_{y_1}
0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0
4	2	0	0	0	0
4	0	2	$\pm2,\pm1,0$	2	$\mp2,\mp1,0$
6	3	0	0	0	0
6	1	2	$\pm2,\pm1,0$	2	$\mp2,\mp1,0$
8	4	0	0	0	0
8	2	2	$\pm2,\pm1,0$	2	$\mp2,\mp1,0$
8	0	4	$\pm4,\pm3,\pm2,\pm1,0$	4	$\mp4,\mp3,\mp2,\mp1,0$
10	5	0	0	0	0
10	3	2	$\pm2,\pm1,0$	2	$\mp2,\mp1,0$
10	1	4	$\pm4,\pm3,\pm2,\pm1,0$	4	$\mp4,\mp3,\mp2,\mp1,0$
12	6	0	0	0	0
12	4	2	$\pm2,\pm1,0$	2	$\mp2,\mp1,0$
12	2	4	$\pm4,\pm3,\pm2,\pm1,0$	4	$\mp4,\mp3,\mp2,\mp1,0$
12	0	6	$\pm6,\pm5,\pm4,\pm3,\pm2,\pm1,0$	6	$\mp6,\mp5,\mp4,\mp3,\mp2,\mp1,0$

表 2　${}_{\Lambda\Lambda}^{6}He$ 的两个 Λ 的结合能 $B_{\Lambda\Lambda}({}_{\Lambda\Lambda}^{6}He)$

K	$B_{\Lambda\Lambda}({}_{\Lambda\Lambda}^{6}He)$ (MeV)
10	10.8020
12	10.8022

实验值 $B_{\Lambda\Lambda}({}_{\Lambda\Lambda}^{6}He) = 10.8$MeV.

表 3　${}_{\Lambda}^{9}Be$ 的 Λ 结合能 $B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{9}Be)$
（用 Dalitz 与 Down 势）

K	$B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{9}Be)$
10	6.7122
12	6.7106

实验值 $B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{9}Be) = 6.71\pm0.02$MeV

表 4　${}_{\Lambda}^{9}Be$ 的 Λ 结合能 $B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{9}Be)$
（用 Verma 与 Sural II 势）

K	$B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{9}Be)$
10	6.7112
12	6.7160

从此可以见到，两个 α 粒子间的相互作用是弱的．这说明了 ${}^{8}Be$ 是稳定的．这与 S. Saito 的论证[9]是一致的．

上述的计算结果与实验较符合，我们认为主要是由于下列两种原因：(1) 在 ${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He 与 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 中，α 粒子的效应是重要的．如不考虑 α 粒子效应这一因素，在 ^{9}Be 中一般会得到较高的 Λ 结合能，在 Hartree-Fock 方法 Bassichis 与 Gal 的结果为 14.32 MeV[10]，陈华中等的结果为 7.26 MeV[11]，而施义晋与庄斐用集团模型，则可得到 6.237 MeV[12] (低于实验值)．这可以看出在 ${}^{9}_{\Lambda}$Be 中考虑 α 粒子的效应，会使 Λ 的结合能减小．(2) 用超球阶函数绝热近似方法，从 $K=10$，与 $K=12$ 的结果看，已经是相当稳定．

本文的大量计算工作是在中国原子能科学研究院的 CYBER 825 计算机上完成的，特此向该计算机组的同志们，表示感谢．

参 考 文 献

[1] R. H. Dalitz, R. C. Herndon and Y. C. Tang, *Nucl. Phys.*, **B47**(1972), 109; A. Gal, Adv. in Nucl. Phys. ed. M. Barange and E. Vogt (Plenum Press, N. Y., 1977), Vol. 8, p. 1.
[2] C. Daskaloyannis et al, *Phys. Rev.*, **C26**(1982), 702.
刘渊、刘宪辉，原子核物理，**5**(1983)，186.
[3] J. Macek, *J. Phys.*, **B1**(1968), 831.
[4] T. K. Das et al, *Phys. Rev.*, **C26**(1982), 2281.
[5] R. H. Dalitz and G. Rajasekaran, *Nucl. Phys.*, **50**(1964), 450; H. Bandō et al., *Prog. Theor. Phys.*, **67** (1982), 508.
[6] K. Wildermuth and Y. C. Tang, A Unified Theory of the Nucleus (Academic Press, N. Y., 1977); S. Saito, *Prog. Theor. Phys.* **41**(1969), 705.
[7] 石双合、金星南，理论物理通讯，**5**(1986)，105.
[8] F. Ajzenberg-Selove, *Nucl. Phys.*, **A413**(1984), 1.
[9] S. Saito, *Prog. Theor. Phys.*, **41**(1969), 705.
[10] W. H. Bassichis and A. Gal, *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 28.
[11] 陈华中、庄斐、施向军、金星南，原子核物理，**6**(1984)，303.
[12] 施义晋、庄斐，高能物理与核物理，**7**(1983)，605.

THE Λ-α EFFECTIVE INTERACTION AND INVESTIGATION ON THE HYPERNUCLEI ${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He AND ${}^{9}_{\Lambda}$Be

JIANG GUO-YONG

(Suzhou University)

JIN XING-NAN

(Institute of Atomic Energy)

ABSTRACT

The effective interaction between Λ and α is obtained by folding the Λ-N interaction to the nucleon density of the α particle, which gives the correct form factor of α particle in the high energy electron scattering experiment. Using this effective interaction, we calculate the binding energy of the doudle Λ in ${}^{6}_{\Lambda\Lambda}$He and the binding energy of Λ in ${}^{9}_{\Lambda\Lambda}$Be by means of the adiabatic approximation to the hyperspherical harmonic method. The results are satisfactory.