

关于 ^{44}Ca 核的一个简化模型的计算

蔡延璞 宋宏秋 王子兴 黄唯志

(中国科学院上海原子核研究所)

摘 要

本文用折线图的微观理论定义 $0f-1p$ 壳的“对”，并以这些“对”作为基础来构成 ^{40}Ca 外有四个价中子的模型空间，计算了 ^{44}Ca 的低能谱，结果表明，用这一模型空间大为缩小的简化模型，对具有同类价核子的 ^{44}Ca 低能谱，只包括 S, D, G 和 I “对”就能得到与实验值很好的符合

一、引 言

关于 $0f-1p$ 壳核的核谱已有过若干研究^[1,2]，其中也包括 ^{44}Ca 核。虽然计算结果^[1]和实验也能符合，但在其计算采用了所谓修正的 KB 矩阵元，即把 $T. T. S. Kuo$ 和 $G. E. Brown$ 曾在文^[2]中用的 $Hamada-Johnston$ 力计算得到的 G -矩阵元的一部份矩阵元作为可调参数，因此，这样的计算带有唯象的、经验的性质。对于满壳外具有四个价核子的壳模型计算(包括可能的核心激发和可能的中间态激发)，其计算量是很大的，而且物理的实质很难从无所不包的计算结果中显示出来。

$Otsuka$ 等人^[3]把费米子“对”看作是玻色子的基础，曾经讨论过相互作用玻色子模型(IBM)的微观描述。我们也是以费米子“对”为基础，提出了一个简化模型^[4]，曾对轻核中的 ^{20}O 核和 ^{20}Ne 核进行过认真的计算，结果表明这一简化模型是可行的。

本文的目的就是进一步推广这一简化模型，探讨对满壳外有四个价中子的 ^{44}Ca 核的适用性。这样的模型避免了冗长费时的全组态空间的壳模型计算，同时也可把波函数的主要贡献部分明显地表示出来。

如同在文献[4]一样，基本的出发点是首先对满壳层外含两个价中子的核(^{42}Ca)进行严格的壳模型计算，对给定的模型空间有效哈密顿量对角化后取具有一定角动量的那些能级中能量最低的态来定义基础“对”，然后由这些“对”的耦合以构成四个价中子系统的模型空间，再计算这一系统的低能谱。在计算模型空间的有效哈密顿量时，我们采用 Kuo ^[5]等人建立的折线图方法，故是一个微观计算。对于 G -矩阵元，我们采用 $Bertsch$ ^[6]提出的 $M-3Y$ 力矩阵元，它是一种等效的 G -矩阵元，这些矩阵元对于 $s-d$ 壳的某些核^[7]和 $f-p$ 壳的某些核^[8]的适用性已作过检验，表明是可行的。在第二节我们给出计算方法，在第三节我们给出计算结果和讨论。

1. 在此, 对
的波函
波函数
对应的
计
其他中
子波函
0; E_p
文从略
“
:
:
 $J=0^+$
函数在
2.
我
其中
但式(2
(α_1, α_2)
的基为
再经过
其中
2. 是在
3. 本征
现

计算

二、计算方法

1. 核子“对”波函数的构造

在这一简化模型中,是用两对核子“对”的耦合来构成四个价核子系统的波函数的。为此,对⁴⁴Ca,我们仅选择⁴²Ca的低能谱中所对应的波函数来定义核子“对”,即以基态 0^+ 态的波函数定义为 S “对”, 2^+ 态中能量最低的波函数定义为 D “对”, 4^+ 态中的能量最低的波函数定义为 G “对”,等等。它们的同位旋 $T=1$ 。因此首先要计算⁴²Ca的能谱及其相应的波函数。

计算能量本征值和本征函数的方法,我们采用折线图方法。这就包括了核心激发和其他中间过程的效应,并用 $M-3Y$ 力矩阵元作为等效 G -矩阵元。单粒子波函数用谐振子波函数, $\hbar\omega=10.5\text{MeV}$ 。模型空间只选取 $f-p$ 所可能构成的空间,单粒子能量 $E_{f,1/2}=0$, $E_{p,1/2}=2.1$, $E_{f,3/2}=6.5$, $E_{p,3/2}=3.9\text{MeV}$ 。关于详细计算方法已在文献[8]给出,本文从略。

“对”的定义可表示如下:

$$A_{JT}^+ = \sum_{i_1 i_2} C_{i_1 i_2} [a_{i_1}^+ a_{i_2}^+]_{JT}, \quad (2.1)$$

$J=0^+$ 为 S “对”, $J=2^+$ 为 D “对”, $J=4$ 为 G “对”, $J=6$ 为 I “对”, $C_{i_1 i_2}$ 是波函数在模型空间中的投影,由解本征方程得出。

2. 四个价中子系统基的选取

我们用上面定义的基础核子“对”作为单元耦合成如下的模型空间的基

$$|(\alpha_1 \alpha_2) JT\rangle = N_{\alpha_1 \alpha_2 JT} [A_{\alpha_1}^+ A_{\alpha_2}^+]_{JT} |0\rangle, \quad (2.2)$$

其中 $N_{\alpha_1 \alpha_2 JT}$ 为归一化系数,数值为

$$N_{\alpha_1 \alpha_2 JT}^2 = \langle 0 | [A_{\alpha_1} A_{\alpha_2}]_{JT} [A_{\alpha_1}^+ A_{\alpha_2}^+]_{JT} | 0 \rangle. \quad (2.3)$$

但式(2.2)构成的基,虽然是反对称化的,但是,是过完备的、未正交化的。即有重叠积分 $\langle (\alpha_1 \alpha_2)_{JT} | (\alpha_3 \alpha_4)_{JT} \rangle \neq 0$ 。经过么正变换^[9],保留那些有非零本征值的本征向量^[10],得到新的基为

$$\psi_\nu = \sum_{(\alpha_1 \alpha_2)} B_\nu^{(\alpha_1 \alpha_2)} |(\alpha_1 \alpha_2) JT\rangle, \quad (2.4)$$

再经过归一化,便得到如下正交归一化的基

$$| \nu \rangle = \sum_{(\alpha_1 \alpha_2)} C_\nu^{(\alpha_1 \alpha_2)} |(\alpha_1 \alpha_2) JT\rangle, \quad (2.5)$$

其中

$$C_\nu^{(\alpha_1 \alpha_2)} = \frac{B_\nu^{(\alpha_1 \alpha_2)}}{\sqrt{\lambda_\nu}},$$

λ_ν 是在进行么正变换时得到的本征值。

3. 本征方程和有效相互作用

现在要解的本征方程是

“对”作为基础来表明,用这一只包括 $S, D,$

虽然计算结果^[11]和 $\Gamma. S. Kuo$ 和 $G.$ 的一部份矩阵元具有四个价核子良大的,而且物理

作用玻色子模型^[12],曾对轻核中

中子的⁴⁴Ca核的也可把波函数的

核(⁴²Ca)进行角动量的那些价中子系统的我们采用 Kuo 和 $W. H. Rortsch$ ^[6]提出的核^[7]和 $f-p$ 力法,在第三

$$\sum_{\nu'} (E_{\nu'} \delta_{\nu\nu'} + v_{\nu\nu'}^{\text{eff}}) \chi_{\nu'}^{\lambda} = (E_{\lambda} - E_0^{\text{e}}) \chi_{\nu}^{\lambda}, \quad (2.6)$$

其中 $E_{\lambda} - E_0^{\text{e}}$ 是系统相对于 ^{40}Ca 基态能 E_0^{e} 的本征值. χ_{ν}^{λ} 是相应于本征值的本征函数在模型空间的投影. 根据折线图的推导, E_{ν} 取实验单粒子能量后, $v_{\nu\nu'}^{\text{eff}}$ 就仅含两体图的有效相互作用的贡献

在仅含二体相互作用的四个价核子系统的有效相互作用可以分为以下图 1 的 (a), (b) 和 (c) 的三类图形.

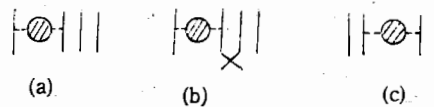


图 1

图 1(a) 表示“对”内部的相互作用; 图 1(b) 表示“对”内经过相互作用后有一个粒子和另一对中某一个核子进行交换; 图 1(c) 是两对之间的核子的相互作用. 这三类图形如果把外线的可能交换都计及, 就有 72 个不可约图. 这些图形的公式主要涉及角动量的重新耦合的 $9-j$ 系数. 公式比较冗长, 曾在文献[4]的附录中详细绘出, 此处从略. 但必须指出, 二体相互作用及其折线图是包括在图 1(a), 1(b) 和 1(c) 中的阴影部分中去的.

三、计算结果和讨论

在本文中, 我们用文献[8]所用到的 $M - 3Y_1$ 矩阵元, ^{40}Ca 能谱的计算结果, 在文献[8]中看出计算值是 与实验相符的, 此处不再绘出. 我们就用 ^{40}Ca 的四个态 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ , $T = 1$ 相应的真能量为最低的那些波函数定义 S “对”, D “对”, G “对”和 I “对”. 它们的波函数在模型空间的分量列于表 1, 从表 1 可以看出, 它们的主要成份均来自 $f_{7/2}$ 这一组态

表 1. S, D, G, I “对”的组态

T	J^{π}	$f_{7/2}$	$f_{7/2}p_{3/2}$	$f_{7/2}f_{5/2}$	$f_{7/2}p_{1/2}$	$p_{3/2}$	$p_{3/2}f_{5/2}$	$p_{3/2}p_{1/2}$	$f_{5/2}$	$f_{5/2}p_{1/2}$	$p_{1/2}$
1	0^+	0.9629				0.1678			0.1922		0.0862
1	2^+	0.9260	0.3371	0.1868		0.0851	-0.0527	0.0727	0.0683	0.0828	
1	4^+	0.9614	0.2126	0.0831	0.1248		-0.0732		0.0462		
1	6^+	0.9869		0.1615							

在这些“对”的基础上, 计算 ^{40}Ca 的低能谱, 结果给出于图 2 和表 2 中. 作为比较, 我们同时也给出了参考文献[1]所得到的较好的结果.

由图和表可知, 实验中的低能谱都能较好地用本文简化模型的计算所复写. 实验给出的基态结合能为 5.74MeV, 本文计算给出为 4.42MeV, 亦较为接近. 总的说来, 比其它计算都有所改进. 实验上观察到的能量为 1.90MeV 的第 2 个 0^+ 态, 不少实验证据表明它是核心 ^{40}Ca 的形变集体激发组态与 $f-p$ 壳价核子组态混计贡献的结果. 一般壳模型计算均

低能
实验
本
ref.

不能
激发
不
成份.
由表
样重

$J^{\pi} T$
 $0^+ 2$
 $2^+ 2$
 $4^+ 2$

“对”

[1]
[2]
[3]
[4]
[5]

(2.6)

正值的本征函数
仅含两体图

图 1 的 (a),

个粒子和另
图形如果把
量的重新精
必须指出,
J.

结果,在文
0⁺, 2⁺, 4⁺,
“对”. 它
来自 $f_{1/2}$ 这

$1/2$	$f_{1/2}$
	0.0862
8	

, 我们同

实验给出
比其它计
表明它是
型计算均

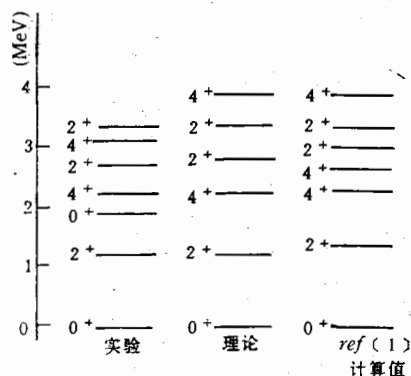


图 2 ⁴⁴Ca 能谱

表 2. ⁴⁴Ca 低能谱计算值与实验观察值 (单位为 MeV)

低能谱	0 ⁺	2 ⁺	0 ⁺	4 ⁺	2 ⁺	4 ⁺	2 ⁺
实验值	0	1.16	1.90	2.29	2.66	3.04	3.35
本工作	0	1.13		2.24	2.72	3.87	3.39
ref. 1	0	1.43		2.24 2.54	2.94	3.85	3.21

不能再现这一能级的精确位置^[1]. 本工作实质上仍是壳模型的计算, 尚未顾及核心形变激发的效应. 故亦不能预告这第二个 0⁺ 态的精确位置.

在表 3 中我们例举了 ⁴⁴Ca 的基态 0⁺, 第一个 2⁺ 和 4⁺ 态它们在模型空间中的波函数成份. 表中的波函数都已经被投影回到式 (2.2) 所表示的纯的两个“对”所构成的基上去. 由表可知, 对 0⁺ 和 2⁺ 态它们的主要成份分别为 SS 和 SD. 但对 4⁺ 态, SG 和 DI 成份同样重要, 说明此时 I “对”的贡献是不可忽略的.

表 3. 在 SDGI 模型空间中 ⁴⁴Ca 的波函数

J ^π T	SS	SD	SG	DD	DG	DI	GG	GI	II
0 ⁺ 2	0.7752			0.5224			-0.3545		-0.0208
2 ⁺ 2		0.9021		-0.3123	-0.1960		0.0705	-0.0605	0.2046
4 ⁺ 2			0.6647	0.1769	0.1908	0.6404	0.0161	0.2327	0.1612

从以上讨论可以得出这样的看法, 对 ⁴⁴Ca 核的低能谱, 我们的简化模型, 即以费米子“对”为基础构成的模型空间, 考虑“对”的各种有效相互作用的模型是可行的.

参 考 文 献

[1] J. B. McGrory et al., *Phys. Rev. C*, 2(1970), 186.
 [2] T. T. S. Kuo et al., *Nucl. Phys.*, A114(1968), 241.
 [3] T. Otsuka et al., *Nucl. Phys.*, A309(1978), 1.
 [4] 黄唯志等, 关于 s-d 壳某些核的一个简化模型的计算, 原子核物理, 待发表.
 [5] T. T. S. Kuo et al., *Nucl. Phys.*, A176, (1971), 65.

- [6] G. Bertsch et al., *Nucl. Phys.*, **A284**(1977), 399.
 [7] 宋宏秋等, “关于 M-3Y 力等效 G-矩阵元对 s-d 壳核的有效性”, 原子核物理, 待发表.
 [8] 王子兴等, “关于 M-3Y 力等效 G-矩阵元对 f-p 壳核的有效性”, 高能物理与核物理, 待发表.
 [9] I. S. Towner, *A Shell Model Description of Light Nuclei*, Oxford, Clarendon Press, 1977.
 [10] P. M. Enot and C. Van Der Leun, *Nucl. Phys.*, **A310**(1978), 1.

A SIMPLIFIED MODEL CALCULATIONS FOR THE SPECTRA OF ^{40}Ca

CAI YAN-HUANG SONG HONG-QIU WANG ZI-XING HUANG WEI-ZHI

(*Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai*)

ABSTRACT

Within the coupled-pair model space constructed through S, D, G and I “pair”, which are defined in *f-p* shell by means of the folded-diagram perturbation theory, the spectra of the states of ^{40}Ca are calculated. The results show that for the nucleus having four identical valence-nucleons outside the core ^{40}Ca this truncated model space can reproduce the experimental low-lying spectra of ^{40}Ca quite well.

IBM

IBM

了 I

系, I

的关

IBM

的一

体地

好, 特

在 S

统具

称程

们感

4