

快报

# 具有排斥心的短程吸引力作用下的 三体系统的内部运动<sup>1)</sup>

鲍诚光 丘国春 曹亨道 甘幼坪 罗里熊  
(中山大学, 广州) (广西大学, 南宁)

林 德 佳  
(泽列索尔大学, 美国)

## 摘 要

本文对三体系统的粒子-粒子关联进行了仔细的分析, 发现了若干内部运动的模式。

少体系统是物质结构的基本系统, 少体系统的结构和内部运动形态是物理学要研究的基本问题。由于二体问题已基本上解决, 当前首先要搞清楚的是三体系统。这是一个十分令人感兴趣的课题。本文的目的是要研究短程力作用下量子力学三体系统的内部结构和运动形态的特征。一般说来, 这些特征由粒子关联决定, 粒子关联由相互作用的性质和空间波函数的对称性决定。由于最广泛的相互作用(库伦力除外)是近程排斥与吸引势的结合, 最重要的对称性是空间波函数对粒子交换全对称, 因而我们采取了如下步骤:

1) 选择了一个三体模型, 粒子的质量等于 $\alpha$ 粒子的质量, 一对粒子间的相互作用为

$$V(r) = -V_1 e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2} + V_2 e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2} \quad (1)$$

其中  $V_2 > V_1 > 0$  为可调参数

2) 在一个足够大的经过恰当选取的有限维空间内把 $H$ 量对角化并从中选取出空间部分全对称的本征解。

3) 由于内部运动实际上是三个粒子的构形(即以三粒子为顶点的三角形)随时间的变化, 因此有必要定义形状几率密度以给出特定形状在特定取向下的几率。为此引入三个尤拉角(记作 $R$ )以描述该系统的取向。这时系统的内部自由度可由 $R, r$ 和 $\theta$ 描写(令粒子的位置矢径为 $r_i, i=1, 2, 3$ ; 则 $r = |r| = |r_1 - r_2|, R = |R| = \left| r_3 - \frac{r_1 + r_2}{2} \right|, \theta$ 为 $r$ 与 $R$ 的夹角)。引进

1) 国家自然科学基金资助的课题。  
本文1987年1月26日收到。

手  
变  
义  
其  
变  
求  
(呀  
形  
变,  
模  
式  
作  
兴

$$u = \sqrt{R^2 + r^2} \tag{2}$$

以描写系统的大小, 引进

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{R}{r} \tag{3}$$

以及  $\theta$  以描写系统的形变, 那么波函数的规一化条件可写为

$$1 = \int |\phi|^2 dr dR = \int |\phi|^2 \cdot |J| dS dR \tag{4}$$

其中  $dS = du da d\theta$  是无穷小的形状变化,  $dR$  是无穷小的空间取向变化,  $|J|$  来自坐标变换的雅可比安。

根据 (4) 式, 并注意到系统的形状与粒子在三角形三个顶点上的排列方式无关, 可定义形状几率密度为

$$\rho_S(S, R) = \frac{1}{3!} \sum_{\mathbf{P}} \mathbf{P}\{|\phi|^2 \cdot |J|\} \tag{5}$$

其中  $\mathbf{P}$  表示对粒子在三个顶点的排列方式求和。由于内部运动表现为该少体系统形状的变化, 因而可从  $\rho_S$  的拓扑结构 (特别是节 node 面的结构) 得到关于内部运动的知识。当求解了薛定谔方程并求得了  $\rho_S$  之后, 通过对  $\rho_S$  进行细致的分析, 发现只要力的基本特征 (吸引力加排斥心) 不变, 则运动形态的特征亦不变, 可归纳如下:

i)  $0_1^+$  态的基态 ( $0_1^+$ ) 的最可几形状是一个正三角形, 其运动模式是围绕这一正三角形小振动。

ii)  $0_2^+$  态的运动模式是围绕正三角形的折叶运动 (即等腰三角形的腰长基本保持不变, 顶角一张一合)。这是因为在这种模式中只牵涉到一个键, 因而最易受激发。

iii)  $0_3^+$  态的最可几形状是一个比基态大的正三角形; 其运动模式是呼吸模式和折叶模式的混合, 但以前者为主。作为一个例子令  $V_1 = 300\text{MeV}$   $V_2 = 600\text{MeV}$   $\theta = 90^\circ$ ;  $\rho_S$  作为  $r$  与  $R$  的函数由图 1 给出。其中虚直线  $AB$  是正三角形作呼吸运动的轨迹。沿着

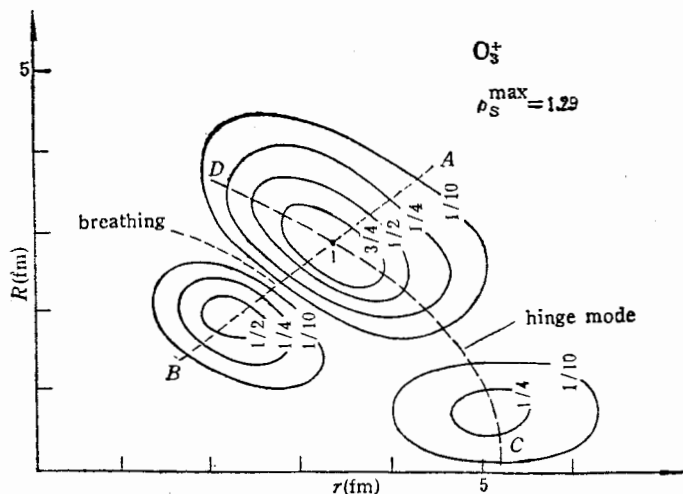


图 1  $0_3^+$  态的形状密度  $\rho_S$  当  $\theta = 90^\circ$  时随  $r, R$  的分布

究  
个  
结  
质  
势  
为

(1)

间

的  
三  
写

一

这个轨迹有两个峰,其间有一个节点,充分说明该系统沿这条轨迹发生的振荡。虚弧线  $\widehat{DC}$  是一个等腰三角形作折叶运动的轨迹,沿这条轨迹也有两个峰,其间亦有一节点,说明了折叶模式的存在。但其重要性不如呼吸模式。由于在呼吸模式中同时涉及三个键,因而这种模式只能在较高的激发态出现。

iv)  $0_1^+$  态的最可几形状是共线结构(三个粒子近乎排成一条直线),最主要的运动模式是线性振动(一个粒子在中心,另外两个在直线的两端作振动。当一端的粒子往外跑时,另一端的也往外跑,反之亦然)。除此之外,在这个态中还混有折叶模式。由于在线结构中有一个键近乎不起作用,使得总位能提高,因而这一结构也只在高激发态中出现。

v)  $0_2^+$  态中开始出现另一种型式的线振动,即一个粒子相对于另外两个的质心的振动。

简而言之,激发态往往是一种以上的运动模式的混合,但其中有主要的模式。

vi) 对于总角动量  $L \neq 0$  的态,一个突出的性质是  $\rho_s$  分布的方向性。令三角形法线的方向为  $\mathbf{n}$ , 在对  $2_1^+$  至  $2_2^+$  态的计算中,我们发现  $2_1^+$  和  $2_2^+$  态的最可几取向为  $\mathbf{n} \perp \mathbf{L}$ , 反之,  $2_3^+$  和  $2_4^+$  的最可几取向为  $\mathbf{n} // \mathbf{L}$ 。在对  $4_1^+$  至  $4_4^+$  态的计算中,我们发现类似的情况,若令  $\mathbf{L}$  在法线  $\mathbf{n}$  上的投影为  $K$ , 则对于  $2_1^+$ ,  $2_2^+$  和  $4_1^+$ ,  $4_2^+$ , 近似地有  $K=0$ 。而对于  $2_3^+$  和  $2_4^+$  近似地有  $K=2$ , 对于  $4_3^+$  和  $4_4^+$  态, 近似地有  $K=4$ 。但这仅仅是“近似”而已,就少体系统而言,  $K$  分类远远不是一个严格的分类。

vii) 对于总角动量  $L \neq 0$  的态,另一突出的性质是当系统的取向改变时,  $\rho_s$  随  $r$ ,  $R$ ,  $\theta$  的分布亦随之而变,这反映了内部结构随取向的变化以  $2_1^+$  态为例,当  $\mathbf{n} // \mathbf{L}$  时,系统的构形基本上是一个等腰三角形,其高与底的比值略小于正三角形的相应比值。但当  $\mathbf{n} \perp \mathbf{L}$  时,系统的构形基本上是线结构。这种结构的变化反应了内部运动和转动的强烈的耦合。这是一个值得深入研究的有趣课题。

对量子力学三体问题的研究尽管已存在着大量的工作,但对其内部运动形态从未进行过系统的研究,为了搞清楚内部运动,其关键是要搞清楚粒子关联。本文从分析粒子之间的关联着手,事先并不假定任何特定的模型,因而其结论尽量避免了主观意想的成份,这是一条正确的探索少体系统内部奥秘的途径,值得进行深入的研究。

### 参 考 文 献

- [1] C. G. Bao, “少体方法: 原理和应用”, T. K. Lim 等编,世界科学出版社出版(1986年); 581页。

瓜线  
，说  
键，

办模  
仆跑  
戈结

勺振

形法  
n上  
似的  
，而  
正似”

直 r，  
i，系  
但当  
强烈

未进  
子之  
戈份，

## INTERNAL MOTIONS OF 3-BODY SYSTEMS UNDER PAIRWISE INTERACTIONS WITH ATTRACTIVE TAIL AND REPULSIVE CORE

BAO CHENG-GUANG

(*Zhongshan University, Guangzhou*)

QIU GUO-CHUN    CAO HENG-DAO    GAN YOU-PING    LUO LI-XIONG

(*Guangxi University, Nanning*)

T. K. LIM

(*Drexel University, Philadelphia, USA*)

### ABSTRACT

A detailed analysis of the particle-particle correlation has been made and modes of internal motions have been found.