

蝌蚪图、 $\Delta I=1/2$ 增强及 ϵ'/ϵ

朱重远 张波

(中国科学院理论物理所,北京)

摘 要

本文分析标准模型中包括 s 及 c 夸克中间态的蝌蚪图对 $K^0 \rightarrow 2\pi$ 的振幅及 ϵ'/ϵ 的贡献。结果表明它的贡献很可能是主要的。在对 K^0 波函数贡献的夸克相对动量割断取合理的数值时,它有可能给出足够的 $\Delta I = \frac{1}{2}$ 增强。不过,如果 CP 破坏全部起源于小林-益川相,得到的 $|\epsilon'/\epsilon|$ 偏大。或许可以假定 ϵ 主要起源于超弱 CP 破坏来克服这一困难。

在标准模型中,弱带电流耦合的拉氏量为:

$$\mathcal{L} = \frac{g}{2\sqrt{2}} J_\mu W^{\mu+} + \text{h. c.} \quad (1)$$

其中

$$J_\mu = \bar{q}_i^j \gamma_\mu (1 - \gamma_5) V_{ij} q_j^p \quad (2)$$

q_i^p, q_j^p 分别为上、下夸克, V 为小林-益川 (Kobayashi-Maskawa)

$$V = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 + s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 - s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 - c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 + c_2 c_3 e^{i\delta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

当相角 $\delta \neq 0$ 时,意味着 CP 破坏。

我们取同位旋振幅分解式为:

$$A(K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) = \sqrt{\frac{1}{3}} a_0 e^{i\delta_0} - \sqrt{\frac{2}{3}} a_2 e^{i\delta_2} \quad (4)$$

$$A(K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) = \sqrt{\frac{2}{3}} a_0 e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{1}{3}} a_2 e^{i\delta_2} \quad (5)$$

其中 $\delta_2 - \delta_0 \approx \frac{\pi}{4}$

在 $CP|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$ 的约定下,可以求得^[1]

$$\eta_{\pm} \approx \epsilon + \epsilon' \quad (6)$$

$$\eta_{00} \approx \epsilon - 2\epsilon' \quad (7)$$

其中

$$\epsilon' \approx \frac{i}{\sqrt{2}} (t_2 - t_0) \frac{\text{Re } a_2 e^{i\frac{\pi}{4}}}{\text{Re } a_0} \quad (8)$$

$$\epsilon \approx \frac{i}{1+i} \left(\frac{t_M}{2} + t_0 \right) \quad (9)$$

$$t_i = \frac{\text{Im } a_i}{\text{Re } a_i}, \quad t_M = \frac{\text{Im } M_{12}}{\text{Re } M_{12}}, \quad \frac{\text{Re } a_2}{\text{Re } a_0} \sim \frac{1}{20}$$

众所周知,当夸克在质量壳上时,图 1 所示的图可以由重整化变换掉^[2]. 但当夸克离开质壳时,这一图形可以作出不为零的贡献^[3].

例如在图 2 中,由于 K^0 是 Goldstone 玻色子,是 \bar{s}, d 的紧束缚态, \bar{s}, d 夸克的质量不相等且远离质量壳,不能被变换掉. 这种蝌蚪图的贡献是可以算出来的.

用 $\Sigma_{\sigma\rho}$ 表示图 3 的振幅,在费曼规范下可以求得:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\sigma\rho} &= \frac{i}{4\pi^2} \frac{G_F}{\sqrt{2}} m_w^3 \sum_i \xi_i [\not{p}(1-\gamma_i)]_{\sigma\rho} \\ &\times \int_0^1 dx (1-x) \left\{ \frac{1}{\epsilon} - \ln [p^2 x^2 + (x_i - p^2 - 1)x + 1] \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\xi_i = V_{is}^* V_{id}$, $x_i = \left(\frac{m_i}{m_w}\right)^2$ 动量也以 m_w 为标度. 由 K, M 矩阵的么正性可得:

$$\sum_i^{u,c,t} \xi_i = 0 \quad (11)$$

因此,图 3 的发散自动抵消,也就是 $\frac{1}{\epsilon}$ 项自动为零.

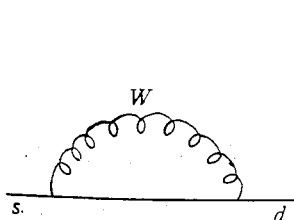


图 1

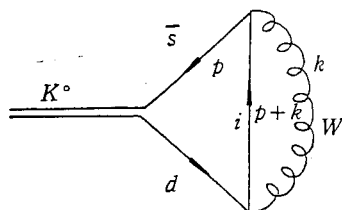


图 2

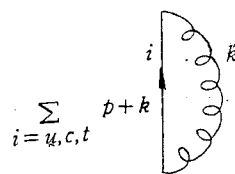


图 3

要计算图 2 的振幅,还需求出 K^0sd 作用的部分. 严格的计算要求出 K^0 波函数,目前尚无公认的可靠算法,因此,我们采用简化的假定、将这一部分用 K^0sd 有效点作用代替,同时对 sd 夸克的相对动量作一割断来反映 K^0 波函数的分布. K^0sd 有效作用可取为^[4]

$$\mathcal{L} = -i g_{ksd} \bar{\psi}_d \gamma_5 \psi_s \phi_{K^0} + \text{h. c.} \quad (12)$$

$$g_{ksd} \approx 3.8$$

由 (10) 及 (12) 式,可直接求得图 2 的振幅为

$$A_{\text{ tad}} \approx -G_F g_{ksd} \frac{1}{32\pi^4} 3m_w^5 D \sum_{i=u,c,t} \xi_i I_i \quad (13)$$

其中

$$D = \int_0^{\left(\frac{\Lambda}{m_w}\right)^2} \frac{L^2(\sqrt{x_s} - \sqrt{x_d})}{(L+x_s)(L+x_d)} dL \quad (14)$$

$$I_i = \frac{x_i}{1-x_i} + \frac{x_i^2}{(1-x_i)^2} m x_i \quad (15)$$

$$x_i = \left(\frac{m_i}{m_w}\right)^2, \quad x_s = \left(\frac{m_s}{m_w}\right)^2, \quad x_d = \left(\frac{m_d}{m_w}\right)^2$$

Λ 为割断。

当 \bar{s} 、 d 都在质壳上时, 即 $p_s^2 = p_d^2 = m_s^2 = m_d^2$ 时

$$A_{\bar{t}ad} = 0$$

由 PCAC, $SU(3)$ 及软 π 技术可以得到 $K \rightarrow \pi_i \pi_j$ 振幅 A^{ij} 为^[5]

$$A^{ij} = -\frac{\delta^{ij}}{2f_\pi^2} \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_k^2}\right) A_{\bar{t}ad} \quad (16)$$

由(4)式:

$$\begin{aligned} a_0 &= \sqrt{3} A^{00} = \sqrt{3} A(K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) \\ &= \sqrt{3} \frac{1}{2f_\pi^2} \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_k^2}\right) g_{ksd} \frac{G_F}{32\pi^4} 3m_w^5 \times D \sum_i \xi_i I_i \end{aligned} \quad (17)$$

以 $m_\pi = 138\text{MeV}$, $m_w = 80\text{GeV}$, $f_\pi = 93\text{MeV}$, $m_k = 498\text{MeV}$, $G_F = 1.166 \times 10^{-5}\text{GeV}^{-2}$, $g_{ksd} = 3.8$ 代入(17)式得:

$$a_0 = 1.29 \times 10^4 D \sum_{i=u,s,c,t} \xi_i I_i \quad (18)$$

首先考虑与割断无关的因子 $\sum_i \xi_i I_i$ 由(15)式

$$\sum_i \xi_i I_i \approx -7.8 \times 10^{-3} [(1 + s_2 s_3 e^{-i\delta}) + 510(s_2^2 - s_2 s_3 e^{-i\delta})] \quad (19)$$

其中已取 $x_c = \left(\frac{m_c}{m_w}\right)^2 = 3.5 \times 10^{-4}$, $x_t = \left(\frac{m_t}{m_w}\right)^2 = 0.25$, $s_1 = 0.222$, u 夸克的贡献不重要, 已略去。在(19)式中, 第一个括号对应于 i 为 c 夸克的贡献, 第二个括号对应于 t 夸克的贡献。

于是, 可以得到 t 夸克与 c 夸克对 $\sum_i \xi_i I_i$ 的实部贡献的比值 R

$$R = \frac{510(s_2^2 - s_2 s_3 c_\delta)}{1 + s_2 s_3 c_\delta} \quad (20)$$

实验上^[6]

$$0.02 \leq s_2 \leq 0.09 \quad (21)$$

$$s_2 \leq 0.04 \quad (22)$$

我们合理地假设 $s_3 \ll s_2$, 可得:

$$0.2 \lesssim R \lesssim 4 \quad (23)$$

即它们的贡献是同一个量级。

即虚

假定

的贡

而多

可见

如果

由(

即:

这该

其中

倍)

断/

倒/

数值

由此

而对于虚部, t 夸克与 c 夸克的贡献之比为:

$$(14) \quad Q \approx 510 \quad (24)$$

即虚部主要由 t 夸克所提供由 (19) 式知:

$$(15) \quad t_0 = \frac{\text{Im } a_0}{\text{Re } a_0} \approx \frac{510 s_2 s_3 s_8}{1 + 510 s_2^2} \gg 100 s_2 s_3 s_8 \quad (25)$$

假定 t_M 主要由方框图^[7]贡献, 则

$$t_M = 2.4 s_2 s_3 s_8 \quad (26)$$

$t_M \ll t_0$, 即 tadpole 图提供了比 Box 图大的 CP 破坏相。如果不计其他长距离效应的贡献, 则有:

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \approx \frac{\text{Re } a_2}{\text{Re } a_0} \frac{-t_0}{\frac{t_M}{2} + t_0} \sim -\frac{1}{20} \quad (27)$$

(16) 而实验值为^[8]

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = -0.003 \pm 0.004 \quad (28)$$

可见计算值的绝对值偏大

(17) 如果认为 CP 破坏参数 ε 另有起源(如超弱模型), 则由 $|\varepsilon'|_{\text{expt}}$ 可以给出对 $s_2 s_3 s_8$ 的限制。由 (6)–(9) 式:

$$|\varepsilon'| \approx |\eta_{+-}| \times (0.003 \pm 0.004) \quad (29)$$

$$t_0 \approx (2 \pm 2.6) \times 10^{-4} \quad (30)$$

即:

$$(18) \quad s_2 s_3 s_8 < (2 \pm 2.6) \times 10^{-6} \quad (31)$$

这说明如果 $K \rightarrow 2\pi$ 衰变中的 CP 破坏主要由蝌蚪图提供, 则 $s_3 s_8$ 必须很小。

由 (13)–(15), 且考虑到 $x_d \ll x_s$ 有

$$(19) \quad a_0 \approx -(\sqrt{x_s} - \sqrt{x_d}) \left\{ \lambda - x_s \ln \left(\frac{\lambda}{x_s} + 1 \right) \right\} \cdot \left\{ (1 + s_2 s_3 e^{-i\delta}) + 510(s_2^2 - s_2 s_3 e^{-i\delta}) \right\} \quad (32)$$

献不
于 t

其中 $\lambda \equiv (\Lambda/m_w)^2$

我们知道, 迄今所有各种讨论 $\Delta I = \frac{1}{2}$ 增强的机制都不能给出足够的增强 (小 5–7 倍)。在本文进行的蝌蚪图计算中, 由于缺乏 K^0 结构波函数的详细知识, 所以不能得到割断 Λ 的确切数值。另外, 实验上 s_2 的值也没有量准。为了研究蝌蚪图贡献的重要性, 我们倒过来以实验值 $|a_0| \approx 4.71 \times 10^{-7} \text{GeV}$ 作为输入, 看看如果以蝌蚪图为主, Λ 应取什么数值。实际计算的结果如下:

(21) 取 $m_s = 0.15 \text{GeV}$, $m_d = 0.005 \text{GeV}$, $s_3 \ll s_2$ 时

(22) s_2 :	0.02	0.04	0.06	0.08	0.09
(23) ΛGeV	1.2	1.0	0.81	0.68	0.63

由此可见, 如果目前 s_2 测量值 ($0.02 < s_2 < 0.09$) 是正确的, 且 Λ 取值在 0.6–1.2 GeV,

则蝌蚪图可能给出足够的 $\Delta I = \frac{1}{2}$ 增强。从物理上看, Λ 的上述取值范围是合理的, 这说明蝌蚪图可能在 $K^0 \rightarrow 2\pi$ 衰变中起主要作用, 其中 t 夸克中间态也给出了重要的贡献。

另一方面, ε' 是 $K^0 \rightarrow 2\pi$ 中直接 CP 破坏大小的量度。(27) 式是在假定 CP 破坏完全来自小林-益川相并只考虑方框图及蝌蚪图时得出的。这个结果与 Weinberg 的 CP 破坏模型^[9]相同。人们为拯救 Weinberg 模型所作的解释——长距离效应可能给出很大的 t_M 值——在这里也适用、(不过, 需要 t_M 很大, 似乎不大合理)。另一种可能的解释是 t_M 的主要贡献来自其它 CP 破坏的作用, (例如, 超弱作用), 后者通过质量矩阵元 m_{12} 给出了大的 ε 。于是 ε'/ε 依赖于 s_δ , 如果 s_δ 很小, 直接的 CP 破坏就很小。足够小的 s_δ 将给出足够小的 ε'/ε 极端的情形是 $s_\delta = 0$, 此时 $\varepsilon'/\varepsilon = 0$ 。

综上所述, 在讨论 $K^0 \rightarrow 2\pi$ 过程时, 蝌蚪图的贡献很可能是主要的, t 夸克及 c 夸克都作出重要的贡献, 计算的结果表明这一图象有可能给出足够的 $\Delta I = \frac{1}{2}$ 增强, 不过此时, 应当同时考虑 ε'/ε 的问题, 后者有可能给 CP 破坏的具体模型以进一步的限制。

参 考 文 献

- [1] L. L. Chau, *Phys. Rep.*, **95**(1983), 12.
- [2] G. Feinberg, P. Kabir and S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **3**(1959), 527.
- [3] B. H. J. McKellar and M. D. Scadron, *Phys. Rev.*, **D27**(1983), 157.
- [4] Z. Y. Zhu, et al. *Atomic Energy* (in Chinese) **3**(1966); *Freund, Phys. Lett.* **15**(1965), 352.
- [5] M. D. Scadron, *Rep. Prog. Phys.*, **44**(1981), 241.
- [6] J. F. Donoghue and B. R. Holstein, *Phys. Rev.* **D29**(1984), 2086.
- [7] J. F. Donoghue, *Phys. Rep.*, **131**(1986), 392.
- [8] M. Aguilar-Benitez, et. *Phys. Lett.*, **170B**(1986), 1.
- [9] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **31**(1976), 657.

TADPOLE DIAGRAM, $\Delta I=1/2$ ENHANCEMENT AND ε'/ε

ZHU ZHONG-YUAN ZHANG BO

(*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica, Beijing*)

ABSTRACT

The contributions of tadpole diagrams including t and c quark intermediate states to the amplitude of $K^0 \rightarrow 2\pi$ and ε'/ε are analysed. The result shows it is quite possible that their contributions are the most important ones. They may give enough $\Delta I=1/2$ enhancement for a reasonable quark relative momentum cutoff value which depends on K^0 wave function. However, the calculation value of $|\varepsilon'/\varepsilon|$ is too large if we suppose all CP violation effects come from the Kobayashi-Maskawa phase δ . Perhaps, One approach to solve this difficulty is to assume that ε comes mainly from superweak CP violation.

由核
数据
矛盾
强作

间夹

✱ 廖
图 1
们猜
这和
费才