

, 我们  
因此,  
关项,

# 高能 $\alpha$ - $\alpha$ 碰撞中产生粒子的多重数分布

刘 波 王 英 才

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

## 摘要

我们在多次碰撞模型的框架下, 分析了在核子-核子质心系中总能为

$$\sqrt{s_{NN}} = 31.2 \text{ GeV}$$

的  $\alpha$ - $\alpha$  碰撞中产生的带负电荷的粒子的多重数分布, 投射核子在通过靶核时损失能量, 损失的能量用于产生粒子的概念在计算中明确考虑。理论结果能较好符合实验。

## 一、引言

近年来高能核-核碰撞引起了人们很大的兴趣<sup>[1]</sup>, 并愈来愈引起人们的注意。为了理解高能核-核碰撞中的多粒子产生过程, 人们提出了很多模型<sup>[2]</sup>, 其中多次碰撞模型是一个合理的概念<sup>[3]</sup>。用单个核子-核子碰撞的非相干迭加描述高能核子-核碰撞是一个有用的图象, 因此把这种描述推广到核-核碰撞是自然的和有趣的。

本文是在多次碰撞模型的框架下分析高能  $\alpha$ - $\alpha$  碰撞中产生粒子的多重数分布, 在计算中明确考虑了投射核子在每一次核子-核子碰撞中的能量损失。为了处理方便, 作如下基本假定: 投射核子在每一次与靶核子碰撞中损失能量, 损失的能量用于产生粒子, 能量损失是与核停止本领有关, 而核停止本领是选用一个参数化的形式; 碰撞在核内进行, 而产生粒子是在核外发生, 使得在核内没有次级碰撞发生。我们把质子-核碰撞过程中的多粒子产生的描述推广到核-核碰撞, 期望能给出实验上的特点。在第二节我们将讨论如何描述核-核碰撞和如何计算核-核碰撞中产生粒子的分布, 最后一节给出理论与实验比较。

## 二、核-核碰撞中产生粒子的多重数分布

当考虑一个投射核  $B$  与一个靶核  $A$  的非弹性碰撞, 和质子-核碰撞类似, 投射核子与靶核子进行独立的非弹性碰撞, 好象在自由空间的核子-核子碰撞一样。若投射核有  $B$  个核子, 靶核有  $A$  个核子, 第  $i$  个投射核子与靶核子发生  $i$  次碰撞, 则核-核碰撞中的多次碰撞过程可以用图 1 表示。

假定投射核  $B$  与靶核  $A$  碰撞中发生  $N$  次投射核子-靶核子碰撞，则在核-核碰撞中产生粒子的多重数分布可以表示为单个核子-核子碰撞中产生粒子的多重数分布的非相干迭加：

$$p(n) = \sum_{N=1}^{AB} W_N Q_N(n), \quad (1)$$

这里  $W_N$  是发生  $N$  次投射核子-靶核子碰撞的几率，可以用 Glauber 理论计算得到。核-核碰撞的厚度函数可以写为<sup>[4]</sup>：

$$T(\mathbf{b}) = \int \rho_A(\mathbf{b}_A, z_A) \rho_B(\mathbf{b}_B, z_B) \tau(\mathbf{b} - \mathbf{b}_A - \mathbf{b}_B) d\mathbf{b}_A dz_A d\mathbf{b}_B dz_B, \quad (2)$$

图 1 核-核碰撞中多次碰撞模型的一种图形表示

这里  $\rho_A$  (或  $\rho_B$ ) 是核  $A$  (或  $B$ ) 的密度分布， $\tau(\mathbf{b})$  是核子-核子碰撞的厚度函数，它们的归一化为：

$$\int \rho_A(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int \rho_B(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int T(\mathbf{b}) d\mathbf{b} = \int \tau(\mathbf{b}) d\mathbf{b} = 1. \quad (3)$$

发生  $N$  次核子-核子碰撞的几率可以写为：

$$W_N = \binom{AB}{N} \int d\mathbf{b} [\sigma_{in}^{NN} T(\mathbf{b})]^N [1 - \sigma_{in}^{NN} T(\mathbf{b})]^{AB-N} / \sigma_{in}^{AB}. \quad (4)$$

总的非弹性截面是：

$$\sigma_{in}^{AB} = \int d\mathbf{b} \{1 - [1 - \sigma_{in}^{NN} T(\mathbf{b})]^{AB}\}. \quad (5)$$

(4) 式和 (5) 式中的  $\sigma_{in}^{NN}$  是非弹性的核子-核子截面，在计算中我们取： $\sigma_{in}^{NN} = 30 \text{ mb}$ 。  
(1) 式中的  $Q_N(n)$  是发生  $N$  次投射核子-靶核子碰撞后产生的产生粒子的多重数分布。如图 1 所示，假设投射核子  $i$  与靶核子发生  $j_i$  次碰撞， $i = 1, 2, \dots, B$ ， $B$  个投射核子与靶核子发生  $N$  次核子-核子碰撞，则有：

$$\sum_{i=1}^B j_i = N. \quad (6)$$

这样一个分割的几率是：

$$\frac{N!}{B^N \prod_{i=1}^B j_i!}. \quad (7)$$

则在 (1) 式中的  $Q_N(n)$  可以写为<sup>[5]</sup>：

$$Q_N(n) = \frac{1}{B^N} \sum_{j_1, j_2, \dots, j_B=0}^{\min(N, B)} \frac{N!}{j_1! j_2! \cdots j_B!} \{Q_{j_1}(n) + Q_{j_2}(n) + \cdots + Q_{j_B}(n)\} \quad (8)$$

这里  $Q_{j_i}(n)$  是投射核子  $i$  经历  $j_i$  次核子-核子碰撞后所产生的产生粒子的多重数分布。为了使 (8) 式中求和中相同的贡献只出现一次，则可使分割  $j_1 \geq j_2 \geq \cdots \geq j_B$ ，则有一个  $m$ ，使得  $j_m \neq 0$ ，而  $j_{m+1} = 0$ ， $m$  就是至少与靶核子发生一次碰撞的投射核子数，我们把具有相同碰撞次数的投射核子如下分类：

这里  
一个  
和

则 (8)

这里  
不  
撞和  
与靶核  
这个过  
核子属  
核子-  
产生  
能量  
撞一  
以发

这里  
损失的

用 (1)  
范围  
中的  
中所

这里

中产  
核

干涉

童的  
 $\bar{\nu}$ -核 $b_A$ (2)  
们的

(3)

(4)

(5)

mb.  
布。  
子与

(6)

(7)

(8)

布。  
有一  
我们

$$\underbrace{j_1 = j_2 = j_3}_{\mu_1} > \underbrace{j_4 = j_5}_{\mu_2} > \cdots > \underbrace{j_{m-1} = j_m}_{\mu_v} > \underbrace{j_{m+1} = \cdots = j_B}_{B-m} = 0 \quad (9)$$

这里  $\mu_1$  是第一个  $j$  值出现的次数,  $\mu_2$  是第二个不同的  $j$  值出现的次数, ……,  $\mu_v$  是最后一个  $j$  值出现的次数。则有:

$$\sum_{i=1}^m j_i = N, \quad (10)$$

和

$$\sum_{k=1}^v \mu_k = m. \quad (11)$$

则(8)式可以写为:

$$Q_N(n) = \frac{1}{B^N} \sum_{m=1}^{\min(N, B)} \sum_{j_1 > j_2 > \cdots > j_m} \frac{B!N!}{\mu_1! \mu_2! \cdots \mu_v! (B-m)! j_1! \cdots j_m!} \\ \times \{Q_{j_1}(n) + Q_{j_2}(n) + \cdots + Q_{j_m}(n)\} \quad (12)$$

这里  $Q_{j_i}(n)$  是投射核子  $i$  与靶核子发生  $j_i$  次碰撞后产生的产生粒子的多重数分布。

在核-核碰撞中投射核子与靶核子碰撞和强子-核碰撞类似, 例如某个投射核子与靶核子发生  $v$  次碰撞, 我们用图 2 表示这个过程。在图 2 中,  $\sqrt{s_0}$  表示在核子-核子质心系中初始的总能量, 第一次投射核子-靶核子碰撞后, 能量损失为  $\Delta E_1$  时产生粒子的分布用  $f(n_1, \Delta E_1)$  表示, 具有能量为  $\sqrt{s_1}$  的领头粒子继续与第二个靶核子发生第二次碰撞, ……, 连续的核子-核子碰撞一直进行到  $v$  次为止。在每次碰撞中投射核子损失能量, 损失的能量用于产生粒子, 所以发生  $v$  次核子-核子碰撞后产生粒子的多重数分布可以用如下公式得到:

$$Q_v(n) = \int \delta\left(n - \sum_{i=1}^v n_i\right) \prod_{i=1}^v f(n_i, \Delta E_i), \quad (13)$$

这里  $f(n_i)$  是第  $i$  次核子-核子碰撞中产生的产生粒子的多重数分布, 它是投射核子能量损失的函数。由(13)式立即可以得到下面的递推关系:

$$Q_v(n) = \int \delta(n - n_{v-1} - n_v) Q_{v-1}(n_{v-1}) f(n_v) dn_{v-1} dn_v. \quad (14)$$

用(13)式和(14)式就可得到(12)式中的  $Q_{j_i}(n)$ 。在  $50 \text{ GeV}/c \leq P_{\text{Lab}} \leq 300 \text{ GeV}/c$  范围内, 在强子-质子碰撞中产生的多粒子分布服从 KNO Scaling<sup>[6]</sup>。为了得到(12)式中的  $Q_{j_i}(n)$ , 我们需要  $f(n_{j_i})$ , 为此我们假定在核-核碰撞中, 每次投射核子-靶核子碰撞中所产生的带电粒子近似服从 KNO 分布:

$$f(n, \Delta E) = \frac{\phi(z)}{\bar{n}(\Delta E)}, \quad (15)$$

这里  $\phi(z)$  是一个经验的多项式<sup>[7]</sup>:

$$\phi(z) = (3.79z + 33.7z^3 - 6.64z^5 + 0.332z^7)e^{-3.04z}. \quad (16)$$

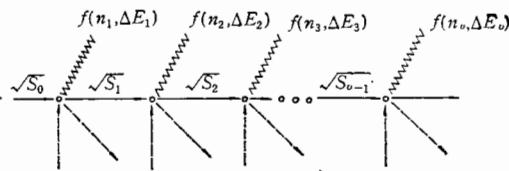


图 2 多重产生过程的图形表示

对于带负电的粒子, (15) 式变成<sup>[8]</sup>:

$$f(n, \Delta E) = \frac{\phi(z)}{(2\bar{n}(\Delta E) + 2)}, \quad (17)$$

这里

$$z = \frac{2n + 2}{2\bar{n}(\Delta E) + 2}. \quad (18)$$

为了描述投射核子与靶核子碰撞中的能量损失, 我们用一个参数化的形式描述核停止本领<sup>[9]</sup>:

$$P(x) = dX^{\alpha-1}, \quad (19)$$

这里

$$X = \frac{E^D + P_{\parallel}^D}{E^B + P_{\parallel}^B}, \quad (20)$$

$E^D$  和  $P_{\parallel}^D$  分别表示碰撞后领头粒子的能量和平行动量,  $E^B$  和  $P_{\parallel}^B$  分别代表入射粒子的能量和平行动量。 (19) 式中的  $\alpha$  是一个控制能量损失的可调参数,  $\alpha = 1$  是自由空间中的核子-核子碰撞材料的表示。由 (19) 式可得到  $X$  的平均值是:

$$\bar{X} = \frac{\alpha}{\alpha + 1}. \quad (21)$$

非弹性碰撞系数是:

$$I = 1 - \bar{X} = \frac{1}{\alpha + 1}. \quad (22)$$

按照图 2 中的符号, 第  $i$  次投射核子-靶核子碰撞中的能量损失可以写为:

$$\Delta E_i = \sqrt{S_{i-1}} - \sqrt{S_i}, \quad (23)$$

这里  $\sqrt{S_i}$  是在核子-核子质心系中第  $i$  次投射核子-靶核子碰撞后领头粒子带走的总能量:

$$\sqrt{S_i} = 2m_{\perp}^p \operatorname{ch} y_i, \quad (24)$$

这里  $y_i$  是第  $i$  次投射核子-靶核子碰撞后领头粒子的快度:

$$y_i = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E^i + P_{\parallel}^i}{E^i - P_{\parallel}^i} \right). \quad (25)$$

(20) 式可以改写为:

$$X_i = e^{y_i - y_B^i}, \quad (26)$$

这里  $y_B^i$  是第  $i$  次投射核子-靶核子碰撞前投射粒子的快度, 它可由下式得到:

$$\sqrt{S_{i-1}} = 2m_{\perp}^p \operatorname{ch} y_B^i. \quad (27)$$

对于  $X_i$  取其平均值, 则 (23) 式可写为:

$$\Delta E_i = \sqrt{S_{i-1}} - 2m_{\perp}^p \operatorname{ch}(y_B^i + \ln \bar{X}_i), \quad (28)$$

这里  $m_{\perp}^p = \sqrt{m_p^2 + P_{\perp}^2}$ , 在计算中取  $P_{\perp} = 0.35 \text{ GeV}/c$ .

实验上已给出平均多重数与能量损失  $\Delta E$  之间的关系<sup>[10]</sup>:

$$\bar{n}(\Delta E) = 2.47 + 0.03 \exp \left( 1.97 \sqrt{\ln \left( \frac{\Delta E}{0.5 \text{ GeV}} \right)^2} \right). \quad (29)$$

(17) 则用(28)式和(29)式可以得到  $\bar{n}_i(\Delta E_i)$ , 用(17)式可以得到投射核子  $i$  与靶核子发生  $i_i$  次碰撞中产生粒子的分布  $f(n_{ii})$ , 用(13)和(14)式可以得到投射核子  $i$  与靶核子发生  $i_i$  次碰撞后产生粒子的多重数分布  $Q_{ii}(n)$ , 用(12)式和(1)式就得到核-核碰撞中产生的总的多粒子分布.

(18)

核停

(19)

### 三、结果与讨论

我们用非相干的多次碰撞模型分析了在核子-核子质心系中

$$\sqrt{S_{NN}} = 31.2 \text{ GeV}$$

的  $\alpha$ - $\alpha$  碰撞中产生的带负电的粒子的多重数分布. 在计算中,  $\alpha$  的密度分布取为:

(20)

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi^{3/2} \alpha^3} e^{-r^2/\alpha^2}, \quad (30)$$

$$\alpha = 1.33 \text{ fm}.$$

中的

(21)

我们用不同的能量损失模型作了计算, 理论与实验的比较在图3中, 实验资料取自参考文献[11]. 在图3中, 实线表示在每一次核子-核子碰撞中, 参数  $\alpha$  都取为 1, 在图中用  $\alpha = 1$  表示, 每次投射核子-靶核子碰撞好象在自由空间中的核子-核子碰撞一样, 每次碰撞中能量损失一半. 在图3中, 虚线表示除了第一次碰撞  $\alpha$  取为 1 外, 其后的碰撞  $\alpha$  都取为 3<sup>[12]</sup>, 在图中用  $\alpha = 3$  表示, 即在第一次碰撞中, 能量损失一半, 在其后的各次碰撞中每次碰撞能量损失为百分之二十五. 从图3中可以看到, 我们的理论结果能符合实验, 这说明非相干的多次碰撞模型处理核-核碰撞, 虽然是一种近似, 但这种图象是有用的, 能给出实验上的主要特点. 而参数  $\alpha$  取不同的值所给出的结果差别不大, 即理论结果对能量损失模型不敏感, 原因是由于投射核和靶核太轻, 使得不同的  $\alpha$  值给出的能量损失上的差别不显著. 我们期望在较重的核-核碰撞中考察能量损失模型.

(22)

(23)

(24)

(25)

(26)

(27)

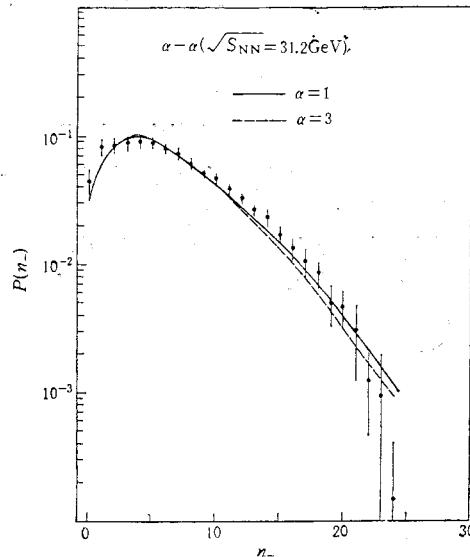


图3 在  $\alpha$ - $\alpha$  碰撞中产生的带负电的粒子的多重数分布. 实验点取自参考文献[11]

### 参 考 文 献

- [1] J. D. Bjorken, *Phys. Rev.*, **D27**(1983), 140; K. Kajantie et al., *Phys. Lett.*, **119B**(1982), 203; C. Y. Wong, *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 961; *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 1393.
- [2] A. Bialas et al., *Nucl. Phys.*, **B111**(1976), 461; Kisei Kinoshita et al., *Z. Phys.*, **C8**(1981), 205; W. Q. Chao and H. J. Pirner, *Z. Phys.*, **C14**(1982), 165; A. Bialas, W. Czyz and L. Lesniak, *Z. Phys.*, **C13**(1982), 147.
- [3] C. Y. Wong, *Phys. Rev.*, **D32**(1985), 94.
- [4] C. Y. Wong, *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 972.
- [5] B. H. Sa and C. Y. Wong, *Phys. Rev.*, **D32**(1985), 1706.

- [6] Z. Koba, H. B. Nielsen, P. Olesen, *Nucl. Phys.*, **B40**(1972), 317.
- [7] P. Slattery, *Phys. Rev. Lett.*, **24**(1972), 1624.
- [8] C. De Marzo et al., *Phys. Rev. D***26**(1982), 1019.
- [9] K. Kinoshita et al., *Prog. Theor. Phys.*, **63**(1980), 928; **63**(1980), 1268.
- [10] M. Basile et al., *Nuo. Cim.*, **65A**(1981), 400.
- [11] W. Bell et al., *Phys. Lett.*, **128B**(1983), 349.
- [12] J. Hüfner et al., *Phys. Lett.*, **145B**(1984), 167.

## MULTIPLICITY DISTRIBUTIONS OF PRODUCED PARTICLES IN $\alpha$ - $\alpha$ COLLISIONS AT HIGH ENERGIES

LIU BO WANG YING-CAI

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

### ABSTRACT

We analyse the multiplicity distributions of negative particles produced in  $\alpha$ - $\alpha$  collisions at  $\sqrt{S_{NN}} = 31.2$  GeV by using a Glauber-type multiple collision model in which the projectile nucleons degrade in energy as they make collisions with target nucleons. The energy loss suffered by the projectile nucleons in the passage through the target nucleus is explicitly considered in the calculation. The agreement with experiments is good.

以电  
忆

近  
及散裂  
碎块的  
的存在

碰撞  
渗透模  
验则是  
实验。

分  
我们的  
中能够  
可能得  
种性质

\* E  
2