

低能 $p\text{-}^4\text{He}$ 相移的库仑扭曲效应的修正

裘志洪 陈炽庆 王炎森 陈建新

(复旦大学, 上海)

摘 要

对 $p\text{-}^4\text{He}$ 散射相移作库仑扭曲效应修正, 可用来计算 $n\text{-}^4\text{He}$ 散射的观察量. 用我们提出的简便方法, 计算出来的全截面、微分截面、极化等与实验值都符合得很好(但各分波的道半径, 即强相互作用区域的大小, 应略有差异). 计算表明极化对道半径确定很灵敏, 所得到的道半径对各家相移均合适.

I. 引 言

实验上 ^4He 广泛用作中子极化分析器, 对 $n\text{-}^4\text{He}$ 散射数据的精度要求很高. 大家知道, 就入射粒子束的获得与探测来说, 质子散射实验要比中子散射实验容易得多. 根据核力电荷对称性原理, 在镜散射 $p\text{-}^4\text{He}$ 与 $n\text{-}^4\text{He}$ 的哈密顿量中, 唯一差别是入射粒子与靶核的库仑作用. 因此对 $p\text{-}^4\text{He}$ 相移作库仑效应修正, 就可用来计算 $n\text{-}^4\text{He}$ 散射的观察量.

$p\text{-}^4\text{He}$ 的强相互作用除中心势外还有自旋-轨道耦合势, 它依赖于轨道角动量 l 及总角动量 j , 因此散射相移也依赖于 l 及 j . 实验上无法区分长程电磁作用与短程强作用分别产生的相移, 通常作相移分析时, 往往人为地从总的散射相移 Δ_{lj} 中扣除点电荷库仑相移 σ_l , 来得不致发散的相移 $\bar{\delta}_{lj}$. 即令 $\Delta_{lj} = \sigma_l + \bar{\delta}_{lj}$. (1)

就 $p\text{-}^4\text{He}$ 而言, $\bar{\delta}_{lj}$ 即通常文献上给出的 $p\text{-}^4\text{He}$ 相移, 但 $\bar{\delta}_{lj}$ 并不是纯强相互作用相移, 其间的差别将在后面作进一步讨论. 我们记 $\bar{\delta}_{l, l+\frac{1}{2}} = \bar{\delta}_{l+}$, $\bar{\delta}_{l, l-\frac{1}{2}} = \bar{\delta}_{l-}$, 于是微分截面 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, 极化 $P(\theta)$ 等观察量就可表述为: (2)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \theta)|^2 + |g(k, \theta)|^2, \quad (2)$$

$$P(\theta) = \frac{2\text{Re}[f^*(k, \theta)g(k, \theta)]}{|f(k, \theta)|^2 + |g(k, \theta)|^2}, \quad (3)$$

$$\text{其中 } f(k, \theta) = f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_l [(l+1)(l^{2i\bar{\delta}_{l+}} - 1) + l(e^{2i\bar{\delta}_{l-}} - 1)] e^{2i\sigma_l} P_l(\cos\theta), \quad (4)$$

$$g(k, \theta) = \frac{1}{2k} \sum_l [e^{2i\bar{\delta}_{l+}} - e^{2i\bar{\delta}_{l-}}] e^{2i\sigma_l} \sin\theta \frac{d}{d(\cos\theta)} P_l(\cos\theta) \quad (5)$$

而 $f_c(\theta)$ 为点电荷库仑势的散射振幅.

$p\text{-}^4\text{He}$ 散射的相移分析, 就是根据 $d\sigma/d\Omega$ 及 $P(\theta)$ 的实验测量值, 应用上述公式来拟合出各分波的相移 δ_{ij} . 前已指出, δ_{ij} 不是强作用单独产生的散射相移. 要从 δ_{ij} 得出纯强作用相移 δ_{ij} , 必须要考虑下面两点修正:

(1) ^4He 及 p 的电荷分布不是点电荷, 要根据它们的形状因子作剩余库仑势的修正, 这对高能散射是比较重要的.

(2) δ_{ij} 是短程强作用和剩余电磁作用加在库仑扭曲波上的相移, 而不是加在平面波上的. 这就要作库仑势对入射波及散射波的扭曲修正, 这个修正对低能散射尤为显著.

以上两点就是我们对 $p\text{-}^4\text{He}$ 相移作库仑修正的理论基础, 其数学公式的论证见本文附录.

II. 库仑扭曲效应的修正

$p\text{-}^4\text{He}$ 与 $n\text{-}^4\text{He}$ 的波函数的差别, 分道半径以内与以外两个区域来讨论. 道半径以外核子间的短程强作用为零. 在道半径以内电磁作用比起核子间的强相互作用来几乎可以忽略不计. 在此情形下, 它们的波函数几乎相同, 在道半径上的径向波函数的对数导数基本上近似相等. 这个与模型无关的假设在道半径比较小, 忽略长程电磁作用, 关系不大的情况下是合理的.

在道半径以外, 按共振群方法 (RGM), 集团之间的相互作用为折迭势加交换势. 交换势为短程的, 它在道半径以外为零. 剩余库仑势的折迭势为:

$$V^R = \left\langle \Psi(1, 2, 3, 4) \left| \left(\frac{e^2}{(q - r_3)} + \frac{e^2}{|q - r_1|} - \frac{2e^2}{q} \right) \right| \Psi(1, 2, 3, 4) \right\rangle$$

其中 e 为质子所荷的电量, 编号 1、2 代表 ^4He 中的中子, 3、4 代表 ^4He 中的质子, q 为入射质子与 ^4He 质心间的相对坐标, ^4He 中第 i 个核子的坐标 r_i 的原点也取在 ^4He 的质心.

根据电势的多极矩展开, 在 $q > r_i$ 的区域, 即入射质子在道半径以外的区域:

$$\frac{1}{|q - r_i|} = \sum_L \frac{r_i^L}{q^{L+1}} P_L(\hat{q} \cdot \hat{r}_i)$$

把上式代入 V^R 的表示式中,

$$\begin{aligned} V^R = & \left\langle \Psi(1, 2, 3, 4) \left| \left(\frac{e^2}{q} + \frac{e^2}{q} - \frac{2e^2}{q} \right) \right| \Psi(1, 2, 3, 4) \right\rangle \\ & + \left\langle \Psi(1, 2, 3, 4) \left| \frac{e^2}{q^2} \sum_{i=3}^4 r_i P_1(\hat{r}_i \cdot \hat{q}) \right| \Psi(1, 2, 3, 4) \right\rangle \\ & + \left\langle \Psi(1, 2, 3, 4) \left| \frac{e^2}{q^3} \sum_{i=3}^4 r_i^2 P_2(\hat{r}_i \cdot \hat{q}) \right| \Psi(1, 2, 3, 4) \right\rangle \\ & + \dots \end{aligned}$$

第一项显然为零, 其余各项依赖于 ^4He 的电荷分布. 如果 $\Psi(1, 2, 3, 4)$ 为球对称的标量, 按 Wigner-Eckart 定理, 其余各项亦为零. 即球形核的电多极矩为零.

在道半径以外, $p\text{-}^4\text{He}$ 的剩余库仑势为零, p 相对于 ^4He 径向波函数, 可用库仑波函数描写. 而 n 相对于 ^4He 的波函数, 在道半径以外用球贝塞尔函数和球纽曼函数描述.

设 $\bar{R}_{lj}(kq)$ 与 $R_{lj}(kq)$ 分别为计算相移 $\bar{\delta}_{lj}$ 与 δ_{lj} 的径向波函数, 它们在道半径 $q = R_c$ 处的对数导数分别为 $\bar{\xi}_{lj}$ 与 ξ_{lj} ,

$$\begin{aligned}\bar{\xi}_{lj} &= \frac{1}{\bar{R}_{lj}(kq)} \frac{d}{dq} \bar{R}_{lj}(kq) \Big|_{q=R_c} \\ &= k \left[\frac{F'_l(\rho) + \operatorname{tg} \bar{\delta}_{lj} G'_l(\rho)}{F_l(\rho) + \operatorname{tg} \bar{\delta}_{lj} G_l(\rho)} - \frac{1}{\rho} \right]_{\rho=kR_c}\end{aligned}\quad (6)$$

其中 $F_l(\rho)$ 与 $G_l(\rho)$ 分别为正则与非正则库仑波函数, $F'_l(\rho)$ 与 $G'_l(\rho)$ 为它们相对于 ρ 的导数. k 是入射粒子相对于靶核的波矢. 上式中已应用了 $q \geq R_c$ 处的

$$\bar{R}_{lj}(kq) = \frac{F_l(kq) + \operatorname{tg} \bar{\delta}_{lj} G_l(kq)}{q}.$$

$$\begin{aligned}\xi_{lj} &= \frac{1}{R_{lj}(kq)} \frac{d}{dq} R_{lj}(kq) \Big|_{q=R_c} \\ &= k \left[\frac{j'_l(\rho) - \operatorname{tg} \delta_{lj} n'_l(\rho)}{j_l(\rho) - \operatorname{tg} \delta_{lj} n_l(\rho)} \right]_{\rho=kR_c},\end{aligned}\quad (7)$$

其中 $j_l(\rho)$ 和 $n_l(\rho)$ 分别为球贝塞尔函数和球纽曼函数. 按前面的论述, 可认为

$$\bar{\xi}_{lj} = \xi_{lj}.\quad (8)$$

此式给出了相移 $\bar{\delta}_{lj}$ 与 δ_{lj} 之间的联系. 有了各分波的纯强作用相移 δ_{lj} 就可计算出 n - ^4He 散射的各观察量. 这只要在(2)–(5)式中令 $\sigma_l = 0$, 以 δ_{lj} 代替 $\bar{\delta}_{lj}$ 即可.

III. 计算结果与讨论

从(6)–(8)式计算 δ_{lj} , 须确定 R_c 值, 我们把 R_c 作为可调参量, 如对各分波取同一种道半径 $R_c = 2.0 \text{ fm}$, 对于入射中子的四种入射能量的计算值见图1和图2中的虚线, 其中微分截面与 Morgan 等人所作的 n - ^4He 散射实验拟合值(见图中实线)符合得相当好, 但极化 $P(\theta)$ 的计算值在低能情况下与实验拟合值有较大偏离. 为了改善这点不足, 我们进一步考虑到各分波的有效相互作用力程是不等的, 各分波的道半径应取不同值. 此外, 从 RGM 计算可知有效相互作用势对能量的依赖较弱^[2], 因此就不考虑道半径对能量的依赖.

我们利用 R.G. Satchler^[3] 的 p - ^4He 相移 $\bar{\delta}_{lj}$ 作为输入, 对照 G.L. Morgan^[4] 等人的实验拟合值, 对不同分波的道半径进行调试. 结果发现, P 波对极化影响较灵敏, 而 $P_{3/2}$ 分波的影响更突出. 对不同分波选取不同道半径后, 算得的极化得到明显的改善, 而 D 波, F 波在 10 MeV 以下对截面和极化的贡献很小. 因此道半径仍固定为 2.0 fm . 而其它各分波的道半径分别是:

$$R_c(S) = 2.52 \text{ fm}, \quad R_c(P_{3/2}) = 2.08 \text{ fm}, \quad R_c(P_{1/2}) = 2.51 \text{ fm}\quad (9)$$

为了比较, 在图1和图2中我们也给出了用(9)式规定的道半径算得的 n - ^4He 的极化, 微分截面, 显然它们与 Morgan 的实验拟合值符合得很好(见图中的园点).

由于符合散射实验数据的相移是不唯一的, 除 Satchler 的工作外, 尚有 Schwandt^[5] 和 Arndt^[6] 等用带电粒子的有效力程理论以及 Stambach^[7] 等人用 R-matrix 参量拟合法, 都独立给出各自的 p - ^4He 相移. 为了检验我们确定的各分波道半径是否合理, 我

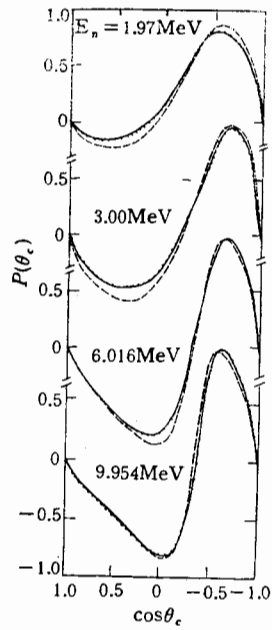


图 1

$n\text{-}^4\text{He}$ 极化曲线
 ——Morgan 实验拟合值
 ---- $R_c = 2.0\text{fm}$ 时计算值
 R_c 取(9)式的计算值
 (后两者均输入 Satchler 的
 $p\text{-}^4\text{He}$ 相移.)

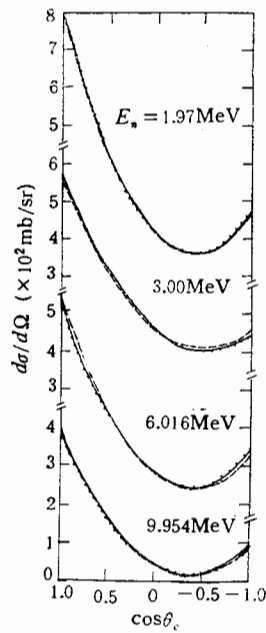


图 2

$n\text{-}^4\text{He}$ 角分布曲线说
 明同图 1

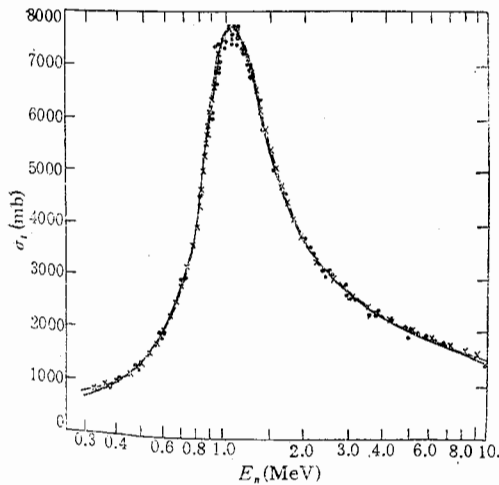


图 3

*** Morgan 的实验拟合值 —— R_c 取
 (9)式输入用 Stambach 的 $p\text{-}^4\text{He}$ 相移.

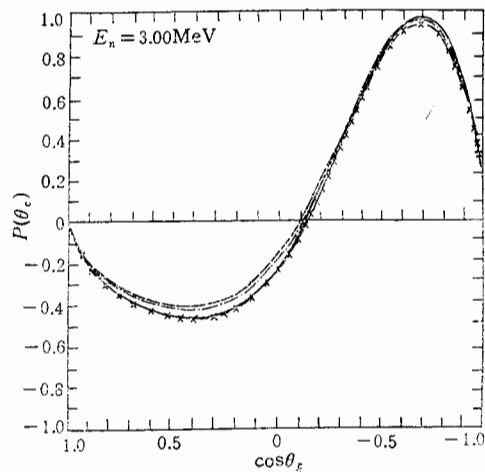


图 4

几组 $n\text{-}^4\text{He}$ 极化曲线比较 (输入几家 $p\text{-}^4\text{He}$ 相移). *** Morgan 的实验拟合值; ——输入 Satchler 的相移; - · - 输入 Schwandt 的相移; ---- 输入 Stambach Arndt 的相移. (后三根曲线 R_c 取(9)式)

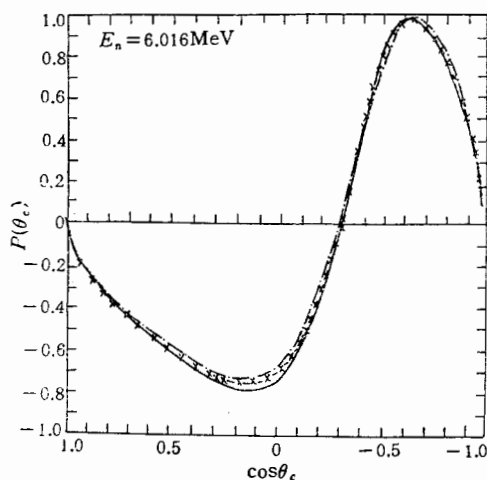


图 5

几组 $n\text{-}^4\text{He}$ 极化曲线比较

*** Morgan 的实验拟合值; — 输入 Satchler 的相移;

— · — 输入 Schwandt, Arndt 的相移(其他说明同图 4)

们用(9)式的道半径,对其它三家的相移也作了库仑扭曲修正,把计算所得的极化值都与实验拟合值去比较(见图 4 和图 5),由图可见,这套道半径的选取是比较适当和客观的,至于微分截面,几条曲线更难以区分,就不再给出图示了.关于全截面,由于 R-matrix 给出的 $p\text{-}^4\text{He}$ 相移数据最完整,我们就只给出用我们的方法以 R-matrix 的 $p\text{-}^4\text{He}$ 为输入算得的曲线.见图 3.

附 录

关于 $p\text{-}^4\text{He}$ 散射的库仑扭曲效应的说明,可以从 A-S 方程^[8]得到:

$$\langle I | T_j(p\text{-}^4\text{He}) | I \rangle = \langle I | T^C | I \rangle + e^{2i\sigma_l} \langle C, I | T_j^S R(p\text{-}^4\text{He}) | C, I \rangle, \quad (\text{A.1})$$

此式把总的跃迁矩阵元分解为点电荷的库仑作用及短程强作用加剩余电磁作用的两部分之和.其中 T 的肩标 C 表示点电荷库仑作用, S 表示强作用, R 是剩余电磁作用, $|I\rangle$ 与 $|C, I\rangle$ 分别代表平面波与库仑扭曲波的 l 分波的径向波函数, $\langle r | I \rangle = j_l(kr)$, $\langle r | C, I \rangle = \frac{1}{kr} F_l(kr)$, 用相移来表述就是:

$$\langle I | T_j(p\text{-}^4\text{He}) | I \rangle = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{2ik} (I^{2i\Delta l_j} - 1) \quad (\text{A.2})$$

$$\langle I | T^C | I \rangle = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{2ik} (I^{2i\sigma_l} - 1) \quad (\text{A.3})$$

$$\langle C, I | T_j^S R(p\text{-}^4\text{He}) | C, I \rangle = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{2ik} (I^{2i\delta l_j} - 1) \quad (\text{A.4})$$

把(A.2)–(A.4)代入(A.1)可得

$$\Delta l_j = \sigma_l + \delta_{l_j}$$

$p\text{-}^4\text{He}$ 的纯强作用相移 δ_{l_j} 按核力电荷对称性,应等于 $n\text{-}^4\text{He}$ 相移,

$$\langle I | T_j^S(p\text{-}^4\text{He}) | I \rangle = \langle I | T_j^S(n\text{-}^4\text{He}) | I \rangle = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{2ik} (e^{2i\delta_{l_j}} - 1) \quad (\text{A.5})$$

其中

$$\langle I | T_j^S(p\text{-}^4\text{He}) | I \rangle = \int i_e(kr) T_j^S(p\text{-}^4\text{He}) j_l(kr) r^2 dr \quad (\text{A.6})$$

[1]
[2]
[3]
[4]
[5]
[6]
[7]
[8]

is
me
sca
the
ch:

$$\langle C, l | T_j^{\delta R}(p\text{-}^4\text{He}) | C, l \rangle = \frac{1}{k^2} \int F_l(kr) T_j^{\delta R}(p\text{-}^4\text{He}) F_l(kr) dr \quad (\text{A.7})$$

可见 δ_{ij} 与 $\bar{\delta}_{ij}$ 之差异是由于 T_j^{δ} 与 $T_j^{\delta R}$ 及 $|l\rangle$ 与 $|C, l\rangle$ 的不同所致。

参 考 文 献

- [1] C. J. Joachain, *Quantum Collision Theory*. p. 492—496, North-Holland Publishing Company, 1975.
- [2] I. Reichstein & Y. C. Tang, *Nucl. Phys.*, **A158**(1970), 529.
- [3] G. R. Satchler et al., *Nucl. Phys.*, **A112**(1968), 1.
- [4] G. L. Morgan & R. L. Walter, *Phys. Rev.*, **168**(1968), 1114.
- [5] P. Schwandt et al., *Nucl. Phys.*, **A163**(1971), 432.
- [6] R. A. Arndt et al., *Nucl. Phys.*, **A209**(1973), 429.
- [7] Th. Stammbach et al., *Nucl. Phys.*, **A180**(1972), 225.
- [8] E. D. Aet & W. Sandhas, *Few Body Systems and Nuclear Forces 1*, Lecture Notes in Phys., Vol. **82**(1978), 373, Springer-Vorlag Berlin Heidelberg.

COULOMB CORRECTION OF THE $p\text{-}^4\text{He}$ LOW ENERGY SCATTERING PHASE SHIFTS

QIU ZHIHONG CHEN ZHIQING WANG YANSEN CHEN JIANXIN

(Fudan University, Shanghai)

ABSTRACT

A simple approach of Coulomb correction to the $p\text{-}^4\text{He}$ low energy scattering phase shifts is proposed, in which the channel radius of each partial wave is taken as an adjustable parameter. By using the Coulomb correction the $n\text{-}^4\text{He}$ scattering observables predicted from $p\text{-}^4\text{He}$ scattering phase shifts are in excellent agreement with experiment. Our calculations show that the neutron polarization depends sensitively on the channel radius of p waves and the obtained channel radius are adequate to the different sets of phase shifts.