第13卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 13, No. 5
1989年5月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS May, 1989

非均匀介质中的中微子振荡

孙 昌 璞
(东北师范大学，长春)

摘　　要

本文采用曾由作者建议的准绝热近似方法，研究了具有任意电子密度分布的非均匀介质中中微子振荡问题. 我们分别得到了两代和三代中微子振荡方程的高级近似解及其中微子转换几率的非绝热效应. 针对三代情况，我们还讨论了 C-P 破坏，Berry 相和振荡修正的关系.

一、引　　言

为了解决太阳中微子失踪之谜，Mikheyev 和 Smirnov 在 Wofenstein 工作的基础上,提出一种物质作用使中微子振荡增强的机制-MSW 机制[1,2]. 他们认为，由于电子中微子 ν_e 和介质中的电子 e 的弱作用,飞行着的 ν_e 将感受到一个正比于电子密度 $N_e(t)$ 的有效势. 这对于真空中微子振荡方程中的质量平方矩阵的对角项有一个附加贡献，从而给出中微子新的有效质量和不同于真空值的混合角,在特定的区域内引起共振效应,使中微子振荡增强.

于是，中微子振荡问题的讨论归结为求解被物质作用修正了的中微子态的振荡方程

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\phi(t)\rangle=\widetilde{M}[N_e(t)]|\phi(t)\rangle. \tag{1}$$

这是一个 Schrödinger 型演化方程. 其中

$$|\phi(t)\rangle=\sum_{\alpha=1}^{N}a_\alpha|\nu_\alpha\rangle$$

在以味本征态 $\{|\nu_\alpha\rangle\}$ 为基的荷-流表象中是一个N行列矢量； $\widetilde{M}(t)\equiv\widetilde{M}[N_e(t)]$ 是一个$N\times N$矩阵,取 $N=2,3$，则分别对应于两代和三代中微子情况.

对于 $N_e(t)$ 固定或变化足够缓慢(绝热变化)的特殊情况下，问题(1) 的解析解能被很好地给出. 其中后者是由 Mikheyev, Smirnov[2], Bethe[3], Messiah[4] 和 Barger[5] 等人采用绝热近似方法解决的;对于绝热条件下的三代问题 Kim, Sze[6], Pecov, Toshev[7], Kuo 和 Pantoleone[8] 也做过相应的讨论. 对于两代情况,人们还讨论了非绝热效应. 其中 Massiah, Rose, Gelb[8] 以不统一的方式给出了一、二级近似的解析解； Haxton[9],

本文 1988 年 3 月19日收到.

Petcov[10], Toshev[11] 和 Kaneko[12] 分别对电子密度按线性和 e 指数变化的两种特殊情况,给出了问题的精确解. 事实上,线性或 e 指数假设只是实际问题的二级近似. 任意不均匀密度分布的一般问题尚未解决,对于三代情况更是如此.

本文将解决这个问题. 考虑到(1)是一个 Schrödinger 型方程,我们在[13, 14]中建议的高级近似方法恰好适用于这类方程的求解 [15]. 我们将对N代的一般情况进行讨论,然后具体到二代和三代情况.

二、关于振荡方程

本节我们将明显地表述两代和三代中微子的振荡方程,给出等效 Hamiltonian 矩阵的显式.

1. 两代情况:

在荷-流表象中,质量本征态 $|\nu_1\rangle$ 和 $|\nu_2\rangle$ 可表达为:

$$\begin{aligned}|\nu_1\rangle &= \cos\theta|\nu_e\rangle + (-\sin\theta)|\nu_\mu\rangle\\ |\nu_2\rangle &= \sin\theta|\nu_e\rangle + \cos\theta|\nu_\mu\rangle,\end{aligned} \tag{2}$$

其中 $|\nu_e\rangle$ 和 $|\nu_\mu\rangle$ 是相应于电子中微子 ν_e 和 μ 子中微 ν_μ 的味本征态; $|\nu_1\rangle$ 和 $|\nu_2\rangle$ 分别对应于质量 m_1 和 m_2. 于是,振荡方程(1)中的等效哈密顿 $\widetilde{M}_2(t)$ 取为[2,5]

$$\widetilde{M}_2(t) = \begin{bmatrix} \dfrac{m_1^2\cos^2\theta + m_2^2\sin\theta}{2E} + \sqrt{2}\,GN_e(t) & \dfrac{m_2^2 - m_1^2}{2E}\sin\theta\cos\theta \\ \dfrac{m_2^2 - m_1^2}{2E}\sin\theta\cos\theta & \dfrac{m_1^2\sin^2\theta + m_2^2\cos^2\theta}{2E} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

其中G为弱耦合常数,E是中微子能量.

2. 三代情况:

设 $|\nu_\alpha\rangle$ $(\alpha = e, \mu, \tau)$ 和 $|\nu_n\rangle$ $(n = 1, 2, 3)$ 分别是中微子的味本征态和对应于质量 m_n 的质量本征态. 根据[6,7,8]讨论,中微子态可表达为

$$|\phi\rangle = \sum_\alpha a_\alpha|\nu_\alpha\rangle = \sum_{n=1}^{3} a_n|\nu_n\rangle, \tag{4}$$

其中 $a_\alpha(\alpha = e, \mu, \tau)$ 和 $a_n(n = 1,2,3)$ 由 K-M 矩阵U联系起来. 为了研究 C-P 破坏对中微子振荡的影响,U取为:

$$\begin{bmatrix} C_1 & -S_1C_3 & -S_1S_3 \\ S_1C_2 & C_1C_2C_3 - S_2S_3e^{i\delta} & C_1C_2S_3 + S_2C_3e^{i\delta} \\ S_1S_2 & C_1S_2C_3 + C_2S_3e^{i\delta} & C_1S_2S_3 - C_2C_3e^{i\delta} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

其中 $C_i = \cos\theta_i$, $S_i = \sin\theta_i$ $(i = 1,2,3)$; θ_i为真空混合角. 虽然对于夸克情形,我们需要区分态的手征,但这里只是做最简单考虑,θ_i和δ的取值在夸克和轻子两种情形下并不相同. 详细论证见文献[6,16,17].

按[6]的讨论,三代中微子振荡方程(1)中的等效哈密顿 $\widetilde{M}_3(t)$ 取为

$$\widetilde{M}_3(t) = \frac{1}{2E}\{U^T\cdot \mathrm{diag}[m_1^2, m_2^2, m_3^2]\cdot U + \mathrm{diag}[2\sqrt{2}\,GEN_e(t), 0, 0]\}$$

$$= \frac{1}{2E}\begin{bmatrix} M_{11}(t) & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

其中，$M_{11}(t) = M_{11} + 2\sqrt{2}GEN_e(t)$

$$\begin{aligned} M_{11} &= m_2^2 - \Delta_{21}C_1^2 + \Delta_{32}S_1^2S_2^2 \\ M_{22} &= m_2^2 - \Delta_{21}S_1^2C_3^2 + \Delta_{32}[C_1^2S_2^2C_3^2 + C_2^2S_3^2 + 2C_1C_2S_2S_3C_3\cos\delta] \\ M_{33} &= m_2^2 - \Delta_{21}S_1^2S_3^2 + \Delta_{32}[C_1^2S_2^2S_3^2 + C_2^2C_3^2 + 2C_1C_2S_3C_3S_2\cos\delta] \\ M_{12} &= \Delta_{21}S_1C_1C_3 + \Delta_{23}[C_1C_3S_2 + C_2S_3e^{i\delta}] \\ M_{13} &= \Delta_{21}C_1S_1S_3 + \Delta_{23}[C_1S_2S_3 - C_2C_3e^{i\delta}]S_1S_2 \\ M_{23} &= C_3S_3[-\Delta_{21}S_1^2 + \Delta_{32}(C_1^2S_2^2 - C_2^2) - 2iC_1C_2C_3S_2S_3\sin\delta], \end{aligned} \tag{7}$$

其中，$\Delta_{21} = m_2^2 - m_1^2$，$\Delta_{32} = m_3^2 - m_2^2$.

至此，我们已得两代和三代中微子振荡方程的等效哈密顿 $\widetilde{M}_2(t)$ 和 $\widetilde{M}_3(t)$ 的明显表达式.

三、高级绝热近似解

本节先就N代中微子的一般情况进行讨论以后将具体到两代和三代情况.

按[13，14]建议的近似方法，先求解 $\widetilde{M}_N(t)$ 的本征方程. 设得到的本征值 $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t),\cdots,\lambda_N(t)$ 是非简并的，相应的归一化本征函数是 $|\nu_1(t)\rangle, |\nu_2(t)\rangle,\cdots,|\nu_N(t)\rangle$，则时变表象中，(1)的解设为

$$|\phi(t)\rangle = \sum_{n=1}^{N} C_n(t)\exp\left[-i\int_0^t \lambda_n(t')dt'\right]|\nu_n(t)\rangle. \tag{8}$$

代入(1)可得

$$\begin{aligned} &\dot{C}_n(t) + \langle\nu_n(t)|\dot{\nu}_n(t)\rangle C_n(t) \\ &= -\sum_{m\neq n}^{N} C_m(t)\langle\nu_n(t)|\dot{\nu}_m(t)\rangle\exp\left[-i\int_0^t[\lambda_m(t') - \lambda_n(t')]dt'\right] \end{aligned} \tag{9}$$

对方程(9)的右端进行逐次分部积分再取微分形式可得

$$\begin{aligned} &\dot{C}_n(t) + \langle\nu_n(t)|\dot{\nu}_n(t)\rangle C_n(t) \\ &= -\sum_{m\neq n}\sum_{l=0}^{\infty}(i)^l\frac{d}{dt}\left[\frac{\exp\left[-i\int_0^t[\lambda_n(t') - \lambda_m(t')]dt'\right]}{\lambda_n(t) - \lambda_m(t)}\hat{O}_{nm}^l[\langle\nu_n|\dot{\nu}_m\rangle C_m(t)]\right], \end{aligned} \tag{10}$$

其中算符 $\hat{O}_{mn}$ 定义为

$$\hat{O}_{nm} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{\lambda_n(t) - \lambda_m(t)}\right] + \frac{1}{\lambda_n(t) - \lambda_m(t)}\frac{d}{dt}. \tag{11}$$

仿照量子力学中的定态微扰理论以及[13，14]的讨论，对(10)中每项 $[\lambda_n(t) - \lambda_m(t)]^{-1}$ 引入标度参量 λ 且设

$$C_n(t) = \sum_{l=0}^{\infty} (i\lambda)^l C^{[l]}(t) \tag{12}$$

代入(10)并比较两边 λ 同幂次项系数,得到可逐级求解的方程组:

$$\begin{aligned}
&\dot{C}_n^{[0]}(t) + \langle \nu_n | \dot{\nu}_n \rangle C_n^{[0]}(t) = 0; \\
&\dot{C}_n^{[l]}(t) + \langle \nu_n | \dot{\nu}_n \rangle C_n^{[l]}(t) = f_n^{[l]}(t) \\
&\equiv -\sum_{h=0}^{l-1} \sum_{n \neq m} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\exp\left[i \int_0^t [\lambda_m - \lambda_n] dt' \right]}{\lambda_n(t) - \lambda_m(t)} \hat{O}_{nm}^h [C_l^{[l-h-1]} \langle \nu_n | \dot{\nu}_m \rangle] \right\}.
\end{aligned} \tag{13}$$

由初值条件 $C_n^{[0]}(0) = C_n(0)$; $C_n^{[l]}(0) = 0$ $(l = 1, 2, \cdots)$, 则可求得

$$\begin{aligned}
&C_n^{[0]}(t) = C_n(0) \exp[i\Gamma_n(t)] \\
&C_n^{[l]}(t) = \exp[i\Gamma_n(t)] \int_0^t f_n^{[l]}(t') \exp[-\Gamma_n(t')] dt',
\end{aligned} \tag{14}$$

其中,

$$\Gamma_n(t) = -\int_0^t \langle \nu_n(t') | \dot{\nu}_n(t') \rangle dt' \tag{15}$$

就是所谓的 Berry 相因子[18]我们将看到,对两代情况和 CP 守恒 ($\delta = 0$) 的三代情况 $\Gamma_n(t) = 0$.

四、两代中微子振荡

$N = 2$ 时, $\widetilde{M}_2(t)$ 的本征值和本征函数分别是

$$\begin{aligned}
\lambda_{1,2}(t) = \frac{1}{4E} \{ & 2\sqrt{2} GEN_e(t) + m_1^2 + m_2^2 \\
& \mp [8G^2E^2N_e^2(t) - 4\sqrt{2} GEN_e(t)[m_2^2 - m_1^2] \cos 2\theta + [m_2^2 - m_1^2)^2]^{\frac{1}{2}} \},
\end{aligned} \tag{16}$$

和

$$|\nu_1(t)\rangle = \begin{pmatrix} \cos\theta(t) \\ -\sin\theta(t) \end{pmatrix}, \quad |\nu_2(t)\rangle = \begin{pmatrix} \sin\theta(t) \\ \cos\theta(t) \end{pmatrix} \tag{17}$$

其中

$$\begin{aligned}
\theta(t) = \frac{1}{2} \arcsin \{ & [m_2^2 - m_1^2]^2 \sin^2 2\theta / [8G^2E^2N_e^2(t) \\
& - 4\sqrt{2} GEN_e(t)(m_2^2 - m_1^2) \cos 2\theta + [m_2^2 - m_1^2]^{\frac{1}{2}} \}.
\end{aligned} \tag{18}$$

由于 $\langle \nu_i | \dot{\nu}_i \rangle = 0$ $(i = 1, 2)$, 方程(9)的积分形式为

$$\begin{aligned}
&C_1(t) - C_1(0) = C_2 \frac{\dot{\theta}(t)}{2i\dot{\alpha}(t)} e^{-2i\alpha(t)} + O^2(\dot{\theta}/\dot{\alpha}(t)) \\
&C_2(t) - C_2(0) = C_1(t) \frac{\dot{\theta}(t)}{2i\dot{\alpha}(t)} e^{2i\alpha(t)} + O^2(\dot{\theta}/\dot{\alpha}(t))
\end{aligned} \tag{19}$$

其中 $\alpha(t) = \frac{1}{2} \int_0^t [\lambda_2(t') - \lambda_1(t')] dt'$. 当电子密度分布较均匀时,绝热条件

$$|\dot{\theta}(t) / [\lambda_2(t) - \lambda_1(t)]| \ll 1$$

满足，则 $C_i(t) = C_i(0)$ $(i = 1,2)$，振荡方程的绝热近似解为

$$|\phi(t)\rangle_{ad} = C_1(0)e^{-2i\alpha(t)}|\nu_1(t)\rangle + C_2(0)e^{2i\alpha(t)}|\nu_2(t)\rangle. \tag{20}$$

于是电子中微子在介质中行进距离 L 后仍保持为电子中微子的几率为

$$\begin{aligned} P_{ad}(\nu_e \to \nu_e) &= |\langle \nu_e|\varphi(t)\rangle_{ad}|^2 \\ &= \cos^2\theta(0)\cos^2\theta(L) + \sin^2\theta(0)\sin^2\theta(L) + \frac{1}{2}\sin 2\theta(0) \\ &\quad \times \sin 2\theta(L)\cos 2\alpha(t). \end{aligned} \tag{21}$$

这和 Haxton 得到的结果一样。

Messiah 已指出，当沿 ν_e 的路径介质的电子密度变化较大时，绝热条件破坏，太阳内部 $0.325\ R_s - 0.355 R_s$ 附近正是这种情况。这时非绝热效应对振荡的影响变得十分重要。以下我们按 Barger 的假设，星体中心高密度处可取 $N_e(0) = \infty\left(\text{相应于 } \theta(0) = \frac{\pi}{2}\right)$，则振荡方程的初值取为 $C_i^{[m]}(0) = 0$，$C_1^{[0]}(0) = 0$ 和 $C_2^{[0]}(0) = 1$，则由 (13) 可得到前三级近似解：

$$\begin{aligned} &C_1^{[0]}(t) = 0,\quad C_2^{[0]}(t) = 1, \\ &C_1^{[1]}(t) = \exp[-2i\alpha(t)]\dot\theta(t)/\dot\alpha(t),\quad C_2^{[1]}(t) = 0, \\ &C_1^{[2]}(t) = \exp[-2i\alpha(t)][\ddot\theta(t)/\dot\alpha^2(t) - \ddot\alpha(t)\dot\theta(t)/\dot\alpha(t)^3], \\ &C_2^{[2]}(t) = -\dot\theta[t]/\dot\alpha^2(t), \end{aligned} \tag{22}$$

由此可求得三级近似波函数 $|\phi(t)\rangle$，由此得振荡过程中 $\nu_e \to \nu_\mu$ 的转换几率

$$\begin{aligned} P(\nu_e \to \nu_\mu) &= |\langle \nu_\mu|\phi(t)\rangle|^2 \\ &= \{1 - \sin^2\theta(L)\} - \frac{1}{4}\{\dot\theta[L]^2[1 + \sin^2\theta(L)][\ddot\alpha(L)\dot\theta(L)/\dot\alpha(L) \\ &\quad - \ddot\theta(L)]\sin 2\theta(L)\}/\dot\alpha^2(L), \end{aligned} \tag{23}$$

其中第一项 $P_0 = 1 - \sin^2\theta[L]$ 代表绝热近似下中微子转换几率，由于二阶近似解为 0，非绝热近似解来自第三阶近似。

绝热条件下，在满足 $\theta[L_n] = n\pi$ 的点 L_n 处观察 ν_e 全部转化为 ν_μ，而非绝热效应将破坏这种周期性，在 $L_n = \theta^{-1}(n\pi)$ 处多少要残留些 ν_e，我们希望这种物理效应在实验、观测中有所表现。

五、三代中微子振荡

$N = 3$ 时，求解 $\widetilde{M}_3(t)$ 的本征方程，可得到它的本征值。

$$\begin{aligned} \lambda_n(t) = \frac{1}{2E}\Big\{m_1^2 - \frac{1}{3}P - \frac{2}{3}[P^2 - 3Q]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos\Big[\frac{1}{3}(n-1)\pi \\ + \frac{1}{3}\arccos\Big[\frac{2P^3 - 9PQ + 27R}{2[P^2 - 3Q]^{3/2}}\Big]\Big]\Big\},\quad (n = 1,2,3) \end{aligned} \tag{24}$$

其中

$$P = 2\sqrt{2}\,GEN_e(t) - 2\Delta_{21} - \Delta_{32}$$

$$Q = (\Delta_{21} + \Delta_{32})\Delta_{21} + 2\sqrt{2}\,GN_e(t)\{\Delta_{21}(S_1^2C_3^2 - 1) + (\Delta_{21} + \Delta_{32})(S_1^2S_3^2 - 1)\}$$

$$R = 2\sqrt{2}\,GEN_e(t)\Delta_{21}(\Delta_{21} + \Delta_{31})C_1^2, \tag{25}$$

以及相应的本征函数 $|\tilde{\nu}_n(t)\rangle$ $(n = 1,2,3)$:

$$\langle \nu_n(t)| = [X^{n*}(t), Y^{n*}(t), Z^{n*}(t)]/[|X^n(t)|^2 + |Y^n(t)|^2 + |Z^n(t)|^2] \tag{26}$$

其中,

$$\begin{aligned}
X^n(t) &= [u_{12} + V_{12}\cos\delta]u_{23} - V_{23}V_{12}\sin^2\delta - (M_{22} - \mu_n^2(t))[u_{13} + V_{13}\cos\delta] \\
&\quad + i\sin\delta[u_{23}V_{12} + (u_{12} + V_{12}\cos\delta)V_{23} - V_{13}(M_{22} - \mu_n^2(t))], \\
Y^n(t) &= u_{12}u_{13} + (u_{13}V_{12} + u_{12}V_{13})\cos\delta + V_{12}V_{13} - u_{23}(M_{11}(t) - \mu_n^2(t)) \\
&\quad + i\sin\delta[u_{12}V_{13} - u_{13}V_{12} - V_{23}(M_{11}(t) - \mu_n^2(t))], \\
Z^n(t) &= (M_{11}(t) - \mu_n^2(t))(M_{22} - \mu_n^2(t)) + u_{12}^2 + V_{12}^2 + 2u_{12}V_{12}\cos\delta, \\
u_{1K} &= \mathrm{Re}(M_{1K}) - \mathrm{ctg}\delta\,\mathrm{Im}(M_{1K}), \\
V_{1K} &= \mathrm{Im}(M_{1K})/\sin\delta \quad (K = 1,2), \\
V_{23} &= 2C_1C_2C_3S_2S_3, \quad u_{23} = \mathrm{Re}(M_{23}), \\
\mu_n(t) &= 2E\lambda_n(t)
\end{aligned} \tag{27}$$

于是得到相应的 Berry 相因子是

$$\begin{aligned}
\Gamma_n(t) &= \sin\delta\cdot\tilde{F}_n(t) \\
&= -\sin\delta\Big\{(2u_{12}u_{13}u_{23} - V_{12}V_{13}V_{23} + V_{12}V_{13}u_{23} - u_{12}u_{23}V_{23} \\
&\quad - u_{12}u_{23}V_{13})\int_0^t \frac{\dot{\mu}_n(t')dt'}{|X^n|^2 + |Y^n|^2 + |Z^n|^2} + [u_{12}u_{13}V_{23} \\
&\quad + (V_{13}u_{12} + u_{13}V_{12})V_{23}\cos\delta + V_{12}V_{13}u_{23} - u_{12}u_{23}V_{13} \\
&\quad - u_{13}u_{23}V_{12}]\cdot 2\sqrt{2}\,GE\int_0^t \frac{\dot{N}_e(t')dt'}{|X^n|^2 + |Y^n|^2 + |Z^n|^2}\Big\}.
\end{aligned} \tag{28}$$

因此,绝热近似下振荡方程(1)的解在三代情形下是

$$|\psi(t)\rangle_{ad} = \sum_{n=1}^{3} C_n(0)\exp[i\sin\delta\tilde{\Gamma}_n(t)]\exp\left[-i\int_0^t \lambda_n(t')dt'\right]|\nu_n(t)\rangle, \tag{29}$$

则在介质中 ν_e 运动距离 L 后仍保持为 ν_e 的几率是

$$\begin{aligned}
P_{ad}(\nu_e \to \nu_e) &= |\langle \nu_e|\varphi(t)\rangle|^2 \\
&= \sum_{m,n=1}^{3} \chi_n^*(0)\chi_m^*(t)\chi_n(t)\chi_m(0)\exp i\Big\{\sin\delta[\tilde{\Gamma}_n(t) - \tilde{\Gamma}_m(t)] \\
&\quad - \int_0^t [\lambda_n(t') - \lambda_m(t')]dt'\Big\},
\end{aligned} \tag{30}$$

其中 $\chi_n(t) = \chi^n(t)/[|\chi^n|^2 + |y^n|^2 + |z^n|^2]$. 若 CP 守恒, $\delta = 0$, Berry 相 $\Gamma_n(t) = 0$,只有动力学相因子贡献于振荡. 只有存在 CP 破坏时 $(\delta \neq 0)$. Berry 相对振荡才有贡献. Berry 相对中微子振荡增强或减弱取决于 $(\lambda_n - \lambda_m)$ 与 $(\Gamma_n - \Gamma_m)$ 是否同号;反号时振荡增强,同号时振荡减弱. 这些讨论为我们从中微子振荡判定是否存在轻子的 CP 破坏提供依据.

最后，我们不难从第三节中一般讨论给出高级近似波函数

$$|\phi(t)\rangle=\sum_{m=1}^{3}\left[C_m(0)+\sum_{l=1}^{\infty}(i)^l\int_0^t f_m^{[l]}(t')e^{-i\Gamma_m(t')}\cdot dt'\right]$$
$$\cdot\exp\left[i\Gamma_m(t)-i\int_0^t\lambda_m(t')dt'\right]|\nu_m(t)\rangle,\tag{31}$$

相应的电子中微子转化为其它中微子的几率为

$$P(\nu_e\to\nu_\mu,\nu_\tau)=1-|\langle\nu_e|\varphi(t)\rangle|^2$$
$$=1-P_{ad}(\nu_e\to\nu_e)-\sum_{m,n}\left\{\sum_l\left[\chi_n^*\cdot\int_0^t e^{-i\Gamma_m(t')}\cdot f^{*(l)}(t')dt'\right.\right.$$
$$\left.+\chi_m\int_0^t e^{i\Gamma_n(t')}\cdot f^{[l]}(t')dt'\right]+\sum_{K,l}\iint e^{i\Gamma_n(t)-i\Gamma_m(t'')}$$
$$\left.\cdot f_m^{*(l)}(t'')f_n^{[l]}(t')dt'dt''\right\},\tag{32}$$

其中{……}里的项代表中微子振荡时，由于电子密度不均匀引起的非绝热效应。

作者感谢吴兆颜教授、王锡绂教授陈世浩同志和金长浩同志的讨论和帮助。

参　考　文　献

[1] L. Wolfenstein, *Phys. Rev.*, **D17**(1978), 2369.
[2] S. P. Mikheyev and A. Yu. Smirnov, *Sov. J. Nucl. Phys.*, **42**(1985), 913.
[3] V. Bethe, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 1305.
[4] A. Messiah, in "86' Massive Neutrinos" p373.
[5] V. Barger et al, *Phys. Rev.*, **D34**(1986), 980.
[6] C. W. Kim and W. Sze, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 1040.
[7] S. T. Petcov and S. Toshev, *Phys. Lett.*, **B187**(1987), 120.
[8] T. K. Kuo and J. Pantaleone, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 1805.
[9] W. C. Haxton, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 2352.
[10] S. T. Petcov, *Phys. Lett.*, **B200**(1988), 273.
[11] S. Toshev, *Phys. Lett.*, **B196**(1987), 170.
[12] T. Kaneko, *Prog. Theor. Phys.*, **78**(1987), 532.
[13] 孙昌璞，高能物理与核物理，**12**(1988)，351.
[14] C-P Sun（孙昌璞），*J. Phys. A*, **21**(1988), 1595.
[15] 孙昌璞，高能物理与核物理，13(1989)，109.
[16] S. M. Bilenky and S. T. Petcov, *Rev. M. Phys.*, **59**(1987), 671.
[17] E. D. Commins and P. H. Bucksbaum, Weak Interactions of Leptons and Quarks. (Cambridge Univ. Press, 1983) 369—379.

SOLAR-NEUTRINO OSCILLATIONS IN MATTER WITH VARYING DENSITY

SUN CHANGPU

(*Northeast Normal University, Changchun*)

ABSTRACT

By making use of the High-order Adiabatio Approximation Method proposed by the author, the problems of Solarneutrino oscillations are studied and high-order approximate solutions for the oscillation equations are obtained. For the cases with two and three generations, we find out non-adiabatic corrections to the probability of neutrino transition and also discuss the relations of CP-violation, Berry's phases and neutrino oscillations.