

快报

# 2+1 维 SU(2) 规范模型的弦张力\*

李志兵 郑维宏 郭硕鸿  
(中山大学物理系, 广州)

### 摘 要

本文对两种具有严格基态解的格点哈密顿量, 采用变分法计算了 2+1 维 SU(2) 规范模型的弦张力.

由于 roughening 相变导致弦的非定域化, 给弦张力的计算带来很大的困难, 至今仍未有深入标度区的弦张力的结果(包括 3+1 维和 2+1 维规范模型). 在  $1/g^2 \sim 1.5$  附近对 2+1 维 SU(2) 群进行 Monte Carlo 模拟得到弦张力  $\sigma a^2 = 0.2g^4$ <sup>[1]</sup>; 累积展开给出  $\sigma a^2 = (0.14 \pm 1)g^4$ <sup>[2]</sup>. 本文将采用文献[3]提出的具有严格基态解的格点哈密顿量, 对 2+1 维 SU(2) 规范群进行变分计算.

两个距离为  $aL$  的重夸克可由算符

$$Q(\Gamma) = \psi^+(0) \prod_{\Gamma} U\psi(L) \quad (1)$$

产生.  $U$  为连接两夸克的路径  $\Gamma$  上的规范链. 对  $Q$  的唯一限制是规范不变. 波函数为

$$|q\bar{q}\rangle = \sum_{\Gamma} C_{\Gamma} Q(\Gamma) |Q\rangle \quad (2)$$

其中  $|Q\rangle$  为规范场基态. 此系统的夸克势为

$$\begin{aligned} V(L) &= \langle q\bar{q} | H | q\bar{q} \rangle / \langle q\bar{q} | q\bar{q} \rangle \\ &= \frac{\sum C_{\Gamma}^* C_{\Gamma} \langle Q | Q_{\Gamma}^{\dagger} H Q_{\Gamma} | Q \rangle}{\sum C_{\Gamma}^* C_{\Gamma} \langle Q | Q_{\Gamma}^{\dagger} Q_{\Gamma} | Q \rangle} \end{aligned} \quad (3)$$

若选取有限种路径, 上式将给出夸克势的上限. 弦张力定义为

$$\sigma = \lim_{aL \rightarrow \infty} V(L) / aL \quad (4)$$

可证, 哈密顿量

$$H = \frac{g^2}{2a} (e^{R^{\dagger}} E_1^{\dagger} e^{-R}) + (e^{R} E_1^{\dagger} e^{-R}) \quad (5)$$

$$R^{\dagger} = R$$

具有严格基态解<sup>[3]</sup>:

$$|Q\rangle = e^R |0\rangle \quad (6)$$

其中  $|0\rangle$  定义为  $E_i^{\dagger} |0\rangle = 0$ . 把(5)式代入(3)式得

\* 此项研究得到中山大学高等学术中心基金会和国家教委科学基金会资助.  
本文 1988 年 9 月 5 日收到.

对  
其  
R;  
可  
确  
型

了

经

$$V(L) = -\frac{g^2 \sum C_m^* C_n \langle Q | [E_i^+, Q_m^+] [E_i^-, Q_n^-] | Q \rangle}{2a \sum C_m^* C_n \langle Q | Q_m^+ Q_n^- | Q \rangle}$$

$$\equiv \frac{g^2 \sum C_m^* C_n W_{mn}}{2a \sum C_m^* C_n D_{mn}} \quad (7)$$

对  $\{C_n\}$  变分得本征方程

$$\det(W - \lambda D) = 0 \quad (8)$$

其中  $\lambda = \frac{2a}{g^2} V_{\min}(L)$ ,  $\{C_n\}$  为相应的本征矢。

本文分别计算了哈密顿量  $H_1$  和  $H_2$  的弦张力。  $H_i (i=1, 2)$  由(5)式给出, 相应的  $R_i$  是

$$R_1 = \frac{1}{2g^4 C_N} \sum_p \text{tr}(U_p + U_p^\dagger) \quad (9a)$$

$$R_2 = -\frac{N}{(N^2 + 1)g^4} \sum_p \text{tr}(U_p + U_p^\dagger) + \frac{1}{4(N^2 + 1)g^4} \sum_p [\text{tr}(U_p + U_p^\dagger)]^2 \quad (9b)$$

可证<sup>[1]</sup>,  $H_2$  在 2+1 和 3+1 维都具有正确的经典连续极限; 而  $H_1$  仅在 3+1 维具有正确的经典连续极限, 在 2+1 维没有(这时可以将它看成一个具有非平庸自相互作用的模型)。本文选取的变分态为

$$Q_{im}^a: \sum_{i=0}^{L-m} \frac{l}{i} \begin{array}{|c|} \hline m \\ \hline L \\ \hline \end{array} \quad (10a)$$

$$l = 0, 1, 2, \dots; m = 0, 1, 2, \dots, L$$

$$Q_{in}^b: \frac{1}{2} \left( \begin{array}{|c|} \hline n \\ \hline L \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline l \\ \hline \end{array} + \text{左} \leftrightarrow \text{右} \right) \quad (10b)$$

$$l = 1, 2, \dots; n = 1, 2, \dots, \left[ \frac{L}{2} \right]$$

弱耦合展开给出  $a^2\sigma/g^4 \sim$  常数。当  $L$  足够大时,  $x \equiv \lambda/2Lg^2 = a^2\sigma/g^4$ 。我们绘出了  $L=13$ ,  $l \leq 7$  的  $x$  与  $1/g^2$  的关系曲线(见图 1 和图 2), 从图中可见变分态增加(即

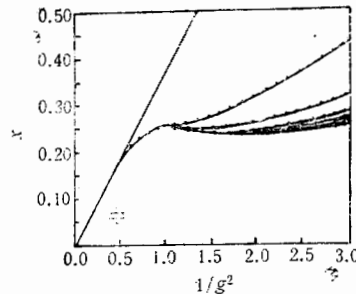
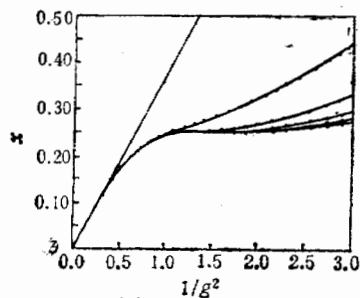


图 1 哈密顿量为  $H_1$ , 弦长  $L=13$  时,  $x \equiv \lambda/2Lg^2$  与  $1/g^2$  的关系曲线。每条曲线的变分波函数

图 2 哈密顿量为  $H_2$ , 弦长  $L=13$  时,  $x \equiv \lambda/2Lg^2$  与  $1/g^2$  的关系曲线。有关说明见图 1。

$$|l\rangle = \left\{ \sum_{j=0}^l \left[ \sum_{m=0}^L C_{jm}^a Q_{jm}^a + \sum_{n=1}^{\lfloor L/2 \rfloor} C_{jn}^b Q_{jn}^b \right] \right\} |Q\rangle.$$

与  $l=0, 1, 2, \dots, 7$  相应的曲线自上往下排列。

$l$  增加)时,曲线趋于弱耦合展开所预言的标度行为——水平直线。当  $1/g^2$  增大时,变分态的个数也需要大量增加。

设胶球质量为  $m$ , 则比值  $m/\sqrt{\sigma}$  为无量纲量,它在标度区的数值可直接与连续理论的结果比较。[4]得到  $O^{++}$  的质量  $a \cdot m = 2.28g^2$  (对  $H_1$  和  $H_2$ ), 结合本文的结果得到  $m/\sqrt{\sigma}$  的部分数值见表 1。

表 1 胶球  $O^{++}$  的质量  $m$  与  $\sqrt{\sigma}$  之比 ( $L = 13, l = 7$ ), 其中胶球质量  $am = 2.28g^2$  引自文献[4]

$1/g^2$	$H_1$		$H_2$	
	$a^2\sigma g^{-4}$	$m/\sqrt{\sigma}$	$a^2\sigma g^{-4}$	$m/\sqrt{\sigma}$
1.0	0.24276	4.627	0.25440	4.520
1.2	0.24837	4.575	0.24932	4.566
1.4	0.24958	4.564	0.24256	4.629
1.6	0.24956	4.564	0.23824	4.671
1.8	0.24978	4.562	0.23631	4.690
2.0	0.25085	4.552	0.23643	4.689
2.2	0.25297	4.533	0.23827	4.671
2.4	0.25615	4.505	0.24155	4.639
1.1~1.4 <sup>[1]</sup>	对 Wilson 作用量作 Monte Carlo 模拟得 $m/\sqrt{\sigma} = 5.8 \pm 0.7$			

### 参 考 文 献

- [1] J. Ambjorn, P. Olesen, and C. Peterson, *Nucl. Phys.*, B244(1984), 262.  
 [2] C. J. Hamer, and A. C. Irving, *Z. Phys.*, C27(1985), 307.  
 [3] Guo S. H., Liu J. M., and Chen Q. Z., *Chin. Phys. Lett.*, 21(1985), 409; see also reference 4.  
 [4] 郑维宏, 刘金明, 郭硕鸿, 高能物理与核物理, 12(1988), 134.  
 [5] Farakos, K., G. Koutsoumbas, and S. Sarantakos, *Phys. Lett.*, B189(1987), 173.

## THE STRING TENSION OF 2+1 DIMENSIONAL $SU(2)$ GAUGE THEORIES

LI ZHIBING ZHENG WEIHONG GUO SHUOHONG

(Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou)

### ABSTRACT

We present a variational calculation of string tension in 2+1 dimensional  $SU(2)$  lattice gauge theory using two kinds of Hamiltonian in which the exact ground states are known.