

# 质子-中子相互作用玻色子模型的 计算程序 NPBOS 的群链检验

尤桂鲁

(清华大学现代应用物理系, 北京)

孙洪洲

(清华大学现代应用物理系, 北京)

(中国科学院理论物理研究所, 北京)

## 摘 要

应用质子玻色子和中子玻色子耦合的观点讨论了质子-中子相互作用玻色子模型 (IBM2) 的各种对称群链。IBM2 的动力学对称群链分四类, 其中某些对称群链是新发现的。应用群链检验方法, 对广泛使用的 IBM2 计算程序 NPBOS 进行了检验, 结果表明, 除  $O(6)$  极限外, NPBOS 程序的结果是正确的。我们改正了 NPBOS 中的错误, 并用改正后的 NPBOS 计算了  $^{150}\text{Sm}$ ,  $^{152}\text{Sm}$  核的能谱和  $\beta_2$  跃迁, 得到了与实验符合良好的结果。

相互作用玻色子模型<sup>[1-6]</sup> (IBM) 比较成功地描写了轻核、中重核的能谱、电磁跃迁等集体运动性质。最近质子-中子相互作用玻色子模型 (IBM2) 很受人们的重视。IBM2 有两个特点, 第一, 在 IBM2 中, 质子对和中子对被近似成玻色子, 组态空间大大减少, 因而 IBM2 可以处理壳模型无法处理的原子核。第二, IBM2 具有动力学对称性, 可以应用群论方法解析地求解诸如能谱, 电磁跃迁等问题。在本文中, 我们将讨论两个问题: (1) IBM2 的各种可能的对称性。 (2) 利用群链方法对 NPBOS 程序的检验及应用 NPBOS 对某些原子核的计算。

## 二

动力学对称性是核物理学中一个很重要的概念。在 IBM 中,  $O(6)$  极限的实验发现对 IBM 的发展起了很大的推动作用。如果一个体系的哈密顿量可以写成一个群链中

1) 本题目由中国青年基金部分支助。  
本文 1988 年 4 月 28 日收到。

的各个子群的 Casimir 算子的线性迭加, 那么就说明这个体系具有该群链的动力学对称性. 很多作者对 IBM2 的动力学对称性进行了讨论<sup>[7-10]</sup>. 我们首先讨论  $U(6)$  的子群的相关因子问题.

$SU(3)$  的生成元有一个相因子任意性

$$Q_{\mu} = (s^{\dagger}d + d^{\dagger}s)_{\mu}^2 \pm \sqrt{\frac{7}{4}} (d^{\dagger}d)_{\mu}^2, \quad (2.1)$$

$$L_q = \sqrt{10} (d^{\dagger}d)_q^2, \quad (2.2)$$

我们称  $Q_{\mu} = (s^{\dagger}d + d^{\dagger}s)_{\mu}^2 - \sqrt{\frac{7}{4}} (d^{\dagger}d)_{\mu}^2$  和  $L_q$  一起生成的群为  $SU(3)$ , 称

$$Q_{\mu} = (s^{\dagger}d + d^{\dagger}s)_{\mu}^2 + \sqrt{\frac{7}{4}} (d^{\dagger}d)_{\mu}^2$$

和  $L_q$  一起生成的群为  $\overline{SU}(3)$ . 这两个群的表示是互相共轭的, 其中的一个取  $(\lambda\mu)$ , 另外一个就取  $(\mu\lambda)$ . 在 IBM2 中, 质子玻色子和中子玻色子取不同的  $Q_{\mu}$ , 就会产生  $SU^*(3)$  极限.

$O(6)$  群的生成元也有这样的性质, 它的生成元是

$$O_{\mu}^2 = (s^{\dagger}d \pm d^{\dagger}s)_{\mu}^2 \quad (2.3)$$

$$O_q^k = (d^{\dagger}d)_q^k, \quad k = 1, 3 \quad (2.4)$$

我们称  $O_{\mu}^2 = (s^{\dagger}d + d^{\dagger}s)_{\mu}^2$ ,  $O_q^k$ ,  $k = 1, 3$  一起产生的群为  $O(6)$ , 而称  $O_{\mu}^2 = (s^{\dagger}d - d^{\dagger}s)_{\mu}^2$ ,  $O_q^k$ ,  $k = 1, 3$  一起生成的群为  $\overline{O}(6)$ . 在 IBM2 中, 我们不能将质子玻色子取  $O(6)$ , 中子玻色子取  $\overline{O}(6)$  来生成  $O^*(6)$ . 因为这样的话, 所得到的哈密顿量不满足时间反演不变性.

所以当考虑了相因子的性质之后,  $U(6)$  群有五个群链, 它们是

$$U(6) \supset \begin{cases} U(5) \supset O(5) \supset O(3) \\ O(6) \supset O(5) \supset O(3) \\ \overline{O}(6) \supset O(5) \supset O(3) \\ SU(3) \supset O(3) \\ \overline{SU}(3) \supset O(3) \end{cases} \quad (2.5)$$

下面, 我们在这个基础上考虑质子玻色子和中子玻色子的耦合就可以得到 IBM2 的各种可能的动力学对称性.

根据质子玻色子和中子玻色子耦合生成的群的水平来划分, IBM2 的动力学对称性有四类, 它们是

(1) 在  $U(6)$  水平上的耦合

$$U_{\pi}(6) \times U_{\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(6) \supset \begin{cases} U_{\pi\nu}(5) \\ O_{\pi\nu}(6) \\ \overline{O}_{\pi\nu}(6) \\ SU_{\pi\nu}(3) \\ \overline{SU}_{\pi\nu}(3) \end{cases} \quad (2.6)$$

这种动力学对称性的结构,从  $U_{\pi\nu}(6)$  之后同 IBM1 完全一样.  $U_{\pi\nu}(6)$  的完全对称表示  $[N_\pi + N_\nu]$  就是 IBM1. 因此 IBM1 是 IBM2 的低能近似.

(2) 在  $U(5)$ 、 $O(6)$ 、 $\bar{O}(6)$ 、 $SU(3)$ 、 $\overline{SU}(3)$  群水平上耦合的群链

$$U_\pi(6) \times U_\nu(6) \supset \begin{cases} U_\pi(5) \times U_\nu(5) \supset U_{\pi\nu}(5) \\ O_\pi(6) \times O_\nu(6) \supset O_{\pi\nu}(6) \\ \bar{O}_\pi(6) \times \bar{O}_\nu(6) \supset \bar{O}_{\pi\nu}(6) \\ SU_\pi(3) \times SU_\nu(3) \supset SU_{\pi\nu}(3) \\ \overline{SU}_\pi(3) \times \overline{SU}_\nu(3) \supset \overline{SU}_{\pi\nu}(3) \\ SU_\pi(3) \times \overline{SU}_\nu(3) \supset SU_{\pi\nu}^*(3) \\ \overline{SU}_\pi(3) \times SU_\nu(3) \supset \overline{SU}_{\pi\nu}^*(3) \end{cases} \quad (2.7)$$

这些对称性群链是同 IBM1 不同的.  $SU^*(3)$  极限反映了三轴不对称性.

(3) 在  $O(5)$  群水平上的耦合,即

$$U_\pi(6) \times U_\nu(6) \supset U_\pi(5) \times U_\nu(5) \supset O_\pi(5) \times O_\nu(5) \supset O_{\pi\nu}(5), \quad (2.8)$$

$$U_\pi(6) \times U_\nu(6) \supset O_\pi(6) \times O_\nu(6) \supset O_\pi(5) \times O_\nu(5) \supset O_{\pi\nu}(5), \quad (2.9)$$

这种动力学对称性以前没有人提出,它们可能在实验上会有所反映.

(4) 在  $O(3)$  水平上耦合的群链,如

$$U_\pi(6) \times U_\nu(6) \supset U_\pi(5) \times U_\nu(5) \supset O_\pi(5) \times O_\nu(5) \supset O_\pi(3) \times O_\nu(3) \supset O_{\pi\nu}(3), \quad (2.10)$$

这种群链就是角动量耦合.

至此,我们找到了 IBM2 的所有可能的动力学对称性.

### 三

NPPOS<sup>[11]</sup> 是广泛使用的 IBM2 的计算程序,然而其正确性一直没有得到检验. 我们应用群链方法对 NPPOS 程序进行了检验. 张玫等人利用群链方法对 IBM1 的 PHINT<sup>[12]</sup> 和 IBFM 的 ODDA<sup>[13]</sup> 程序进行了检验. 群链方法的基础就是极限情况下的性质. 例如,在哈密顿量取成

$$H = a_0 C_{20}^{\pi\nu} + a_1 C_{10}^{\pi\nu} + a_2 C_{20}^{\pi\nu} + a_3 C_{20}^{\pi\nu} + a_4 C_{20}^{\pi\nu}, \quad (3.1)$$

时,如果 NPPOS 正确,它应给出和解析公式一样的能谱,更重要的是,当(3.1)中的系数  $a_0, \dots, a_4$  等变化时,能谱虽然有很大的变化,但是波函数却不变化.

我们检验的结果是

(1) NPPOS 不能处理简并态问题,它只能给出所有简并态中的一个. 这可能是由于 NPPOS 采用了 Lanczos 方法所致.

(2) 除了不能处理简并态外, NPPOS 通过了  $U(5)$ 、 $SU(3)$ 、 $\overline{SU}(3)$  和  $SU^*(3)$  极限的检验.

(3) NPPOS 不能给出  $O(6)$ 、 $\bar{O}(6)$  极限的能谱,因而没有能通过这两个极限的检验.

我们改正了 NPPOS 中的错误,修改后的程序我们记为 CNPPOS,通过了各个群链的检验.

在表1中,我们给出了  $H = C_{106}$ ,  $N_x = 6$  时,解析公式、NPBOS 和 CNPBOS 计算的能谱.

表1  $O(6)$  极限下,解析公式, NPBOS 和 CNPBOS 计算的能谱

量子数	$\sigma=0$ $\tau=0$	$\sigma=2$ $\tau=0$	$\sigma=2$ $\tau=1$	$\sigma=2$ $\tau=2$	$\sigma=2$ $\tau=2$	$\sigma=4$ $\tau=0$	$\sigma=4$ $\tau=3$	$\sigma=4$ $\tau=1$	$\sigma=4$ $\tau=2$	$\sigma=4$ $\tau=4$	$\sigma=4$ $\tau=2$	$\sigma=4$ $\tau=3$	$\sigma=4$ $\tau=4$
$L^*$	0+	0+	2+	2+	4+	0+	0+	2+	2+	2+	4+	4+	4+
解析公式	0.0	1.2	1.2	1.2	1.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2
NPBOS	0.0	0.911	1.039	1.452	1.452	2.8	3.242	2.894	3.040	3.528	3.040	3.242	3.528
CNPBOS	0.0	1.2	1.2	1.2	3.2	3.2			3.2				

由于这个错误,以前的 NPBOS 计算要看所用的哈密顿量是否含有  $Q_x \cdot Q_x$  或  $Q_v \cdot Q_v$  相互作用来决定是否需要修改. 如果含有  $Q_x \cdot Q_x$  或  $Q_v \cdot Q_v$  项,则需要对程序的参数进行修正.

利用 CNPBOS 程序,我们计算了  $^{150}\text{Sm}$  和  $^{152}\text{Sm}$  的能谱和跃迁. 在图1和图2中给出了  $^{150}\text{Sm}$  和  $^{152}\text{Sm}$  的能谱. E2 跃迁的结果分别在表2和表3中给出.

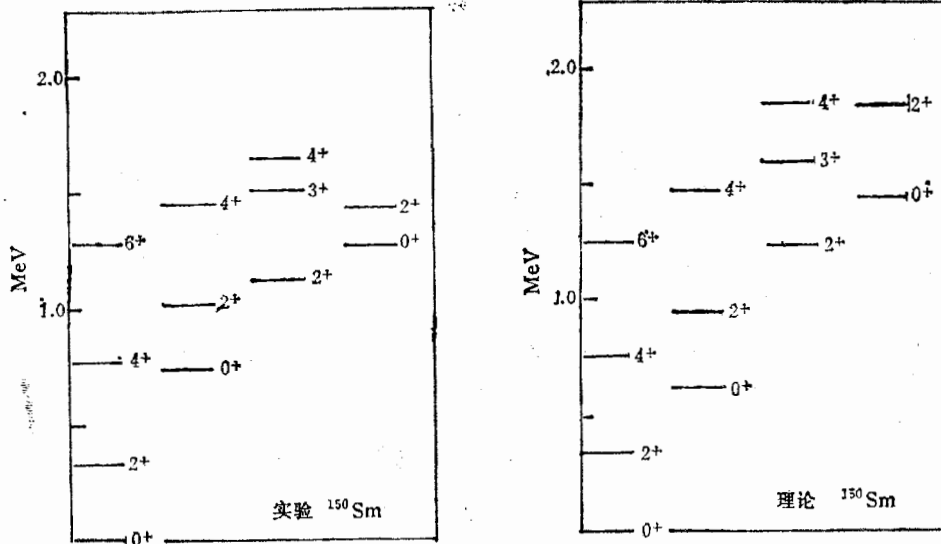


图1  $^{150}\text{Sm}$  的能谱实验数据取之文献[14]

我们所取的哈密顿量为

$$H = \varepsilon \hat{h}_d + K(Q_x + Q_v) \cdot (Q_x + Q_v) + K'(L_x + L_v) \cdot (L_x + L_v) + aM. \quad (3.2)$$

这个哈密顿量有以下特点: (1) 当  $x_x = x_v$  时,  $F$  旋守恒, 这时低激发态能谱同 IBM1 完全一样. (2) 当  $x_x \neq x_v$  时, 会引起  $F$  旋的破坏, 这时的能谱同 IBM1 不一样, 通过适当调节  $x_x$ ,  $x_v$  的值, 可以改善 IBM1 的结果.

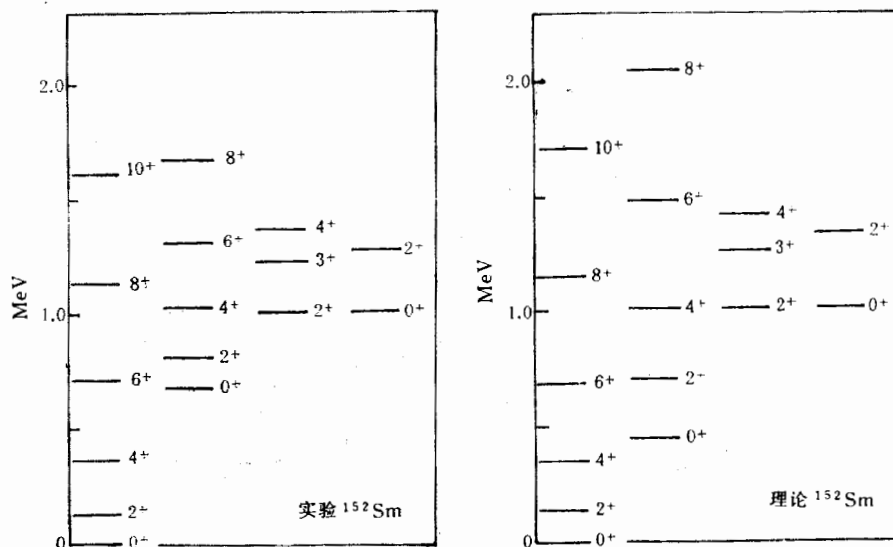


图 2  $^{152}\text{Sm}$  的能谱 实验数据取之文献[15]

表 2  $^{150}\text{Sm}$  的  $BE_2$  的理论值与实验值<sup>[14]</sup>的比较

$J_i \rightarrow J_f$	$0_1^+ \rightarrow 2_1^+$	$0_1^+ \rightarrow 2_2^+$	$0_1^+ \rightarrow 2_3^+$	$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$	$0_2^+ \rightarrow 2_2^+$	$0_2^+ \rightarrow 2_3^+$	$2_1^+ \rightarrow 4_1^+$	$2_2^+ \rightarrow 4_1^+$	$2_3^+ \rightarrow 4_1^+$
理论	1.32	0.0331	0.0211	0.5784	1.1573	0.2244	0.9347	0.1454	0.0526
实验	1.32	0.019	0.047	0.2556	2.604	0.45	0.96	0.5204	0.043

理论  $Q_{2_1^+} = -1.1221$ , 实验  $Q_{2_1^+}^{[14]} = -1.31, -1.25$ .

我们所取的参数在表 4 中给出。同过去的计算<sup>[16-18]</sup>相比较,我们在同实验数据进行比较时,取了更多的能级。如文献[17]中, $^{150}\text{Sm}$  的能谱, $0^+$  仅取 2 个, $2^+$  态仅取 3 个同实验比较。如果进一步取  $0_3^+$  及  $2_4^+$  态进行比较,实验上给出,  $E_{0_3^+} = 1.256\text{MeV}$ ,  $E_{2_4^+} = 1.42\text{MeV}$ , 而文献[17]中却给出了  $E_{0_3^+} = 1.934\text{MeV}$ ,  $E_{2_4^+} = 2.354\text{MeV}$ . 特别指出的是,文献[17]中所用  $K$  参数与实际所用的数值之间相差一倍。从我们所取的参数可以看出,我们的计算是 IBM1 的结果。如果用没有修改的 NPBOB 进行重复,则得不到和我们一致的结果。在文献[18]中,利用 NPBOB 程序的计算中没有  $Q_\pi \cdot Q_\pi$  和  $Q_\nu \cdot Q_\nu$  相互作用

表 3  $^{152}\text{Sm}$  的  $BE_2$  的理论值与实验值<sup>[13]</sup>的比较

$J_i \rightarrow J_f$	$0_1^+ \rightarrow 2_1^+$	$0_1^+ \rightarrow 2_2^+$	$0_1^+ \rightarrow 2_3^+$	$2_1^+ \rightarrow 0_2^+$	$2_1^+ \rightarrow 2_2^+$	$2_1^+ \rightarrow 2_3^+$	$2_1^+ \rightarrow 4_1^+$	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	$2_2^+ \rightarrow 4_3^+$	$2_3^+ \rightarrow 4_2^+$	$2_3^+ \rightarrow 4_3^+$	$4_1^+ \rightarrow 6_1^+$
理论	3.403	0.009	0.047	0.043	0.027	0.013	1.814	0.002	0.0053	0.020	0.011	1.61
实验	3.426	0.023	0.088	0.18	0.029	0.040	1.06	0.005	0.0035	0.037	0.004	1.15

理论  $Q_{2_1^+} = -1.70$ , 实验<sup>[13]</sup>  $Q_{2_1^+} = -1.70$ .

表4 计算能谱和 E2 跃迁所用的参数

	$^{150}\text{Sm}$	$^{152}\text{Sm}$
能 谱	$\varepsilon = 0.64\text{MeV}$ $K = -0.013\text{MeV}$ $K' = 0.0035\text{MeV}$ $x_\pi = x_\nu = -1.81$	$\varepsilon = 0.485\text{MeV}$ $K = -0.013\text{MeV}$ $K' = 0.004\text{MeV}$ $x_\pi = x_\nu = -1.79$
跃 迁	$x_\pi = -1.320, x_\nu = -1.323$ $e_\pi = e_\nu = 0.13\text{eb}$	$x_\pi = x_\nu = -1.323$ $e_\pi = e_\nu = 0.139\text{eb}$

跃迁算符的形式为  $T(E2) = e_\pi[(s_\pi^\dagger \hat{d}_\pi + d_\pi^\dagger s_\pi) + x_\pi(d_\pi^\dagger \hat{d}_\pi)^2] + e_\nu[(s_\nu^\dagger \hat{d}_\nu + d_\nu^\dagger s_\nu) + x_\nu(d_\nu^\dagger \hat{d}_\nu)^2]$ .

用,因而 CNPBOS 和 NPBOS 的计算结果是一样的。

#### 四

应用质子玻色子和中子玻色子耦合的观点讨论了 IBM2 的各种可能的对称性。利用群链方法,检验了 NPBOS 程序。我们改正了 NPBOS 中的错误。一般地讲, NPBOS 计算程序的计算正确的,只有包含  $Q_\pi \cdot Q_\pi$  或  $Q_\nu \cdot Q_\nu$  相互作用的计算需要进行修正。利用修改后的 NPBOS 程序,我们计算了  $^{150}\text{Sm}$ 、 $^{152}\text{Sm}$  的能谱及 E2 跃迁,得到了同实验符合得较好的结果,特别是 E2 跃迁有所改善。

群链检验方法虽然很简单,但却很有效,能够检查出其他方法不容易查出的错误。对于具有对称性的模型的计算程序,群链方法是一种很好的检验方法。

我们感谢韩其智教授、张玫副教授的许多有益的讨论。感谢 T. Otsuka 博士为我们提供了 NPBOS 程序。T. Otsuka 博士自己也独立地改正了 NPBOS 中的错误。

#### 参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 1069.
- [2] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, (N. Y.), **99**(1976), 253.
- [3] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, (N. Y.), **111**(1978), 201.
- [4] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, (N. Y.), **123**(1979), 468.
- [5] Q. Z. Han, H. Z. Sun and G. H. Li, *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 786.
- [6] J. A. Cizewski and R. F. Casten, *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 167.
- [7] 陈学俊、张玫、孙洪洲、韩其智,中国科学, A 辑, 1982, 7, 615.
- [8] 张玫、陈学俊、孙洪洲、韩其智,中国科学, A 辑, 1982, 8, 713.
- [9] 孙洪洲、韩其智、陈学俊、张玫,中国科学, A 辑, 1982, 9, 818.
- [10] A. E. L. Dieperink and I. Talmi, *Phys. Lett.*, **131B**(1983), 1.
- [11] T. Otsuka, computer code NPBOS, version of 1985.
- [12] O. Scholten, computer code PHINT.
- [13] O. Scholten, computer code ODDA.
- [14] Nucl. Data Sheet, **48**(1986), 396.
- [15] Nucl. Data Sheet, **30**(1980), 1.
- [16] O. Castaños and A. Frank and P. Federman, *Phys. Lett.*, **88B**(1979), 203.
- [17] O. Scholten, Ph. D. thesis, 1980, page 25.
- [18] O. Scholten, Ph. D. thesis, 1980, page 73.

## GROUP CHAIN CHECK ON THE PROTON-NEUTRON INTERACTING BOSON MODEL COMPUTER CODE NPBOS

LONG GUILU

*(Department of Physics, Tsinghua University, Beijing)*

SUN HONGZHOU

*(Department of Physics, Tsinghua University, Beijing)*  
*(Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica, Beijing)*

### ABSTRACT

In view of the proton boson and neutron boson coupling, all possible dynamical symmetries in the proton-neutron interacting boson model are discussed. The symmetries are found to be in four types, of which some are newly discovered. The commonly used IBM2 computer code NPBOS is checked through group chain method. It is found that most NPBOS calculations are correct, except in cases where  $Q_{\pi} \cdot Q_{\pi}$  and  $Q_{\nu} \cdot Q_{\nu}$  is included in the Hamiltonian. Using NPBOS,  $^{150}\text{Sm}$  and  $^{152}\text{Sm}$  are studied.