

## 具有 Gogny 有效势核物质的相变\*

郑国桐

(杭州师范学院物理系)

宋宏秋

(上海原子核研究所)

苏汝铿

(复旦大学物理系, 上海)

### 摘 要

本文运用有限温度实时格林函数方法,在正常配对和反常配对切断近似下,推导了具有 Gogny D1 有效势核物质的状态方程和能隙方程. 得出液汽相变临界温度和超导相变的临界温度分别是14.8MeV 和0.2MeV. 能隙只取决于 Gogny 势中有限力程部分.

### 一、引 言

最近,对热核物质的状态方程(EOS)和能隙方程的研究,成了原子核物理中一个有意义的课题. 部分原因是由于中能重离子碰撞实验表明核物质有可能发生液汽相变<sup>[1,2]</sup>. 另一原因是它在理论上也有重要意义:人们希望从第一性原理出发推导核物质的状态方程和能隙方程,讨论相变和其它临界现象. 许多作者<sup>[3-20]</sup>用不同的方法和不同的核子-核子相互作用有效势,在这个方向上做了许多微观的研究.

在我们以前的文章中<sup>[15-20]</sup>,用有限温度实时格林函数方法,在正常配对与反常配对近似下讨论了具有 Skyrme 势核物质的热力学量、液汽相变和超导相变. 众所周知, Skyrme 有效势有着与密度有关的项,因之它能重新产生由实验得到的核物质与元素周期表上大多数有限核的大量核数据. 在讨论液汽相变中, Skyrme 势也可以给出合理的临界温度(15—20MeV). 尽管 Skyrme 势取得了很大的成功,但是人们对它还是有争论的,主要是它的零力程力的特点不能模拟单玻色子交换势中中程或中程力部分. 为了克服这一困难, Gogny 等人提出了一个有效势. 在这个势中, Skyrme 势中的  $t_0, t_1$  和  $t_2$  部分被一个含有各种自旋、同位旋交换力的和取代(参考(1)式). Gogny 势在解释核物质与有限核的各种性质上也取得了成功.

本文的主要目的是研究具有有限力程力形式的 Gogny 势在讨论有限温度下的核物质性质中所起的作用. 特别是,我们将讨论具有 Gogny 有效势核物质的液汽相变与超导相变并把所得结果与用具有零力程力形式的 Skyrme 势得到的作一比较.

在本文中,使用正常配对切断近似与反常配对切断近似下的有限温度实时格林函数方法. 我们发现,除了核子的有效质量  $m^*$  之外,具有 Gogny 势核物质与密度有关的等温线和临界温度,与用 Skyrme 势 SKM\* 参数的相应结果很相似. 在推导状态方程中,对积分用高温展开,最后得到的解析式便于数值计算. 这个问题,在第2节中讨论. 在第

本文1990年1月3日收到.

\* 国家自然科学基金及国家教委博士点基金资助课题.

3节中,讨论超导相变,给出一组有限温度的能隙方程组.发现能隙仅取决于 Gogny D1 (D1 是势的编号)有效势中的有限方程部分. Gogny D1 势中的零力方程部分对能隙的贡献为零,而且能隙与核物质的密度有关,这一点与文献[15, 19]中的结果(用 Skyrme 势)相似.

## 二、液汽相变

具有有限力程的 Gogny D1 相互作用势<sup>[21,22]</sup>是

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{i=1,2} (W_i + B_i P_\sigma - H_i P_\tau - M_i P_\sigma P_\tau) \exp(-r^2/\mu_i^2) + t_0(1 + x_0 P_\sigma) \rho^\alpha \delta(\mathbf{r}) + iW_{LS}(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \nabla \delta(\mathbf{r}) \nabla, \quad (1)$$

其中,  $\rho$  是在  $(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  取值的平均核子密度,  $P_\sigma$  和  $P_\tau$  是通常的自旋和同位旋交换算符. 从(1)式中容易看到, Gogny D1 有效势的中心力分为两部分,一部分是零力程力,它用  $\delta$  函数表示,并依赖于密度  $\rho$ . 另一部分由两个高斯函数组成,并具有两种即较长的(1.2fm)和较短的(0.7fm)力程. 后者是与密度  $\rho$  无关的. 为方便起见,我们把 Gogny D1 相互作用势的参数列在表1中.

表1 Gogny D1 有效势的参数

$i$	$\mu_i(\text{fm})$	$W_i$	$B_i$	$H_i$	$M_i(\text{MeV})$
1	0.7	-402.4	-100	-496.2	-23.56
2	1.2	-21.3	-11.77	37.27	-68.81
$t_0 = 1350 (\text{MeV} \cdot \text{fm}^4)$		$\alpha = \frac{1}{3}$	$W_{LS} = 115 (\text{MeV} \cdot \text{fm}^2)$		$X_0 = 1.0$

用与文献[15—20]相同的方法,可得出 Gogny D1 势的元激发谱为

$$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu + \frac{g-1}{g} t_0 \rho^{\alpha+1} + \frac{\rho}{4} \sum_{i=1,2} \tilde{V}_{i(0)} (4W_i + 2B_i - 2H_i - M_i) - \sum_{i=1,2} \frac{\tilde{V}_{i(0)}}{\mu_i^2} (W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \cdot \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk' \frac{k'}{k} [\exp[-\mu_i^2(k-k')^2/4] - \exp[-\mu_i^2(k+k')^2/4]] n_{k'}, \quad (2)$$

其中  $\tilde{V}_{i(0)} = (\sqrt{\pi} \mu_i)^3$ ,  $g = (2s+1)(2\tau+1) = 4$ , 是自旋、同位旋简并度. 展开(2)式中的指数函数到  $k^4$  阶,得  $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} - \mu + \varepsilon_0$ , (3)

$$\text{其中 } m^* = m \left[ 1 + \frac{m}{2\hbar^2} \sum_{i=1,2} \mu_i^2 \tilde{V}_{i(0)} (W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \cdot \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk' \left( 1 - \frac{5}{12} \mu_i^2 k'^2 \right) k'^2 n_{k'} \right]^{-1}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 = & \frac{g-1}{g} t_0 \rho^{\alpha+1} + \frac{3\rho}{4} \sum_{i=1,2} \tilde{V}_{i(0)}(W_i + M_i) \\ & + \frac{1}{4} \sum_{i=1,2} \mu_i^2 \tilde{V}_{i(0)}(W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \times \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk' \left(1 - \frac{1}{8} \mu_i^2 k'^2\right) k'^4 n_{k'}. \end{aligned} \quad (5)$$

很明显,有效质量  $m^*$  通过费米-狄喇克函数依赖于温度  $T$ . 这一结果与文献[11]中的结果一致. 现在计算每粒子的内能  $\tilde{U}$ ,可以证明:

$$\tilde{U} \equiv \frac{U}{N} = C_0(\rho) + I(\rho, T), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{其中} \quad C_0(\rho) = & \frac{3}{8} t_0 \rho^{\alpha+1} + \frac{3}{8} \rho \sum_{i=1,2} \tilde{V}_{i(0)}(W_i + M_i), \\ I(\rho, T) = & \frac{2\hbar^2}{m\rho} \cdot \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \cdot k^4 n_k + \frac{1}{4} \sum_{i=1,2} \mu_i^2 \tilde{V}_{i(0)} \\ & \cdot (W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \cdot \left[ \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \left(1 - \frac{1}{8} \mu_i^2 k^2\right) k^4 n_k \right. \\ & \left. - \frac{5\mu_i^2}{6\rho} \left( \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \cdot k^4 n_k \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

借助于逸度  $\tilde{Z} = \exp(\beta(\mu - \varepsilon_0))$ , 方程(3)–(7)可以写成以下形式:

$$\begin{aligned} m^* = & m \left[ 1 + \frac{1}{8} \frac{m}{\hbar^2} \sum_{i=1,2} \mu_i^2 \tilde{V}_{i(0)}(W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \right. \\ & \left. \cdot \left( \rho - \frac{5m^* \mu_i^2}{\hbar^2 \beta \tilde{\lambda}^3} f_{5/2}(\tilde{Z}) \right) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 = & \frac{3}{4} t_0 \rho^{\alpha+1} + \frac{3}{4} \rho \sum_{i=1,2} \tilde{V}_{i(0)}(W_i + M_i) + \frac{3}{4} \frac{m^*}{\hbar^2 \beta \tilde{\lambda}^3} \\ & \cdot \sum_{i=1,2} \mu_i^2 \tilde{V}_{i(0)} \left[ f_{5/2}(\tilde{Z}) - \frac{5}{8} \frac{m^* \mu_i^2}{\hbar^2 \beta} f_{7/2}(\tilde{Z}) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} I(\rho, T) = & \frac{6m^*}{m\rho\beta\tilde{\lambda}^3} f_{5/2}(\tilde{Z}) + \frac{3}{4} \frac{m^*}{\hbar^2 \beta \tilde{\lambda}^3} \sum_{i=1,2} \mu_i^2 \tilde{V}_{i(0)} \\ & \cdot (W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \cdot \left\{ f_{5/2}(\tilde{Z}) - \frac{5}{8} \frac{m^* \mu_i^2}{\hbar^2 \beta} \right. \\ & \left. \cdot \left[ f_{7/2}(\tilde{Z}) + \frac{4}{9\tilde{\lambda}^3} (f_{5/2}(\tilde{Z}))^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\tilde{\lambda} = (2\pi\hbar^2/m^*k_B T)^{1/2}$ , 是热德布罗意波长, 费米积分  $f_{n/2}(\tilde{Z})$  的定义是

$$f_{n/2}(\tilde{Z}) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^{l+1} \tilde{Z}^l}{l^{n/2}}. \quad (11)$$

现在,我们推导状态方程<sup>[15]</sup>. 由自由能密度  $f_1 = (Q_0 + Q_1^{HF})/V_0 + \mu_0\rho$ , 其中  $\mu_0$  是由关系  $\rho = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty dk n_k k^2$  确定的无相互作用系统的化学势, 对于 Gogny D1 势得

$$f_1 = k_B T \rho \left( \ln \frac{\rho \tilde{\lambda}^3}{4} - 1 \right) + k_B T \sum_{n=2}^{\infty} \tilde{B}_n \rho^n / (n-1) + \frac{3}{8} t_0 \rho^{\alpha+2}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3}{8} \rho^2 \sum_{i=1,2} \tilde{V}_i(0)(W_i + M_i) + \sum_{i=1,2} \mu_i^4 \tilde{V}_i(0)(W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \\
& \cdot \frac{15(m^*)^2}{8\hbar^4 \beta^2 \hbar^4} (f_{5/2}(\tilde{Z}))^2. \quad (12)
\end{aligned}$$

相互作用系统的化学势  $\mu_i = \left(\frac{\partial f_i}{\partial \rho}\right)_T$ , 压强  $P = \mu_i \rho - f_i$ , 于是得

$$P = P_0 + P_{th}, \quad (13)$$

$$P_0 = \frac{3}{8} t_0(\alpha + 1)\rho^{\alpha+2} + \frac{3}{8} \rho^2 \sum_{i=1,2} \tilde{V}_i(0)(W_i + M_i), \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
P_{th} = k_B T & \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{\rho}{m^*} \frac{dm^*}{d\rho} \right] \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{B}_n \rho^n + \frac{15(m^*)^2}{8g^2 \beta^2 \hbar^4} \\
& \cdot \sum_{i=1,2} \mu_i^4 \tilde{V}_i(0)(W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \sum_{n'=1}^{\infty} \tilde{B}_{n'} \rho^{n'} \\
& \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[ (2n-1) - \frac{\rho}{m^*} \frac{dm^*}{d\rho} (3n-5) \right] \tilde{B}_n \rho^n. \quad (15)
\end{aligned}$$

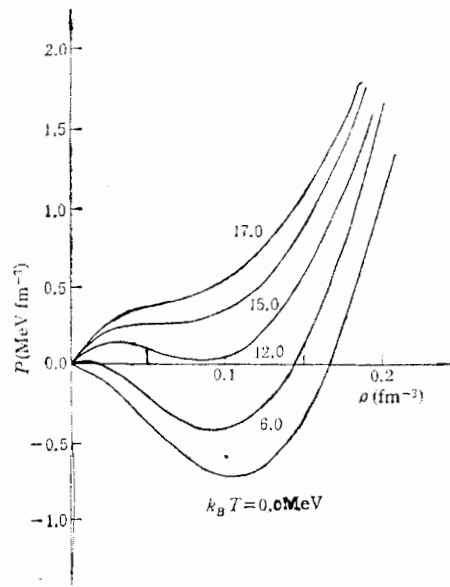


图1 核物质的  $P \sim \rho$  等温线

式中  $\tilde{B}_n$  是  $f_{5/2}(\tilde{Z})$  展开式的系数:

$$\frac{4}{\tilde{\lambda}^3} f_{5/2}(\tilde{Z}) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{B}_n \rho^n. \quad (16)$$

由此给出的  $P \sim \rho$  等温线如图1所示。临界温度  $T_c$  和临界密度  $\rho_c$  由条件  $(\partial P / \partial \rho)_T = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2}\right)_T = 0$  确定, 得  $k_B T_c = 14.8 \text{ MeV}$ ,  $\rho_c = 0.055 \text{ fm}^{-3}$ 。这个结果和文献[11]用变

分法并考虑重排势所得的结果  $k_B T_c = 15.1 \text{ MeV}$ ,  $\rho_c = 0.05 \text{ fm}^{-3}$  一致. 但在我们的工作中, 重排效应包含在化学势内<sup>[23]</sup>.

### 三、超导相变

在这一节使用反常配对切断近似讨论超导相变. 在反常配对切断近似下, 能隙方程的公式是

$$\Delta_i = \sum_j \langle ij | V(\mathbf{r}) | jj \rangle v_j; \quad (17)$$

元激发谱公式是:

$$E_i = \epsilon_i - \mu + \sum_j \langle ij | V(\mathbf{r}) | ij, -ji \rangle n_j; \quad (18)$$

其中

$$n_j \equiv \langle a_j^\dagger a_j \rangle = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{E_j}{(E_j^2 + \Delta_j^2)^{\frac{1}{2}}} \tanh \left[ \frac{1}{2} \beta (E_j^2 + \Delta_j^2)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}. \quad (19)$$

$$v_j \equiv \langle a_j a_j \rangle = - \frac{\Delta_j}{2(E_j^2 + \Delta_j^2)^{1/2}} \tanh \left[ \frac{1}{2} \beta (E_j^2 + \Delta_j^2)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (20)$$

式中  $v_j$  是巨正则系综库柏对的期待值, 主表示状态  $j$  的时间反演态. 对于 Gogny 势 (1), (17), (18) 式化为

$$\begin{aligned} \Delta_k = & -t_0 \rho^\alpha (1 - x_0) \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk' \frac{k' \Delta_{k'}}{(E_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2)^{1/2}} \tanh \left[ \frac{1}{2} \beta \right. \\ & \cdot (E_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2)^{\frac{1}{2}} \left. \right] - \sum_{i=1,2} \tilde{V}_i(0) (W_i - B_i - H_i + M_i) \frac{1}{(2\pi)^2 \mu_i^2} \\ & \cdot \int_0^\infty dk' \frac{k'}{k} [e^{-\mu_i^2(k-k')^2/4} - e^{-\mu_i^2(k+k')^2/4}] \\ & \cdot \frac{\Delta_{k'}}{(E_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2)^{\frac{1}{2}}} \tanh \left[ \frac{1}{2} \beta (E_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2)^{\frac{1}{2}} \right], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} E_k = & \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu + \frac{3}{4} t_0 \rho^{\alpha+1} + \frac{\rho}{4} \sum_{i=1,2} \tilde{V}_i(0) (4W_i + 2B_i - 2H_i \\ & - M_i) - \sum_{i=1,2} \tilde{V}_i(0) (W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \cdot \frac{1}{(2\pi)^2 \mu_i^2} \\ & \cdot \int_0^\infty dk' \frac{k'}{k} [e^{-\mu_i^2(k-k')^2/4} - e^{-\mu_i^2(k+k')^2/4}] \\ & \cdot \left\{ 1 - \frac{E_{k'}}{(E_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2)^{1/2}} \tanh \left[ \frac{1}{2} \beta (E_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

此外,

$$\rho = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty dk \cdot k^2 \left\{ 1 - \frac{E_k}{(E_k^2 + \Delta_k^2)^{1/2}} \tanh \left[ \frac{1}{2} \beta (E_k^2 + \Delta_k^2)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}. \quad (23)$$

方程组 (21) — (23) 形成了一个关于  $E_k$ ,  $\Delta_k$  和  $\mu$  的自洽方程组. 为了得到  $\Delta_k$  的解, 我

们像超导体 BCS 理论一样用弱耦合近似<sup>[15]</sup>. 假定能隙  $\Delta_k$  仅仅在费米面附近的一个很窄壳层内不为零, 即

$$\Delta_k = \begin{cases} \Delta, & k_0 - D < k < k_0 + D \\ 0, & \text{其它,} \end{cases} \quad (24)$$

其中  $k_0$  由条件  $n_{k_0} = \frac{1}{2}$  确定,  $D = 0.1 \text{ fm}^{-1}$ . 在上述近似下, 我们计算了能隙  $\Delta$ , 数值

结果见图 2 和图 3.

(1) 对  $k_F = 1.33 \text{ fm}^{-1}$  (这时核物质具有正常的密度), 能隙  $\Delta$  对温度  $k_B T$  的依赖关系显示在图 2 上. 在零温时, 能隙有最大值  $0.39 \text{ MeV}$ . 临界温度是  $0.2 \text{ MeV}$  (由条件  $\Delta = 0$  确定). 在这一临界温度下, 具有 Gogny D1 势的核物质发生了一个从超导态变成正常态的二级相变.

(2) 文献[15]指出, 对于 Skyrme 势, 由不同核子密度得到的能隙是很不相同的. 在这里我们要强调, 能隙的这种对 Gogny D1 有效势仍然成立. 图 3 给出  $k_B T = 0.01 \text{ MeV}$  时能隙  $\Delta$  随费米动量  $k_F$  的变化曲线. 从图 3 我们看到, 当  $k_F > 2.0 \text{ fm}^{-1}$  或  $k_F < 0.2 \text{ fm}^{-1}$  时, 核物质几乎无能隙, 在  $k_F = 0.85 \text{ fm}^{-1}$  时, 能隙具有最大值  $0.58 \text{ MeV}$ . 这一结果告诉我们密度  $\rho = \rho_0/4$  ( $\rho_0$  为核物质的正常密度) 的核物质很容易以超导态的形式存在.

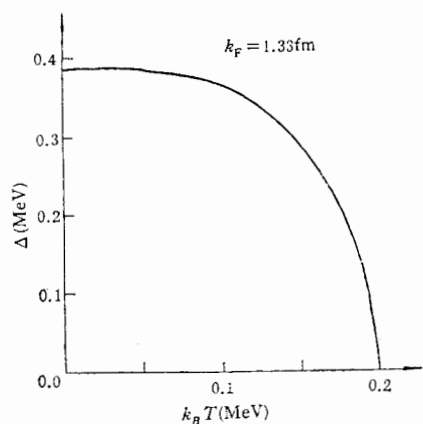


图 2 具有正常密度的核物质中能隙随温度的变化

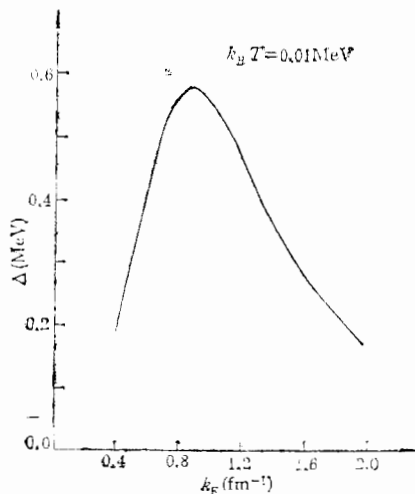


图 3 能隙随核物质密度的变化

(3) 我们发现 Gogny D1 的零力程部分对能隙没有贡献, 因为  $x_0 = 1.0$ , (21) 式的第一项为零. 核物质的能隙完全由 Gogny D1 势的有限力程部分确定, 这一点很容易理解, 从 Gogny D1 势表达式(1)式我们看到, 有限力程部分包含了各种自旋和同位旋交换力, 容易形成库柏对.

我们感谢郭子斯教授的有益讨论, 他在文献[11]正式发表前就将该文寄给我们.

## 参 考 文 献

- [1] J. Hufner, *Phys. Rep.*, **125**(1985), 129.  
 [2] L. P. Csernai and J. Kapusta, *Phys. Rep.*, **131**(1986), 223.  
 [3] G. Sauer et al., *Nucl. Phys.*, **A264**(1976), 221.  
 [4] H. Jaqaman et al., *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 2782, *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 2067.  
 [5] Nuclear Phase Transition and Heavy-ion Reactions, edited by T. T. S. Kuo, D. Strottman and S. S. Wu (World Scientific, Singapore, 1987)  
 [6] A. Lejeune et al., *Nucl. Phys.*, **A453**(1986), 189.  
 [7] J. R. Bucher et al., *Astrophys. J.*, **212**(1977), 807.  
 [8] A. L. Goodman, in Nuclear Theory-1982, edited by G. F. Bertsch (World Scientific, Singapore, 1982).  
 [9] S. D. Yang and T. T. S. Kuo, *Nucl. Phys.*, **A467**(1987), 461.  
 [10] S. D. Yang et al., *Nucl. Phys.*, **A448**(1986), 420.  
 [11] J. Hever, T. T. S. Kuo, J. P. Shen and S. S. Wu, *Phys. Lett.*, **B202**(1988), 465.  
 [12] J. M. C. Chen et al., *Nucl. Phys.*, **A451**(1986), 509.  
 [13] E. Krotscheck and J. W. Clark, *Nucl. Phys.*, **A333**(1980), 77.  
 [14] L. Amundsen et al., *Nucl. Phys.*, **A437**(1985), 487.  
 [15] R. K. Su et al., *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 1539.  
 [16] R. K. Su et al., *Mod. Phys. Lett.*, **A1**(1986), 71.  
 [17] R. K. Su and T. T. S. Kuo, *Mod. Phys. Lett.*, **A2**(1987), 71.  
 [18] R. K. Su, H. Q. Song and T. T. S. Kuo, *Phys. Rev.*, **C37**(1988), 1770.  
 [19] R. K. Su and F. M. Lin, *Phys. Rev.*, **C39**(1989), 2438.  
 [20] R. K. Su et al., *Jour. Phys.*, **A16**(1983), 2445.  
 [21] J. Decharge and D. Gogny, *Phys. Rev.*, **C21**(1980), 1568.  
 [22] D. Gogny and R. Padjen, *Nucl. Phys.*, **A293**(1977), 365.  
 [23] R. K. Su and F. M. Lin *Jour. of Phys.*, **G15**(1989), 1591.

## PHASE TRANSITION IN NUCLEAR MATTER WITH GOGNY INTERACTION

ZHENG GUOTONG

(Department of Physics, Hangzhou Teacher's College)

SONG HONGQIU

(Institute of Nuclear Research, Shanghai)

SU RUKENG

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai)

### ABSTRACT

The finite temperature real time Green's function method with normal pair cutoff and abnormal pair cutoff approximation is applied to derive the equation of state and the energy gap equation for nuclear matter with the Gogny D1 effective interaction. The critical temperature for liquid-gas phase transition and for superconducting phase transition are found to be 14.8 MeV and 0.2 MeV respectively. The energy gap is determined by the finite range part of the Gogny D1 interaction only.