

J/ψ 辐射衰变产物自旋宇称 分析的实验方法

王泰杰 阮同泽 严武光 郁宏 郑敏

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

摘 要

利用蒙特卡罗数据研究、讨论了 J/ψ 辐射衰变产物自旋宇称的测定方法。作为一个例子, 引用了 $J/\psi \rightarrow \gamma\theta(1720)$, $\theta(1720) \rightarrow K^+K^-$ 过程的计算结果, 并对该方法的适用范围进行了探讨。

一、引 言

量子色动力学预言: 胶球基态的质量在 1—3GeV, 在 J/ψ 辐射衰变中产生胶球的几率较大。另外, 在 1—3GeV 能区还有着大量 $q\bar{q}$ 态、 $q\bar{q}q\bar{q}$ 态和 $q\bar{q}q$ 态, 同时在这个能区还存在着寻找 Higgs 的可能性, 所以, 近几年来对 J/ψ 辐射衰变的研究颇受重视。由于这些态很集中, 可能互相重叠或混合, 所以给测量带来了许多困难, 例如众所周知的胶球候选态 $\tau/E^{[1,2]}$ (1440, 0^{-+}) 和 $\theta(1720, 2^{++})$ ^[2-6] 在几年前就观测到了, 但至今对它们的其它解释尚未排除; 还有 MK3 组发现的很窄的共振峰 $\xi(2230)$ ^[6,7] 是否存在等等, 这些都有待于进一步的研究和实验证实。

为了区分这些共振态并研究它们的性质、衰变产物、衰变机制以及夸克组份等, 自旋宇称的确定是十分关键的。

本文详细讨论了 $J/\psi \rightarrow \gamma X$, $X \rightarrow P_1 P_2$ (两个赝标介子: $\pi\pi, KK, \eta\eta, \eta\eta', \dots$) 的自旋宇称实验测定方法, 在此衰变过程中, X 的自旋宇称为偶⁺⁺。

二、自旋宇称分析原理及方法简介

整个衰变过程可以用等效作用原理 (GEI) 或螺旋性振幅公式 (HAF) 来描述 (见图 1), 这两种方式所得到的最终结果是等价的^[10]。

由等效作用原理出发可知^[8,9], 光子的角分布和两个赝标介子能量差的分布对于三个最低自旋宇称 $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 4^{++}$ 差别十分明显:

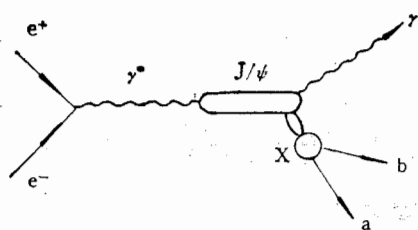


图1 J/ψ 辐射衰变示意图

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto 1 + A \cos^2 \theta_\gamma; \quad (1)$$

$$\frac{d\sigma}{dx} \propto 1 + Bx^2 + Cx^4 + Dx^6 + Ex^8, \quad (2)$$

其中 θ_γ 是实验室系中 γ 的出射方向与 e^+ 方向的夹角, 亦是 X 的产生角, 如图 2(a) 所示, x 是两个赝标介子之间的相对能量差:

$$x = (E_a - E_b) / (E_a - E_b)_{\max},$$

$$(E_a - E_b)_{\max} = \frac{M_J^2 - M_X^2}{2M_J M_X} \sqrt{M_X^2 - 4m^2},$$

其中 E_a, E_b 是两个赝标介子的能量, M_J, M_X 分别是 $J/\psi, X$ 的质量. 对于不同的 J^{PC} , A, B, C, D 等参量的取值范围不同.

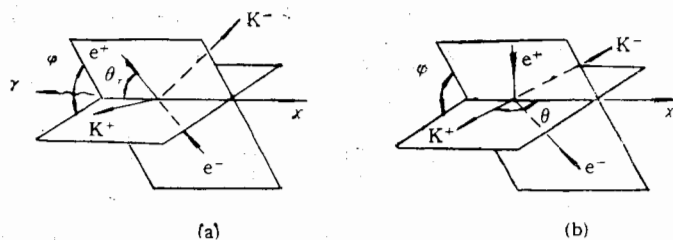
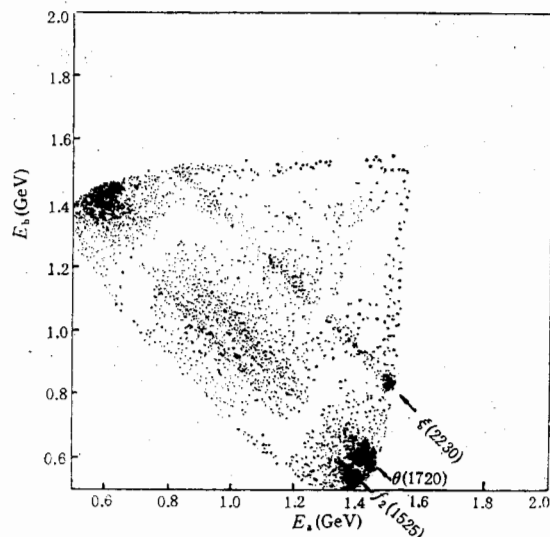


图2 J/ψ 辐射衰变运动学示意

(a) 实验室系 (b) X 的质心系

这种方法的优点是用可以由实验直接测量的 E_a, E_b 之差的分布来观察自旋宇称, 而该分布对于自旋宇称的变化相对于其它分布来讲, 是最敏感、最直观的. 图 3 是 $f_2(1525)$ 、

图3 E_a, E_b 关系图

$\theta(1720)$ $\xi(2230)$ 在 $J/\psi \rightarrow \gamma K^+ K^-$ 道中的能量分布, 它们的自旋宇称分别假设为 2^{++} , $2^{++}, 4^{++}$. 沿 $(E_a + E_b)$ 方向的分布表示了 $(a + b)$ 的共振态, 沿 $(E_a - E_b)$ 方向的分布与其他的角分布相对 $(a + b)$ 系统的自旋宇称最敏感.

由螺旋性振幅公式出发, 不同自旋宇称的 X 系统的产生、衰变最终可由一个三维关联角分布描述:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{N_J(C)} W_J(\cos\theta_r, \cos\theta, \varphi, C_1, C_2, C_3, C_4), \quad (3)$$

$$N_J(C) = \int W_J(\Omega, C) d\Omega, \quad (4)$$

其中 θ_r 含义与 GEI 的相同; θ 是 $X \rightarrow a + b$ 在 X 质心系中的衰变角, 如图 2(b) 所示; φ 是 X 的产生平面与衰变平面的夹角, 它是一个洛伦兹不变量. C_i 是相对螺旋性振幅和相角:

$$C_1 = |A_1|/|A_0|; \quad C_2 = |A_2|/|A_0|;$$

$$C_3 = \varphi_1 - \varphi_0; \quad C_4 = \varphi_2 - \varphi_0,$$

其中 $A_0 = |A_0|e^{i\varphi_0}$, $A_1 = |A_1|e^{i\varphi_1}$, $A_2 = |A_2|e^{i\varphi_2}$ 是 X 的自旋在 X 运动方向上的投影为 0, $\pm 1, \pm 2$ 时的螺旋性振幅(光子的螺旋性振幅在 X 运动方向上的投影为 ± 1). 这种方法的优点是计算起来比较方便, 因为 $W_J(\Omega, C)$ 可以分成分别与 Ω 和与 C 有关的两部分乘积之和:

$$W_J(\Omega, C) = \sum_{k=1}^6 N_k^J(\Omega) \cdot G_k(C) \quad (5)$$

在自旋宇称分析中采用了 χ^2 检验和最大似然估计两种拟合方法.

在 χ^2 检验方法中, 将整个衰变角度测量空间 Ω 分为 n 个区域, 并要求每个区域的事例数大于 5, χ^2 定义为:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{[N_i - FT_i(C)]^2}{N_i}, \quad (6)$$

$$FT_i(C) = \frac{N}{N_J(C)} \sum_{k=1}^6 [N_{ji}^k \cdot G_k(C)], \quad (7)$$

$$N_{ji}^k = \int_{\Omega_i} N_k^J(\Omega) \varepsilon(\Omega) d\Omega, \quad (8)$$

其中 N_i 是在 Ω_i 中测到的事例数, $FT_i(C)$ 是某一自旋宇称假设下在 Ω_i 中事例数的预期值, $\varepsilon(\Omega)$ 是接收度函数. 这种拟合密切依赖于将 Ω 划分为 Ω_i 的方式, 由于 $\cos\theta$ 所带的信息是最敏感的部分, 所以根据 $\cos\theta = -x$ 来划分 Ω 是最有效的. 用不同的自旋宇称假设对一组测量值进行拟合, 取使 χ^2 值最小的那一种自旋宇称假设为拟合得到的最终结果.

在最大似然估计中, 对一组 N 个 $J/\psi \rightarrow \gamma X$, $X \rightarrow P_1 P_2$ 衰变道的事例, X 自旋为 J , 参数为 C 时, N 个事例按 Ω_i 被探测到的几率为:

$$P = \prod_i P_i = \prod_i \frac{W_J(\Omega_i, C)}{\int d\Omega W_J(\Omega, C)}. \quad (9)$$

对于一个理想的探测器,最大似然函数可以写为:

$$\ln L = \ln P = \sum_{i=1}^N \ln P_i = \sum_{i=1}^N \ln \frac{W_i(\Omega_i, C)}{\int d\Omega W_i(\Omega, C)}. \quad (10)$$

对于一个真实的探测器,应考虑接收度和空间分辨的影响,例如北京谱仪的空间分辨对于自旋宇称分析来讲足够的好,所以其影响可以忽略.只考虑接受度函数 $\epsilon(\Omega)$ ($\epsilon(\Omega)$ 表示在 Ω 中探测到某一事例的几率),并省去与自旋宇称无关的常数项,(10)式变为:

$$\ln L = \sum_{i=1}^N \ln W_i(\Omega_i, C) - N \ln \left[\sum_{k=1}^6 N_k^j G_k(C) \right], \quad (11)$$

$$N_k^j = \int N^j(\Omega) \epsilon(\Omega) d\Omega. \quad (12)$$

将在不同自旋宇称假设下拟合到的似然函数 $\ln L$ 的最大值进行比较,可以判断哪一种假设是最可能的.

蒙特卡罗的模拟过程见流程图 4.

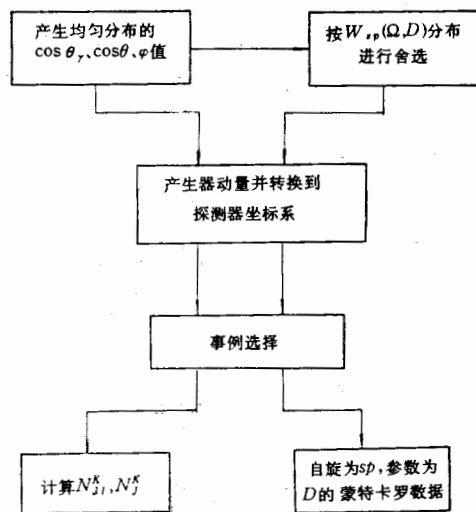


图 4 蒙特卡罗模拟流程图

三、结果及讨论

以 $J/\psi \rightarrow \gamma\theta$, $\theta \rightarrow K^+K^-$ 为例子:

1. 产生 $i = 40000$ 个均匀分布的蒙特卡罗数据,并计算归一化常数 N_{11}^k, N_{12}^k ($k = 1, \dots, 6$; $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 4^{++}$),表 1 所列为 N_{11}^k 的结果.

2. 产生 19 组蒙特卡罗数据,每组 100 个事例,分别对应于 $SP = 0^{++}, 2^{++}, 4^{++}$; $D_1 = 0, \pm 1$; $D_2 = 0, \pm 1$; $D_3 = D_4 = 0$.

3. 对这 19 组数据在 $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 4^{++}$ 三种自旋宇称假定下,分别用 χ^2 检验和最大似然估计两种方法进行拟合.

表 1 归一化常数 N_i^j
(对于 $J/\psi \rightarrow \gamma + \theta(1716)$, $\theta(1716) \rightarrow K^- + K^+$)

k	G_k	0^{++}	2^{++}	4^{++}
1	1	0.90192	0.18857	0.10814
2	$C_1 \cos C_3$	—	-0.01178	-0.00495
3	$C_2 \cos C_4$	—	0.03081	0.02480
4	C_1	—	0.19773	0.11218
5	$C_1 C_2 \cos(C_3 - C_4)$	—	0.01326	0.00371
6	C_2	—	0.17927	0.10243

χ^2 法拟合的结果表明: 最小的 χ^2_{\min} 所对应的那一组自旋宇称假设值 J^{PC} 和产生该组蒙特卡罗数据时所用的自旋宇称值 SP 是一致的, 即 $J^{PC} = SP$; 参量数值也很接近, 这证明此方法是可靠的. 同时还可以看到, 当 D_1 、 D_2 接近零时, 三种假设得到的 χ^2_{\min} 值差别很明显, 当 $|D_1| \approx 1$ 或 $|D_2| \approx 1$ 时, 这种差别便变得不明显了.

用最大似然估计计算得到的结果见表 2. 表中头一列是各组蒙特卡罗数据的自旋宇称值 SP 和参量 D_1 、 D_2 值(取 $D_3 = D_4 = 0$), 第二列是用于拟合的三种不同自旋宇称假设 J^{PC} , 从第三列到第七列是拟合后得到的参量 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 和 $\ln L_{\max}$ 值, 第八列是对一组自旋宇称为 SP 的蒙特卡罗数据, 用自旋宇称 $J^{PC} = SP$ 的假设去拟合, 得到的最大似然值与同它最接近的另一假设下的最大似然值之间的差别, 第九列是这组蒙特卡罗数据的事例数 N . 图 5 所示的是对第 6 组数据 ($SP = 2^{++}$, $D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = 0$) 进行三种不同自旋宇称假设的最大似然拟合得到的结果. 其中虚线代表 0^{++} , 点划线代表 2^{++} , 点线代表 4^{++} .

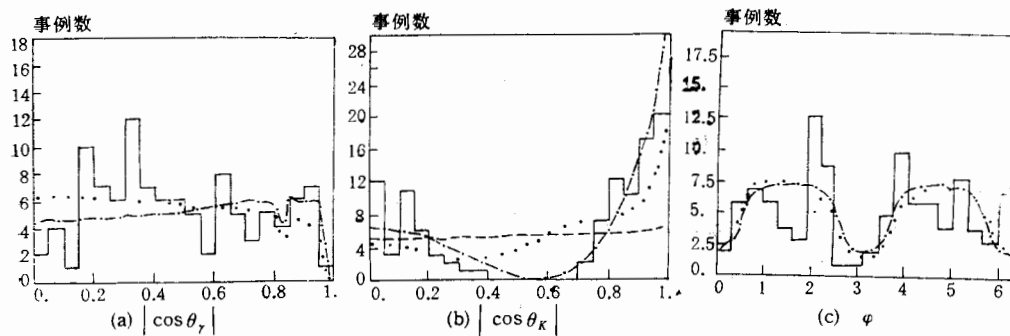


图 5 表 2 中第 6 组蒙特卡罗数据, 最大似然拟合结果

在得到了最大似然值 $\ln L_{\max}$ 以后, 紧接着的问题是如何来判断拟合结果好坏, 如何确定哪一种假设是最可能的. 与 χ^2 法不同, 最大似然估计对这些问题没有一个统一标准的规则, 我们是从以下三个方面来判断的:

- ① 用拟合得到的 C_0 和公式(5), 计算 χ^2_0 .
- ② 看相对几率 R_1 :

表2 最大似然结果

	蒙特卡罗产生值	拟合自旋值	拟合出的参量值				$\ln L_{\max}$	$\Delta \ln L$	N	
			C_1	C_2	C_3	C_4				
1	$SP = 0^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	210.2	16.0	536	
		2 ⁺⁺	-1.3	1.7	4.5	1.8	194.2			
		4 ⁺⁺	1.6	-2.0	2.0	1.5	124.3			
3	$SP = 2^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	34.7	1.7	111	
		$D_1 = 1$	2 ⁺⁺	1.3	0.3	1.0	-0.4			52.8
		$D_2 = 0$	4 ⁺⁺	1.8	2.2	4.8	1.7			51.1
4	$SP = 2^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	33.9	5.2	101	
		$D_1 = 1$	2 ⁺⁺	1.3	-1.1	0.1	0.7			45.3
		$D_2 = -1$	4 ⁺⁺	1.5	-2.1	1.1	0.9			40.1
5	$SP = 2^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	45.9	19.3	117	
		$D_1 = 0$	2 ⁺⁺	0.1	1.0	0.0	0.0			65.2
		$D_2 = 1$	4 ⁺⁺	1.7	1.9	5.0	1.7			28.5
6	$SP = 2^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	38.0	27.0	107	
		$D_1 = 0$	2 ⁺⁺	0.0	0.0	0.0	0.0			94.2
		$D_2 = 0$	4 ⁺⁺	1.0	-1.0	1.8	-0.6			67.2
7	$SP = 2^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	39.0	10.9	96	
		$D_1 = 0$	2 ⁺⁺	-0.2	-1.0	-0.4	-0.7			49.9
		$D_2 = -1$	4 ⁺⁺	-1.1	-1.7	-1.4	0.2			37.9
8	$SP = 2^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	40.2	7.0	119	
		$D_1 = -1$	2 ⁺⁺	-1.3	1.1	0.2	0.2			51.3
		$D_2 = 1$	4 ⁺⁺	-2.5	3.6	0.0	1.2			44.3
9	$SP = 2^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	37.2	2.8	120	
		$D_1 = -1$	2 ⁺⁺	-1.2	0.2	0.0	0.0			61.8
		$D_2 = 0$	4 ⁺⁺	-1.7	-2.0	1.4	1.2			59.0
10	$SP = 2^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	44.4	-0.03	121	
		$D_1 = -1$	2 ⁺⁺	-1.4	-1.2	-0.3	-0.6			52.378
		$D_2 = -1$	4 ⁺⁺	-1.5	-2.6	0.8	-0.6			52.408
12	$SP = 4^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	38.0	7.5	122	
		$D_1 = 1$	2 ⁺⁺	-1.0	0.3	1.6	-0.8			57.7
		$D_2 = 0$	4 ⁺⁺	-1.1	-0.8	-3.7	-1.0			65.2
13	$SP = 4^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	38.9	16.1	112	
		$D_1 = 1$	2 ⁺⁺	1.2	0.8	1.5	1.8			45.9
		$D_2 = -1$	4 ⁺⁺	-0.9	-1.5	3.1	0.0			62.0
14	$SP = 4^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	37.7	25.6	101	
		$D_1 = 0$	2 ⁺⁺	1.7	1.4	1.3	1.4			36.3
		$D_2 = 1$	4 ⁺⁺	0.2	2.0	4.0	0.8			63.3
15	$SP = 4^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	36.9	31.0	99	
		$D_1 = 0$	2 ⁺⁺	0.9	0.8	-1.5	-1.8			40.0
		$D_2 = 0$	4 ⁺⁺	0.0	-0.4	2.4	-1.4			71.0
17	$SP = 4^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	44.0	11.1	132	
		$D_1 = -1$	2 ⁺⁺	1.2	0.6	0.9	1.3			53.5
		$D_2 = 1$	4 ⁺⁺	-1.1	1.5	0.7	0.9			64.6
18	$SP = 4^{++}$	0 ⁺⁺	—	—	—	—	40.8	10.2	128	
		$D_1 = -1$	2 ⁺⁺	-0.9	-0.4	1.7	1.8			61.9
		$D_2 = 0$	4 ⁺⁺	1.0	-0.5	2.8	1.4			72.1

$$R_1 = \frac{L(SP)}{L(J)} \propto e^{(\ln L_{\max}(SP) - \ln L_{\max}(J))} = e^{\Delta \ln L_{\max}}$$

③ 看 R_2 :

$$R_2 = \frac{\ln L_{\max}(SP) - \ln L_{\max}(J)}{\ln L_{\max}(SP) - \ln L_0(SP)}$$

其中 $\ln L_0(SP)$ 是把产生该蒙特卡罗数据组时所用的自旋宇称值 SP 和参数值 D 作为 J 和 C 值, 代入(11)式求得的似然函数值; $\ln L_{\max}(SP)$ 是令 $J = SP$ 时, 改变 C 值对(11)式作拟合, 求得的最大似然函数值; $\ln L_{\max}(J)$ 是当 $J \neq SP$ 时改变 C 值对(11)式作拟合, 求得的最大似然函数值.

所有的这些判据并不是很精确的.

从表 2 中可以看出, 对每组蒙特卡罗数据, 在最大似然估计拟合中, $J^{PC} = SP$ 假设总是给出最大的似然函数值. 当 D_1, D_2 接近零时, 三种假设情况的 $\ln L_{\max}$ 差别较大; 当 $|D_1| \approx 1, |D_2| \approx 1$ 时, 差别变小, 以第 10 组数据为例: $D_1 = -1, D_2 = -1$, 用 $J^{PC} = 2^{++}$ 和 4^{++} 拟合 $SP = 2^{++}$ 的蒙特卡罗数据所得的结果几乎相同, 这说明存在着某些不敏感区域, 在这些区域里不同的自旋宇称假设是分不清楚的. 对 $|C_1| \approx 1.0, |C_2| \approx 1.0$ 的情况进行拟合时, 必须十分小心.

为了考察这种方法的敏感区, 用自旋为 J 而不是 SP 的假设来对自旋为 SP 、参量为 D_1, D_2 的蒙特卡罗数据进行拟合求 χ^2_{\min} , χ^2 的定义为:

$$\chi^2 = \frac{1}{(n-4)} \sum_{i=1}^n \frac{[N_i(D) - F_{ii}(C)]^2}{N_i(D)}, \quad (13)$$

其中 $N_i(D)$ 是 Q_i 中的蒙特卡罗事例数, $F_{ii}(C)$ 为 J 假设下 Q_i 中的预期事例数, D_1, D_2 在 $-1.6-1.6$ 或 $-4-+4$ 之间变化. 图 6 所示是用 $J = 0^{++}$ 假设拟合 $SP = 2^{++}$ 的蒙特卡罗数据所得到的最小 χ^2 值的等高线. D_1, D_2 可变, 事例数为 240. 由图中可以看出, 存在着 $\chi^2 < 1$ 的不敏感区域, 在这个区域中, 用 $J^{PC} = 0^{++}$ 拟合 $SP = 2^{++}$ 可以得到很好的结果.

对于最佳胶球候选态 $\theta(1720)$, MK3 测到 239 个事例, 确定其自旋宇称为 2^{++} , $C_1 = -1.07 \pm 0.16, C_2 = -1.9 \pm 0.15$; DM3 测到 410 个事例, 亦确定其自旋宇称为 2^{++} , $C_1 = -1.3 \pm 0.14, C_2 = -1.1 \pm 0.18$, 他们所用的自旋分析方法和我们是类似的, 就像在图 6 中可以看见的(两个“坩”), 它恰恰落在不敏感区域.

$\xi(2230)$, 是 MK3 新观察到的一个很窄的共振态, 在 J/ψ 辐射衰变中有 $K^+K^-, K^0\bar{K}^0$ 两个衰变方式, 事例数大约为 70, 对于 $SP = 2^{++}$ 情况, $C_1 =$

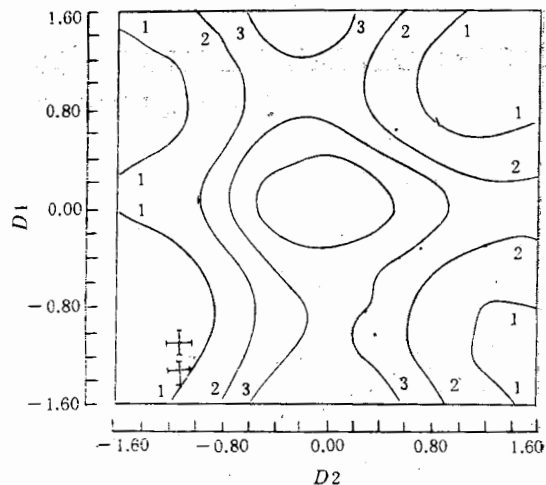


图 6 最小 χ^2 的等值线图

-0.67 , $C_2 = 0.13$; 对于 $SP = 4^{++}$ 情况, $C_1 = 1.29$ $C_2 = 0.4$, 也落在 2^{++} 与 4^{++} 分不开的区域。

这种 χ^2 的最大值大小是依赖于蒙特卡罗数据的事例总数 N 的, 在检验中分别取 N 为 100、240、480、1000 和 2000, 随着 N 的增大, 不敏感区越来越小, 因此增加统计量是提高自旋宇称确定准确性的一个方法, 其他的方法是极待研究的, 在此就不做讨论了。

参 考 文 献

- [1] P. Baillon et al., *Nuovo Cimento*, **50A**(1967), 393;
D. L. Scharre et al., *Phys. Lett.*, **97B**(1980), 329;
C. Edwards et al., *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 259;
J. D. Richman, Caltech preprint CALT-68-1231(1985);
S. U. Chung et al., *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 779;
A. Ando et al., *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 129;
U. Mallik, SLAC-pub-4238(1987).
- [2] J. E. Augustin et al., Orsay preprint, LAL/85-27(1985)
- [3] C. Edwards et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 458;
M. E. B. Franklin, SLAC Report 254(1982);
R. A. Lee, SLAC-Report 282(1985);
F. Couchot, Orsay preprint LAL 87—55(1987);
J. E. Augustin et al., *Z. Phys.*, **C36**(1987), 369
- [4] R. M. Baltrusaitis et al., *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 2077;
K. E. Einsweiler, SLAC Report 272(1984).
- [5] J. E. Augustin et al., *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 2238
- [6] T. Bolton, SLAC Report (1988).
- [7] R. M. Baltrusaitis et al., *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 107.
- [8] 赵佩英等, 物理学报, **26**(1977), 16.
- [9] C. S. GAO, et al., Proceedings of the Workshop on Colliding Beam Physics, June, 1984, Beijing, p. 243.
- [10] W. G. YAN et al., CNIC-0027; BIHEP-0011; BIHEP-TH-88—24;
高能物理与核物理, **13**, (1989), 234.
- [11] W. G. YAN, to be published.

EXPERIMENTAL METHOD FOR SPIN-PARITY ANALYSIS OF J/ψ RADIATIVE DECAY PRODUCTS

WANG TAIJIE RUAN TONGZE YAN WUGUANG YU HONG ZHENG MIN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

The experimental method for spin-parity analysis of x in the radiative decay of $J/\psi \rightarrow \gamma + x$ has been studied with data generated by the Monte-Carlo method where x is a system of two pseudoscalars. As an example the results of $J/\psi \rightarrow \gamma + \theta(1720)$, then $\theta(1720) \rightarrow K^- + K^+$ are presented. The uniqueness of valid theoretical hypothesis for various fitting results and the sensitive region of this method are discussed.