

## 偶偶核超形变带唯象分析\*

邢 正 陈星莱  
(兰州大学现代物理系, 730001)

### 摘 要

利用宏观模型对<sup>192</sup>Hg, <sup>194</sup>Hg 三条超形变带进行唯象分析, 提出了从现有实验数据精确决定超形变带自旋的方法。

最近 Stephens 等人<sup>[1,2]</sup>通过对  $A$  等于 190 区超形变带实验数据的分析, 提出了自旋顺排量子化的概念。由于这一观点同现有理论——自旋顺排是一连续量, 可取任意值相抵触, 因此如果存在非零的量子化自旋顺排将涉及核物理学中某些根本规律的揭示, 所以这一观点一提出就引起了各国学者的极大关注。其中有人认为<sup>[3,4]</sup>, Stephens 的结论依赖于超形变带自旋的精确值, 但现在自旋没有测定, 而倾向性指定的自旋值具有不确定性, 可能有, 如  $\pm 3\hbar$  的误差。如把指定的自旋移动 1 或  $2\hbar$ , 这样原来不为零的自旋量子化顺排将消失, 因此自旋顺排量子化是否存在与自旋值的精确决定有密切关系。超形变带自旋值的精确决定是一个极其重要的问题。

Becker et al.<sup>[5]</sup> 提出了一种关于由  $E_r$  来决定自旋的方法, 利用 Harris 展开

$$\mathcal{J}^{(2)} = 2\alpha + 4\beta\omega^2 + 6\gamma\omega^4, \quad (1)$$

用最小二乘法由  $\mathcal{J}^{(2)}$  实验值来定展开系数  $\alpha, \beta, \gamma$ , 则

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2} &= \int \mathcal{J}^{(2)} d\omega \\ &= 2\alpha\omega + \frac{4}{3}\beta\omega^3 + \frac{6}{5}\gamma\omega^5. \end{aligned} \quad (2)$$

然而这里有不确定性, 因为  $\alpha, \beta, \gamma$  是在  $[\omega_1, \omega_2]$  范围内通过拟合  $\mathcal{J}^{(2)} = 4\hbar^2/\Delta E_r$  得到的, 因此  $\mathcal{J}^{(2)}$  展开式(1)也只在  $[\omega_1, \omega_2]$  ( $\omega_1 \neq 0$ ) 范围内成立, 而(2)式实际为

$$I_1 + \frac{1}{2} = \int_0^{\omega_1} \mathcal{J}^{(2)} d\omega + I_0. \quad (3)$$

$\mathcal{J}^{(2)}$  在  $[0, \omega_1]$  中并不知道, 初始自旋  $I_0$  也不清楚, 因此假设  $I_0 = 0$  及  $\mathcal{J}^{(2)}$  在  $[0, \omega_1]$  中的形式与区间  $[\omega_1, \omega_2]$  中相同, 其理由是不充分的<sup>[3,4]</sup>。

1984 年, 吴崇试和曾谨言提出了原子核振动-转动谱的新的表示形式<sup>[6]</sup>(以下简称 W-Z 公式):

本文 1990 年 12 月 29 日收到。

\* 国家自然科学基金和国家教委博士点基金赞助。

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I + 1)} - 1], \quad (4)$$

其中  $a, b$  作为参数 ( $a > 0, b > 0$ ), 由实验观测能谱来决定. W-Z 公式用于正常形变时原子核集体激发谱的分析取得了很大的成功. 他们模型的基本点是从 Bohr 哈密顿量出发, 采用具有奇异性的  $\beta$  可分离变数的集体位能

$$V(\beta, \cos 3\gamma) = \frac{1}{2} A\beta^2 + \frac{\hbar^2}{2B\beta^2} \chi(\cos 3\gamma), \quad (5)$$

并假设原子核三轴形变不大 ( $\sin^2 3\gamma \ll 1$ ), 则动能项按  $\sin^2 3\gamma$  展开, 略去  $\mathcal{O}(\sin^4 3\gamma)$  高级小量. 处理过程不再应用绝热近似, 而得到 Bohr 哈密顿量的解析解, 对偶偶变形核的基带则得到(4)式. 实际分析表明, W-Z 公式对偶偶变形核激发带的分析仍然适用, 仅相差一常数以决定带头的位置. 由于(4)式是放弃绝热近似后, 在一定简化假定下得到的解析解, 并未对  $\beta$  作出苛刻的限制, 因此对偶偶核的超形变带也可以适用.

本文的主要目的是应用 W-Z 公式分析超形变带, 并指出利用 W-Z 公式可以从测量的  $\gamma$  射线能量  $E_\gamma$  来确定超形变带的自旋值. 由(4)式

$$E_r(I) = a[\sqrt{1 + bI(I + 1)} - \sqrt{1 + b(I - 2)(I - 1)}], \quad (6)$$

$E_r(I)$  是  $I$  的光滑函数, 其曲线斜率

$$\frac{dE_r(I)}{dI} = \frac{ab}{2} \left[ \frac{2I + 1}{\sqrt{1 + bI(I + 1)}} - \frac{2I - 3}{\sqrt{1 + b(I - 2)(I - 1)}} \right]. \quad (7)$$

我们的具体方法是: 1) 假定超形变带的自旋已经指定, 利用最低自旋的两条  $\gamma$  射线能量, 由(6)式定出  $a, b$  参量. 如果指定的自旋是正确的, 则(6)式应最佳拟合所有实验数据; 2) 如果自旋的指定不正确, 则由此定出的参数  $a, b$  就不能很好描述实验数据(因为由(7)式, 不同的  $a, b$  值会得到不同的曲线斜率, 因此除了最低自旋的两点外, 得到的曲线不同), 可在实验不确定范围内, 调节指定自旋值, 重新确定  $a, b$ , 直至使(6)式最佳拟合实验数据, 得到正确的自旋值; 3) 在  $I$  大时, 二参数公式(4)有可能拟合不理想. 这是由于文献[6]中略去了  $I(I + 1)$  高次项, 则可以进行高级修正, 简单的计算即可得三参数公式:

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I + 1) + cI^2(I + 1)^2} - 1], \quad (4')$$

可用三参数公式进一步拟合. 应该指出参数  $c$  对  $I$  小时影响不大, 实际上用二参数公式(4)就可以确定自旋值.

我们以 Stephens<sup>[4]</sup>提出自旋顺排量子化所列举的<sup>192</sup>Hg 和 <sup>194</sup>Hg\*(Band 2, Band 3)三条超形变带为例加以说明, 其中<sup>192</sup>Hg 假定是 Yrast 带, 而 Band 2 和 Band 3 假定是两准粒子激发带.

图 1 给出了 <sup>194</sup>Hg 的 Band 2 和 Band 3 理论与实验  $\gamma$  射线能量的比较, 曲线是用(6)式理论计算的结果, 其中参数对 Band 2,  $a = 59233\text{keV}$ ,  $b = 1.8 \times 10^{-4}$ ; 对 Band 3,  $a = 59310\text{keV}$ ,  $b = 1.8 \times 10^{-4}$ . 实验点分别用三角和圆点标出. 注意这里  $a, b$  值仅由最低两条  $E_r(I)$  来决定的, 而由此计算的理论与所有实验值都符合得很好, 例如对 Band 3, 前 14 条理论计算的  $\gamma$  射线能量的绝对偏差  $|E_r(\text{理论}) - E_r(\text{实验})| < 1\text{keV}$ , 即使到  $I = 40\hbar$ , 绝对偏差也只有  $2\text{keV}$ . 若让指定的自旋偏离  $\pm 1\hbar$ , 则结果将大大偏离实验值, 因此这里自旋指定是正确的.

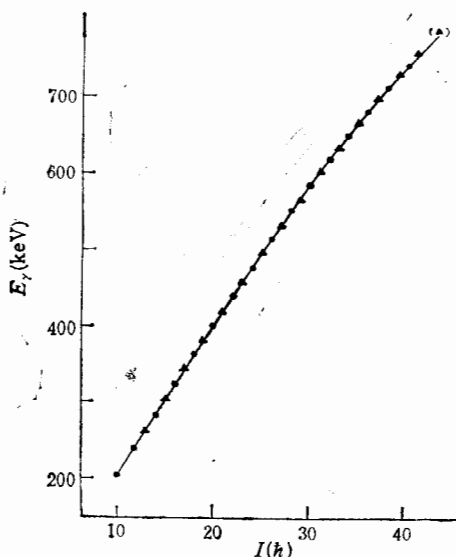


图1  $^{194}\text{Hg}^*$  Band 2 和 Band 3 理论  $E_r$  和  $I$  的关系

参数  $a = 59233\text{keV}$ ,  $b = 1.8 \times 10^{-4}$ (Band2)

$a = 59310\text{keV}$ ,  $b = 1.8 \times 10^{-4}$ (Band3)

实验值  $\blacktriangle$  Band 2 转引自文献[1]

$\bullet$  Band 3

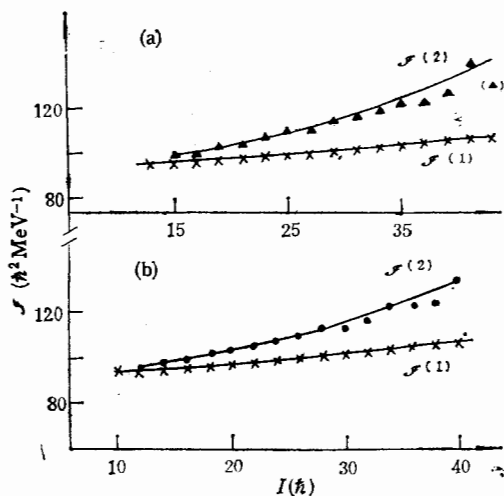


图2  $^{194}\text{Hg}$  惯量矩  $\mathcal{J}^{(1)}$ ,  $\mathcal{J}^{(2)}$  理论计算与实验值的比较。

(a) Band 2, 实验值  $\blacktriangle$   $\mathcal{J}^{(2)}$ ;  $\times$   $\mathcal{J}^{(1)}$

(b) Band 3, 实验值  $\bullet$   $\mathcal{J}^{(2)}$ ;  $\times$   $\mathcal{J}^{(1)}$

计算参数同图1

由计算的  $E_r(I)$  可以计算第一类惯量矩  $\mathcal{J}^{(1)}(I)$  和第二类惯量矩  $\mathcal{J}^{(2)}(I)$ , 并与实验进行比较, 这里(没有取平均)

$$\mathcal{J}^{(1)}(I) = \frac{2I - 1}{E_r(I)} \hbar^2,$$

$$\mathcal{J}^{(2)}(I) = \frac{4\hbar^2}{\Delta E_r(I)}, \quad (8)$$

$$\Delta E_r(I) = E_r(I) - E_r(I - 2).$$

图2给出了  $^{194}\text{Hg}$  的 Band 2 和 Band 3 惯量矩与角动量的关系, 理论与实验符合得也很好。

由图1和图2我们可以得出下述结论:

1. W-Z 公式很好地描述了超形变带的带结构, 因此它是一个统一公式, 既可用于正常形变, 也可用于超形变偶偶核集体激发谱的分析。

2. 理论与实验极好地符合表明 W-Z 公式用来决定超形变带的自旋是合理的(以下将进一步说明)。

3. 注意到  $E_r(I) \sim I$  曲线对 Band 2 和 Band 3 实验点落在同一曲线上, 表明 Band 2 和 Band 3 是 Signature partners。

4. 在正常形变带  $\hbar^2/ab$  代表基态惯量矩 ( $I = 0$ ), 对超形变带也可看作是自旋最小值的惯量矩(由图2, 如把 Band 3 的  $\mathcal{J}^{(1)}$  外推到  $I = 0$  的  $\mathcal{J}^{(1)}$  值与  $I = 10\hbar$  时基本相同)。对 Band 2,  $\hbar^2/ab \approx 93.8(\hbar^2\text{MeV}^{-1})$ , 对 Band 3 为  $93.7(\hbar^2\text{MeV}^{-1})$ , 而实验给出

$\mathcal{J}^{(1)}(I = 10) = 94.4(\hbar^2\text{MeV}^{-1})$ ,  $\mathcal{J}^{(1)}(I = 13) = 95(\hbar^2\text{MeV}^{-1})$ . 另一方面, 由刚性转子<sup>[7]</sup>

$$\mathcal{J}_{\text{rig}} = \frac{2}{5} AMR^2 \left( 1 + \frac{1}{3} \delta \right), \quad (9)$$

对  $^{194}\text{Hg}^*$  超形变带, 若四极形变参量  $\delta = 0.5(\delta \approx 0.95\beta)$ , 则  $\mathcal{J}_{\text{rig}} = 105(\hbar^2\text{MeV}^{-1})$ . 可见  $^{194}\text{Hg}^*$  的超形变带惯量矩  $\mathcal{J}^{(1)}$  比正常形变带大得多, 且接近刚性转子值.

为了说明如何正确决定超形变带自旋值, 我们以  $^{192}\text{Hg}$  为例. 图 3 中, 曲线 1, 2, 3 是 (6) 式计算的结果, 差别在于  $E_r = 214.6\text{keV}$  对应的自旋值, 曲线 1 对应  $I = 8\hbar$ , 曲线 2 对应  $I = 9\hbar$ , 曲线 3 对应  $I = 10\hbar$ . 图中横坐标的标尺对应于曲线 3, 而对曲线 1, 则把  $10\hbar \rightarrow 8\hbar$ ,  $20\hbar \rightarrow 18\hbar$  等, 对曲线 2 作类似调整, 显然曲线 3 符合实验较好. 若进一步认为  $E_r = 214.6\text{keV}$  对应  $I = 11\hbar$ , 则得到  $b < 0$ ,  $a < 0$ , 同文献[6]要求不符\*, 如我们允许  $a < 0$ ,  $b < 0$ , 则结果由曲线 5 所示, 显然大大偏离实验值. 因此我们认为  $E_r = 214.6\text{keV}$  对应  $I = 10\hbar$  与 Stephens<sup>[8]</sup> 的结论相符. 我们再次强调, 这里参数  $a, b$  只用最低两条  $E_r$  定出, 未进行最佳拟合. 由于自旋  $I$  的变化只能是整数. 而能谱对  $I$  的指定值又相当灵敏, 由此很容易准确决定自旋值. 图中曲线 4 是三参数理论曲线, 我们仅在二参数公式基础上选定  $a, b$ , 然后用自旋值  $I = 42\hbar$  的  $E_r(I = 42)$  定出  $c$ . 虽然没有进行最佳拟合, 但理论与实验符合程度已相当满意.

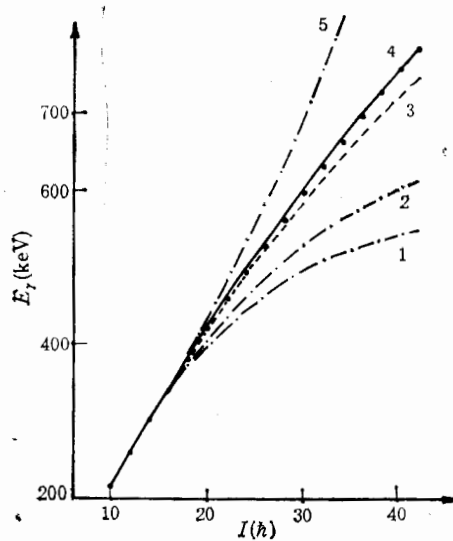


图 3  $^{192}\text{Hg}$  理论  $E_r$  和  $I$  的关系

曲线 1、2、3、4、5 是超形变带  $E_r = 214.6\text{keV}$  分别对应于  $I = 8, 9, 10, 10, 11\hbar$  的计算结果.

曲线 3 使用参数:  $a = 32785\text{keV}, b = 3.5 \times 10^{-4}$

曲线 4 使用参数  $a = 32785\text{keV}, b = 3.5 \times 10^{-4}$

$c = 6 \times 10^{-9}$

实验点转引自文献[1]

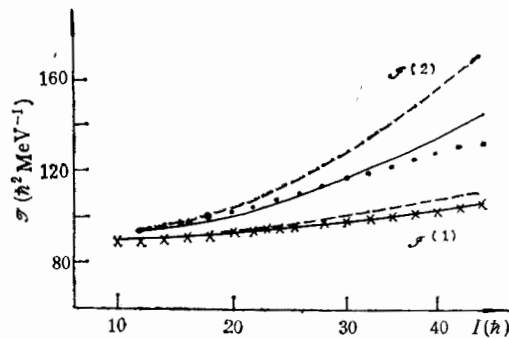


图 4  $^{192}\text{Hg}$  惯量矩  $\mathcal{J}^{(1)}, \mathcal{J}^{(2)}$  理论与实验的比较

图 4 给出了  $^{192}\text{Hg}$  的惯量矩  $\mathcal{J}^{(1)}, \mathcal{J}^{(2)}$  与实验值的比较. 其中实线是三参数理论的

\* 本文完成后, 与吴崇试、曾谨言讨论, 他们认为由于真实物理量均以  $ab$  乘积形式出现, 因此  $a, b$  同时小于零也是允许的.

结果(对应于图3的曲线4),而虚线是二参数理论曲线(对应于图3的曲线3), $\mathcal{I}^{(1)}$ 和 $\mathcal{I}^{(2)}$ 的实验值分别用叉和圆点表示。理论与实验符合得较好。

以上分析表明:1)文献[1]中三条超形变带的自旋指定是正确的,而对它移动 $\pm 1\hbar$ <sup>[3]</sup>是不可取的。2)W-Z公式用于对超形变带的带结构分析是相当成功的。3)特别要指出,利用这一公式根据测定的 $E_r$ 值决定超形变带的自旋值的方法是准确而重要的,这个方法没有任意性。4)在正确地指定了超形变带的自旋值以后,就可以很简单地分析各种实验数据,例如研究自旋顺排是否量子化等极重要的课题。

我们正用这一方法对现有的超形变带的数据进行系统分析。初步研究表明,对奇A核超形变带在一定条件下W-Z公式也可适用。此外关于自旋顺排是否量子化的问题也在研究中,将另文发表。

### 参 考 文 献

- [1] F. S. Stephens et al., *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 2623.
- [2] F. S. Stephens et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 301.
- [3] C-L, Wu, D. H. Feng and M. W. Guidry, Comment on "Spin Alignment in Superdeformed Hg Nuclei", Submitted to *Phys. Rev. Lett.*
- [4] C-L, Wu et al., Is There Non-Zero Quantized Spin Alignment in Superdeformed Nuclei, Submitted to *Phys. Rev. Lett.*
- [5] J. A. Becker et al., *Phys. Rev.*, **C41**(1990), R9.
- [6] 吴崇试,曾谨言,高能物理与核物理,**8**(1984),219;**8**(1984),445;**9**(1985),77;**9**(1985)214.
- [7] A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure* vol. 2, p. 75.

## Phenomenological Analysis of Superdeformed Bands in Even-Even Nuclei

XING ZHENG CHEN XINGQU

(Department of Modern Physics, Lanzhou University, 730001)

### ABSTRACT

Phenomenological analysis of superdeformed bands in even-even nuclei is given. A method has been developed to determine the spins in superdeformed bands based on the relative energy spacings.