前冲谱仪中重建带电粒子径迹的三维法*

姚乃国　陈廷杨
(南京大学物理系,210008)

摘　要

本文介绍在前冲谱仪中重建带电粒子径迹的一种三维约束方法. 用最小二乘法求解 χ^2 方程，得出满足 χ^2 为最小值时的径迹参数. 为了减少计算时间，用二维 x 线作为计算出发点. 用蒙特卡罗数据对本方法进行了检验，并与其它方法所得的结果进行了比较. 结果说明这一方法的分辨率和正确性均较好.

一、引　言

在高能物理实验的离线分析中,重建反应事例终态粒子的径迹是一个很关键的问题. 在泡室、云雾室或流光室等径迹室中,反应终态以照片方式记录下来，因此终态粒子的径迹是可见的. 在多丝正比室、漂移室等探测器中,终态粒子的径迹是隐含的，需要通过对粒子在探测器中地址、时间等信息的分析把终态粒子径迹找出来,这就是粒子径迹的重建过程. 径迹重建工作是对实验数据进行进一步分析的基础，因此如何提高重建径迹的质量是离线分析工作中的一个重要问题.

原则上,可以通过寻找最小 χ^2 值的方法来求出每一条径迹[1]:

$$\chi^2 = \sum_i W_i^x[x_i - X(\alpha_x,\beta_x,z_i)]^2 + \sum_j W_j^y[y_j - Y(\alpha_y,\beta_y,z_j)]^2, \tag{1}$$

式中，W_i^x、W_j^y 分别为测量值 x_i 和 y_j 的权重，z 是自变量.

在前向谱仪中，带电粒子径迹在谱仪的分析磁铁前、后均为空间的一条直线，它在 x-z 和 y-z 平面上的投影亦是直线,所以 X、Y 为线性函数:

$$\begin{aligned} X &= \alpha_x z + \beta_x; \\ Y &= \alpha_y z + \beta_y, \end{aligned} \tag{2}$$

α_x、β_x 分别为径迹在 x-z 平面中的斜率和截距，α_y、β_y 分别为径迹在 y-z 平面中的斜率和截距. 但即使在这种较为简单的情况下,由于一个事例记录到的信息很多,因此采用(1)式求解 χ^2 最小值仍需要化费大量的机时. 此外，考虑到不同实验的具体条件,还

本文 1990 年 11 月5日收到.
* 国家自然科学基金资助.

要采用不同的计算方法．目前，不同的实验各自发展了许多重建径迹的方法．本文结合美国费米实验室 E705/E771 实验[2]，介绍一种在前向谱仪中重建带电粒子径迹的新方法，这种方法利用探测器得到的三维信息的相关性，对要寻找的径迹进行约束，从而求出径迹参数的最佳值．用蒙特卡罗数据对这一方法进行检验，所得结果的分辨率均比通常的三交点法和二维线法要好，和正确数据进行对比，发现漏找或错找径迹的几率也大为减少．

二、一种重建径迹的三维法

一个典型的平面型丝室(如多丝正比室或漂移室)通常由三个平行的丝面 (U、X、V) 组成，X 丝面和 U 丝面之间的距离等于 X 丝面和 V 丝面之间的距离．在每个丝面中布置着许多平行的丝，在 X 丝面中这些丝的方向是垂直的，而 U 和 V 丝平面中丝的方向分别和垂直方向成 θ 角和 $-\theta$ 角，丝室的几何结构如图 1 所示．

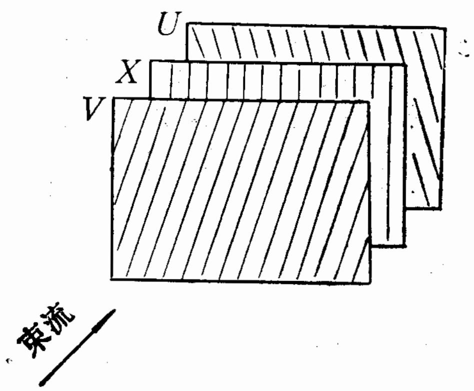

图 1　丝室结构示意图

为了计算的方便，取两组座标，一组为 (x、y、z)，另一组为 (u、v、z)．在 (x、y、z) 座标系中，取谱仪分析磁铁的中心为座标原点，z 为束流的入射方向，y 为垂直向上方向，x、y、z 构成右螺旋．另一组座标系 (u、v、z) 中 z 与上面一样，而 u 轴和 v 轴各为与 U 及 V 丝平面中的丝垂直的轴．

这两组座标系之间有下面的转换公式：

$$u = x\cos\theta + y\sin\theta; \tag{3}$$

$$v = x\cos\theta - y\sin\theta. \tag{4}$$

式中 θ 为 u 轴和 x 轴之间的夹角值．

常用的重建径迹的方法有两种，一种是三交点法，另一种是二维线法．

在三交点法中，首先从每一个探测器的三个丝平面得到的信息中，寻找哪些 x、u 和 v 的信息能构成一个三交点．因为从(3)和(4)可得

$$u + v = 2x\cos\theta, \tag{5}$$

所谓三交点就是满足 (5) 式的那些 u、v 和 x 的信息点．相应可以求出这个三交点对应的 y 座标为

$$y = (u - v)/2\sin\theta, \tag{6}$$

然后根据所有探测器中这些三交点的 (x,y,z) 座标找出这一事例中的带电粒子径迹．因此三交点方法很简单，计算速度也快．但是由于探测器的效率不可能是 100%，此外由于探测器及电子学仪器的噪声，因此并不是所有记录到的信息都能构成三交点，如何对待这些留下的信息是用三交点法重建径迹的一个令人烦恼的问题．因为如果把这些信息弃之不顾，则往往会降低重建径迹的效率，有时会失去某些径迹，而若把剩下的任意一对 (x,

u)、(x,v) 和 (u,v) 这些二交点的信息都考虑进去，不仅增加了计算量，而且有时会得到错误的径迹。

另一种重建粒子径迹的方法是二维线法。首先根据记录到的信息求出在 x-z、u-z 和 v-z 平面中的 x 线、u 线和 v 线三组二维线，然后同样根据式(5)和(6)对这些二维线进行配对，看哪些二维线能配成一组三维线，如果找到了能配对的三维线，就找到了粒子的径迹。

因为在这一方法中首先寻找二维线，因而可以考虑到探测器的效率，也能排除一些噪声产生的信息。但是在以后寻找三维配对线的过程中，与三交点法类似，同样有剩下不能配对的二维线的问题。另外，如果一个谱仪中各个探测器的 U、V 丝平面的倾角不一致的话，用这一方法就比较困难，不如三交点法方便。而它的最大缺点是在找某一条二维线时，不能用另一二维的信息对其进行约束，因此会有错找或漏找的径迹。

考虑到上述两种方法的缺点，我们采用一种新的重建径迹的方法，它的基本原理是这样的：设一个反应事例终态中的某个带电粒子在谱仪探测器的三种丝平面上产生的信息为 $x_i(i=1,2,\cdots,n_x)$，$u_j(j=1,2,\cdots,n_u)$，$v_k(k=1,2,\cdots,n_k)$，这里 x_i、u_j 和 v_k 为测得的 x、u 和 v 的座标，n_x、n_u 和 n_v 为这条径迹在 X、U 和 V 三种丝平面上得到的信息数。假设这条径迹在 x-z 和 y-z 平面上的投影(简称 x 线和 y 线)的斜率和截距各为 α_x、β_x 和 α_y、β_y，那末根据(1)、(3)和(4)式，各测量值对应于这条径迹的 χ^2 值为：

$$\begin{aligned}\chi^2 = &\sum_{i=1}^{n_x}\frac{1}{\sigma_{x_i}^2}(x_i-\alpha_x z_i-\beta_x)^2+\sum_{j=1}^{n_u}\frac{1}{\sigma_{u_j}^2}[u_j-(\alpha_x\cos\theta_j+\alpha_y\sin\theta_j)\cdot z_j\\&-(\beta_x\cos\theta_j+\beta_y\sin\theta_j)]^2+\sum_{k=1}^{n_v}\frac{1}{\sigma_{v_k}^2}[v_k-(\alpha_x\cos\theta_k-\alpha_y\sin\theta_k)\cdot z_k\\&-(\beta_x\cos\theta_k-\beta_y\sin\theta_k)]^2,\end{aligned}\tag{7}$$

式中 z_i、z_j 和 z_k 为该测量值相应的丝平面的 z 座标值，θ_j 和 θ_k 为 U 和 V 丝平面中的丝和 X 丝平面中的丝的倾角的绝对值，$\sigma_{x_i}^2$、$\sigma_{u_j}^2$ 和 $\sigma_{v_k}^2$ 各为 x、u 和 v 测量值的方差。

可以用最小二乘法解出方程(7)在 χ^2 最小时的 α_x、α_y、β_x 和 β_y 来。

对于高能物理实验中用的多丝正比室和漂移室，测量值 x_i、u_j 和 v_k 各有相应的 Δx_i、Δu_j 和 Δv_k 的误差，这些误差为：

$$\left.\begin{aligned}&|\Delta x_i|、|\Delta u_j|、|\Delta v_k| \leqslant \text{丝距的一半(对多丝室)},\\&|\Delta x_i|、|\Delta u_j|、|\Delta v_k| \leqslant \text{漂移时间的最大偏差(对漂移室)}.\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

考虑到这些误差的存在，(7)式可写为：

$$\begin{aligned}\chi^2 = &\sum_{i=1}^{n_x}\frac{1}{\sigma_{x_i}^2}(x_i+\Delta x_i-\alpha_x z_i-\beta_x)^2\\&+\sum_{j=1}^{n_u}\frac{1}{\sigma_{u_j}^2}[u_j+\Delta u_j-(\alpha_x\cos\theta_j+\alpha_y\sin\theta_j)\cdot z_j-(\beta_x\cos\theta_j+\beta_y\sin\theta_j)]^2\\&+\sum_{k=1}^{n_v}\frac{1}{\sigma_{v_k}^2}[v_k+\Delta v_k-(\alpha_x\cos\theta_k-\alpha_y\sin\theta_k)\cdot z_k\end{aligned}$$

$$-(\beta_x\cos\theta_k-\beta_y\sin\theta_k)]^2, \tag{9}$$

即现在要求出在有约束条件(8)的情况下,(9)的最小值. 由于约束条件比较复杂,不宜采用一般的解析方法求解,可以采用直接搜索法[3,4]求解. 在一般情况下,从(9)式出发采用直接搜索法所需的计算机机时太多,为了减少计算时间,采用首先寻找 x-z 平面中的 x 线,然后再求解(9)的办法,这样可以大大减少要搜索的量,而不会对结果有很大的影响. 这是因为谱仪的每个探测器均有 X 丝平面,有的探测器还有两个 X 丝平面 X 和 X',因而 x 的测量精度较高. 此外,x 的值是直接测量得到的,不象 y 是通过 u 和 v 的信息变换而得的,因此 x 线的两个参数 α_x、β_x 即使不求解(9)式也比较容易正确求得.

因此现在求解(9)的办法是先类似于二维线法求出一个事例中的 x 线,然后用直接搜索的方法找出哪些 u 和 v 的信息和 x 线一起可使(9)的 χ^2 最小,从而求出径迹的四个参数来.

对于每一条 x 线,可以选取其中两点,一点为起始点 x_S,另一点为终止点 x_E. 如果它们是从多丝正比室得到的测量值,则取其丝的座标为 x_S 或 x_E,如果是从漂移室得到的测量值,则取丝座标加(或减)漂移时间为 x_S 和 x_E. 为了要求出与这 x 线相配对的 u 和 v 信息,可以先从 v(也可先从 u)的数据中任取一对 v 的信息(不能是同一探测器上的信息)v_1 和 v_2,它们可以构成一条 v 线,其斜率和截距各为 α_v 和 β_v:

$$\begin{aligned}\alpha_v&=(v_1-v_2)/(z_1-z_2);\\ \beta_v&=v_1-\alpha_v z_1,\end{aligned} \tag{10}$$

(z_1 和 z_2 为 v_1 和 v_2 相对应的探测器 V 丝平面的 z 位置),因为正确配对的 x、u 和 v 线必须满足(5)式,所以对于这样一对 x 线和 v 线,相应配对的 u 线的斜率和截距应为

$$\begin{aligned}\alpha_u&=2\alpha_x\cos\theta-\alpha_v;\\ \beta_u&=2\beta_x\cos\theta-\beta_v,\end{aligned} \tag{11}$$

对于这样一组 (x,u,v) 线,可以根据它们各自的斜率和截距算出在各不同探测器的相应丝平面上径迹的位置,然后对数据中的信息进行搜索,看有哪些 (x,u,v) 的信息和上面计算的位置之差满足约束条件(8),记下它们的总个数 N 和 χ^2,对于各种可能的 v 线和 u 线组合进行比较,最后得出 N 最大和 χ^2 最小的一组 α_x、α_v、α_u、β_x、β_u、β_v 来(这里采用的判选标准是首先取较大的 N 值,在 N 值相同时,再比较 χ^2). 如果最终选出来的这一组线的 N 和 χ^2 都满足切割条件,那末这一组参数就是要找的一条带电粒子径迹的参数,相应可求出 α_y 和 β_y 来. 对每条 x 线都进行这样的计算,就可找出这一事例中所有带电粒子的径迹.

作为 x 线(或 v 线)的起始点和终止点的测量值具有(8)式给出的误差 Δx(或 Δv),因此真正的径迹起始点位置可能在 $x_S+\Delta x$(或 $v_S+\Delta v$)和 $x_S-\Delta x$(或 $v_S-\Delta v$)之间. 对终止点亦相同. 为了提高计算精度,可以进一步把这区间作 n 等分,但是这样所需的计算时间亦相应增加.

在用这个方法重建径迹的过程中,我们一直利用了三维信息 (x,u,v) 的相关性及约束条件,因此最后结果不会出现象在三交点法或二维线法中那种无法确定的不配对的情况. 有时对某条 x 线可能找不到满足切割条件的 v 线和 u 线,那说明这一条 x 线本身就是一条错线,或者其参数误差很大,因而就舍去这一条 x 线.

三、方法的校验及讨论

为了检验这一方法的优劣，按照美国费米实验室 E705/E771 实验的谱仪结构情况，产生一组蒙特卡罗模拟数据. 按照 E-705 实验的结果，每个事例的平均次级粒子数为 15，而 E771 实验所用的入射粒子束能量更高，因此在蒙特卡罗数据中取每个事例的次级粒子数为 22，其中 18 个次级粒子为直接作用产生的带电粒子，4 个为某些长寿命中性粒子衰变而产生的带电粒子，一共产生 100 个事例，总的径迹数为 2200. 将本方法的运算结果与蒙特卡罗数据中已知的带电粒子径迹的斜率、截距和径迹上信息点的座标等进行比较，得到错线为 20 条，约占总数的 1%. 仔细研究这些错线，发现大部份 x 线是对的，但 y 线不对，即找到错误的 (x,u,v) 配对线. 其原因是蒙特卡罗数据中每个事例平均次级粒子数为 22，因而在前面几个探测器上的信息密度很高，这样有时错误配对的 (x,u,v) 反而得到的 N 最大，χ^2 最小. 为了避免这种错误，采取这样的办法：在找到谱仪分析磁铁前的粒子径迹后，立即根据这一径迹的参数 α_x、β_x、α_y、β_y 值去找其在磁铁后的径迹. 如果重建出来的是真正的粒子径迹，那末在磁铁后面也一定能找到满足切割条件的相应径迹，如果找不到，那说明找到的径迹不对，返回前面去重新寻找，经过这样反复以后，最后就没有发现 x 线找对而 y 线找错的情况. 但最终结果还有 5 条径迹因为 x 线找错了，所以结果全错了. 这也是本方法的主要缺点，因为这方法是以 x 线作为寻找径迹的出发点，所以如果一开始有错找或漏找的 x 线，则最后的结果必然是错找或漏找了一条径迹. 这方法的另一个缺点是所需的计算时间较多，因为它要对所有 x,u,v 信息进行搜索和计算.

用上述蒙特卡罗数据得到的计算结果如图 2 和图 3 所示. 图 2 为用这一方法得到的

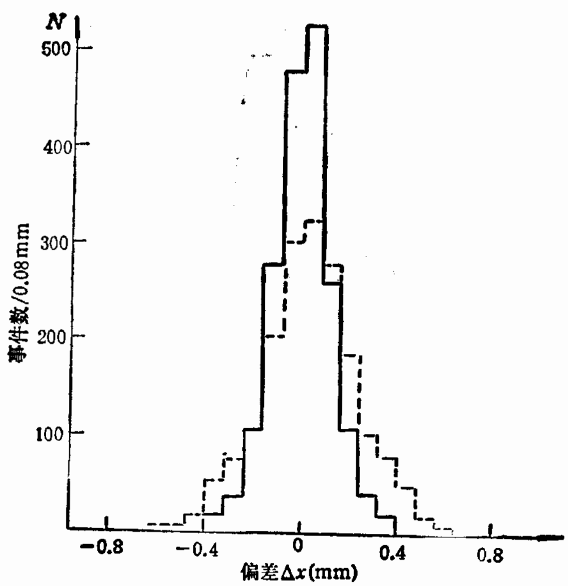

图 2　x 方向误差分布

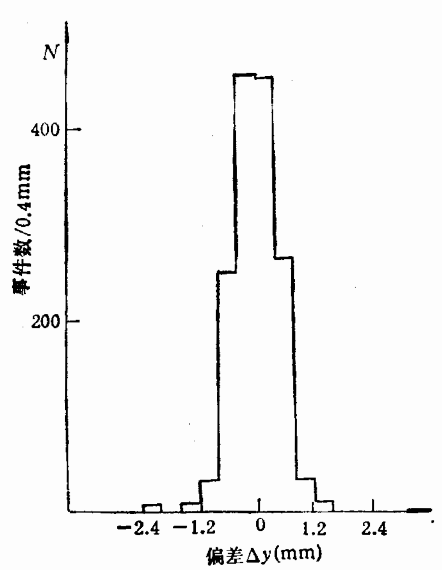

图 3　y 方向误差分布

径迹参数求出的径迹在谱仪第二个探测器 X 丝面上的位置和数据中给出的值之差。实线为用这一方法得到的结果，虚线为二维线法的结果。图3为在 y 方向的结果。与用三交点法得到的结果相比较[5]，改善尤为明显。

此外，还产生1000个 J/ψ 衰变为 $\mu^+\mu^-$ 两个带电粒子的蒙特卡罗事例，首先用径迹重建程序求出两个带电粒子径迹，根据每条径迹在谱仪分析磁铁前后的偏转角度求出相应的动量，最后求出衰变母粒子的质量。图4为得到的结果。图中实线为用这一方法得到的结果，虚线为用三交点法得到的结果。（图中横座标为重建得到的 J/ψ 质量与它的正确质量之差）

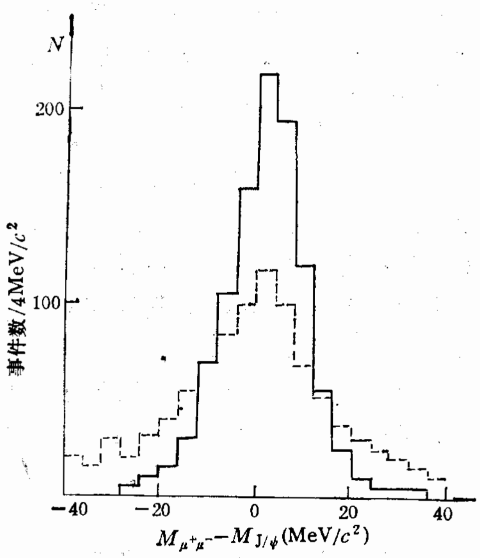

图4 径迹重建程序得到的 J/ψ 质量谱

参考文献

[1] Lars Bugge and Jan Myrheim, *Nucl. Ins. & Meth.*, in Phys. Research, A **V179**(1981), 365.

[2] M. Binkely et al., Fermilab Proposal E-705 (1981). C. M. Jenkins et al., *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-36** (1989), 117.

M. Arenton et al., Fermilab Proposal **E771**(1986).

[3] R. Wait, "The Numerical Solution of Algebraic Equations", John Wiley & Son, Ltd. (1979).

[4] 王德人，"非线性方程组解法与最优化方法"，人民教育出版社(1979).

[5] Ting-Yang Chen and Nai-Guo Yao. *Nucl. Inst. & Meth.* in Phys. Res., A **V290**(1990), 390.

A Three Dimensional Method to Reconstruct the Charged Particle Tracks in the Forward Spectrometer

YAO NAIGUO　　CHEN TINGYANG

(Department of Physics, Nanjing University 210008)

ABSTRACT

A new three dimensional constrained method to reconstruct the charged particle tracks for the forward spectrometers is introduced. Using the method of least squares to solve the equation, the parameters of the tracks can be obtained. In order to reduce the computing time, the two-dimensional x-line is used as the starting points. We generated some Monte-Carlo data and compare the results with the data by different methods. It is shown that this method has good resolution and accuracy.