

中子电偶极矩和温伯格算符*

李重生 胡炳全
(重庆大学应用物理系, 630040)

摘 要

在扼要地归纳了几种 CP 破坏模型对中子电偶极矩 (EDM) 的理论预言之后, 我们重点评述了与温伯格提出的胶子 CP 破坏算符有关问题的最新发展, 并讨论了通过温伯格算符在一些 CP 破坏模型中产生的中子 EDM. 在温伯格工作的启发下, 最近又提出了几种产生大的带电轻子 EDM 和轻夸克 EDM 及色电偶极矩 (CEDM) 的新机制, 我们也将对此做简要讨论.

一、引 论

目前, 能够帮助我们从理论上了解 CP 破坏起源的最重要的唯象参数有三个: 其中两个是中性 K 介子系统的 ϵ 和 ϵ' 参数, 另一个就是中子电偶极矩 (EDM), 记为 d_n . 为了探索 CP 破坏的起源及其产生机理, 从理论和实验两个方面研究中子 EDM 的工作, 在国际上一直很活跃. 特别是 1989 年温伯格^[1]发现了一种由三个纯胶子场强构成的 CP 破坏算符(以下简称温伯格算符)并研究了它对中子 EDM 的贡献后, 围绕温伯格算符与中子 EDM 的研究, 曾一度成为热门. 本文拟对这一问题的研究现状作一个较为系统的综述.

1. 中子 EDM 与 CP 破坏

早在 1950 年, Purcell and Ramsey^[2]就考虑到中子有可能存在 EDM. 但当时宇称(P)守恒仍被认为是一个精确的自然法则. 因此, 为了获得非零的 d_n , 他们构造了一个具有偶宇称的中子 EDM 表达式. 1957 年, 朗道^[3]首先注意到非零的 d_n 是 P、T (时间反演)不守恒的信号^[4]. 事实上, 一个粒子的电偶极矩必须与自旋矢量 \mathbf{J} 成比例, 它与外电场 \mathbf{E} 的耦合为

$$H_{int} = d_n \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}. \quad (1)$$

由此可知非零的 d_n 存在, 即意味着 P 和 T 对称性均已破坏. 由于 CPT 仍然是一个我们相信的精确的守恒定律, 故 T 的破坏就意味着 CP 破坏. 因为实验上已发现 P 和 CP 对称性均已破坏^[5,6], 故有可能所有 (除自共轭外) 具有自旋的粒子都有 EDM, d , 即使它很

本文 1991 年 11 月 5 日收到.

* 国家自然科学基金, 国家教委优秀青年教师基金和四川省应用基础研究经费资助.

小.

2. CP 破坏的实验结果

1) 在 $K_0 - \bar{K}_0$ 系统中的 CP 破坏参量的实验测量值:

$$(1) K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0, \Delta S = 2,$$

$$|\varepsilon| \sim (2.26 \pm 0.02) \times 10^{-3}. \quad (\text{Cronin, Fitch 等 1964 年})$$

$$(2) K_L \rightarrow 2\pi, \Delta S = 1,$$

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \sim (3.3 \pm 1.1) \times 10^{-3}, \quad (\text{CERN NA31 实验组 1988 年})$$

$$\sim (-0.5 \pm 1.4) \times 10^{-3}. \quad (\text{Fermi E-731 实验组 1990 年})$$

2) 中子电偶极矩 d_n 的实验测量值:

$$d_n < (-1.4 \pm 0.06) \times 10^{-25} \text{e.cm}, \quad (\text{Leningrad 实验组 1986 年})$$

$$< (-0.7 \pm 0.4) \times 10^{-25} \text{e.cm}, \quad (\text{Grenoble 实验组 1989 年})$$

$$< (-3 \pm 5) \times 10^{-26} \text{e.cm}. \quad (\text{Grenoble 实验组 1990 年})$$

由上述实验结果, 我们可以认为目前 d_n 的实验上限值为

$$|d_n| \leq 8 \times 10^{-26} \text{e.cm}. \quad (2)$$

3. 中子电偶极矩的计算方法

在相对论性场论中, 自旋为 $\frac{1}{2}$ 的费米场与电磁场的 CP 破坏的相互作用可用有效作用项描写为

$$if(q^2)\bar{\psi}(P_2)\sigma_{\mu\nu}\gamma_5\psi(P_1)F^{\mu\nu}, \quad (3)$$

式中 $q^2 = (P_2 - P_1)^2$, ψ 为费米子场量, $F^{\mu\nu}$ 为电磁场张量. 费米子的电偶极矩则相应于静态极限 ($q^2 \rightarrow 0$) 下, 形状因子 $f(q^2)$ 的取值:

$$d_\psi = f(0). \quad (4)$$

场论的可重整性要求排除了形如(3)式的耦合出现在最低阶的可能性. 然而这种相互作用项可作为圈图效应的结果而出现. 由于不存在树图水平上的电偶极矩, 故在可重整化的场论中, 高阶图形产生的 EDM 是有限的且是可以计算的^[7]. 因此, 在任何一个 CP 破坏的可重整化的场论模型中, 我们原则上可以计算出所有粒子的 EDM 的理论值, 在实践中, 这些计算有可能涉及从单圈到双圈甚至三圈图形, 或者需要考虑 QCD 的效应. 就中子的 EDM 而言, 在温伯格^[8]机制之前, 主要有下列计算方法.

1) 朴素的夸克模型

在非相对论夸克模型中, 中子的组分是 u 夸克和 d 夸克. 如果 u、d 夸克的 EDM 已计算出, 则应用 $SU(6)$ 波函数可直接得到中子的 EDM^[8]

$$d_n^{(V)} = \frac{1}{3}(4d_d - d_u). \quad (5)$$

显然 d_u 和 d_d 的计算是与模型有关的.

另一方面, 胶子与夸克的 CP 破坏的耦合可产生夸克的色电偶极矩 (CEDM), 它对

中子 EDM 也有贡献^[8,9]。这种耦合可表为

$$g_s f_q \frac{1}{2} \bar{q} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \frac{\lambda^a}{2} q G_a^{\mu\nu}, \quad (6)$$

式中 g_s 是 QCD 耦合常数, λ^a 是 $SU(3)$ 的盖尔曼矩阵, $G_a^{\mu\nu}$ 是胶子场强张量而 f_a 即夸克的 CEDM。同样应用 $SU(6)$ 波函数可得到^[8]

$$d_n^{(c)} = \frac{1}{3} e \left(\frac{4}{3} f_d + \frac{2}{3} f_u \right). \quad (7)$$

其中 f_u 和 f_d 仍需在具体的模型中加以计算。必须指出, 由于通常认为 $m_{u,d} \ll \Lambda_{\text{QCD}}$, 故 u 和 d 夸克的运动不象是非相对论性的, 而且 $\pi N \sigma^{[10]}$ 和质子自旋结构的测量^[11] 表明, 质子和中子也可能含有 ss 对, 所以上述基于朴素夸克模型和非相对论 $SU(6)$ 波函数假设的计算方法并不总是很可靠的。

2) 有效拉氏量

Barton 和 White^[12] 曾表明强子圈图可以对中子电偶矩产生贡献。这可用一个重子和赝标量介子的唯象拉氏量来描述, 它包括强耦合项

$$\mathcal{L}_s = -\sqrt{2} g \bar{B} i \gamma_5 B' M + h.c. \quad (8)$$

和弱耦合项

$$\mathcal{L}_w = \sqrt{2} f e^{-i\phi} \bar{B} B' M + h.c., \quad (9)$$

以及介子的动能项

$$\mathcal{L}_M = h e^{i\theta} D^\mu M'^{\dagger} + D_\mu M + h.c., \quad (10)$$

式中 $D_\mu = \partial_\mu + iQ A_\mu$, Q 为介子电荷, B 和 M 分别表示重子和介子的场量, A_μ 为电磁场, g , f 和 h 分别为其耦合常数, 由唯象学或某些特殊的弱作用模型确定, ϕ 和 θ 为两个参量相因子。采用这种有效拉氏量计算的圈图代表了 $m_p^2 \rightarrow 0$ ($m_{u,d,s} \rightarrow 0$) 时领头的贡献。有两类重要的对中子 EDM 有贡献的图形^[13], 它们分别表示 CP 破坏发生在弱作用的一阶和二阶过程。它们的贡献分别是:

$$d_n^{(1)} = \frac{egf}{4\pi^2} \sin(-\phi) \frac{1}{m_B} f^{(1)}\left(\frac{m_M}{m_B}\right) \quad (11)$$

及

$$d_n^{(2)} = \frac{egfh}{4\pi^2} \sin(\theta - \phi) \frac{1}{m_B} f^{(2)}\left(\frac{m_M}{m_B}\right), \quad (12)$$

式中 $f^{(1)}\left(\frac{m_M}{m_B}\right)$ 和 $f^{(2)}\left(\frac{m_M}{m_B}\right)$ 均由两个函数表达式组成, 可由具体的圈图计算给出^[13]。 m_M 和 m_B 分别为介子和重子的质量。 $d_n^{(2)}$ 的贡献一般很小, 只是当一阶弱作用贡献为零时, 它才有意义。通常 $d_n^{(1)}$ 的贡献是主要的。并且由于 $d_n^{(1,2)}$ 均含有对数项以及某些由 $\Delta I = \frac{1}{2}$ 规则的非强弱耦合的唯象放大效应, 使得采用这种方法计算出的 d_n 在一个给定的模型中较采用朴素的夸克模型方法计算出的 d_n 要大。

下面我们将应用上述方法在几种常见的 CP 破坏规范模型中所得出的中子 EDM, d_n 值归纳如下:

标准模型(三代):	$d_n \simeq 10^{-31} - 10^{-33} e \text{ cm.}$ (文献[12,13])
两个 Higgs 二重态模型:	$d_n \simeq 10^{-31} - 10^{-33} e \text{ cm.}$ (文献[13])
温伯格 CP 破坏模型:	$d_n \simeq 2 \times 10^{-26} \left(\frac{100 \text{ GeV}}{m_{H^0}} \right)^2 e \text{ cm.}$ (文献[14])
左-右对称模型:	$d_n \simeq 10^{-26} - 10^{-27} e \text{ cm.}$ (文献[15])
超对称模型 ($N = 1$):	$d_n \simeq 10^{-22} \phi e \text{ cm.}$ (文献[16])

二、温伯格算符及其重整化群的演化

1. 温伯格算符的提出

过去人们曾认为 QCD 具有 CP 对称性, 然而后来发现这个结论并不正确。因为 θ 真空的效应在 QCD 的拉氏量中引入了 CP 破坏的附加项

$$\mathcal{L}_\theta = \frac{\theta}{16\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a, \quad (13)$$

式中 $\tilde{G}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} G_{\rho\sigma}$ (约定 $\varepsilon^{0123} = 1$)。这种胶子算符可在味对角的轻夸克系统动力学中起作用, 产生对中子 EDM 的贡献^[17]:

$$d_n \sim O(10^{-16}\theta) e \text{ cm.} \quad (14)$$

同样我们还可以构造其它的量纲更高的纯胶子的 CP 破坏算符:

$$\mathcal{L}_{\text{glue}}(\text{CP}) = \mathcal{L}_\theta + C_6 G^2 \tilde{G} + C_8 G^3 \tilde{G} + \dots, \quad (15)$$

式中 $G \equiv G_{\mu\nu}$, $\tilde{G} \equiv \tilde{G}_{\mu\nu}$ 。与 θ 不同的是, 系数 C_6 和 C_8 可在具体的 CP 破坏模型中用弱作用参数加以计算。1989 年温伯格在重新分析了经交换中性 Higgs 粒子而导致 CP 破坏的模型^[14]后指出^[1], (15) 式中量纲为 6 的 CP 破坏算符 $G^2 \tilde{G}$ 可对中子 EDM 产生一大的贡献。温伯格将这个算符表为:

$$O_G(\mu) = -\frac{1}{3} f^{abc} g_{ab} \tilde{G}_{\mu\nu}^a G^{b\mu\alpha} G^{c\nu\beta}, \quad (16)$$

式中 μ 为重整化标度。下面我们将主要讨论这个所谓的温伯格算符及其相关问题, 也要简略讨论量纲为 8 的算符 $G^3 \tilde{G}$ 对中子 EDM 的贡献。

2. 温伯格算符的物理意义^[18]

(16) 式可写成玻色对称形式

$$O_G(\mu) = \frac{i}{768} f^{abc} G_{\mu\nu}^a G_{\lambda\rho}^b G_{\sigma\tau}^c \text{Tr}([\gamma^\mu, \gamma^\nu][\gamma^\lambda, \gamma^\rho][\gamma^\sigma, \gamma^\tau]\gamma_5). \quad (17)$$

应用 O_G 的这种形式, 我们可以证明 O_G 即胶子场强 $G_{\mu\nu}^a$ 的色电偶极矩

$$O_G = -\frac{1}{12} \tilde{G}_{\mu\nu}^a G_{\alpha\beta}^b (S^{\mu\nu})^{\alpha\beta, \sigma\tau} (F^a)_{bc} G_{\sigma\tau}^c, \quad (18)$$

其中 $(F^a)_{bc} = i f^{abc}$ 是伴随表示的色矩阵, 以及

$$(S^{\lambda\rho})^{\alpha\beta, \sigma\tau} = -\frac{i}{64} \text{Tr}([\gamma^\alpha, \gamma^\beta][\gamma^\lambda, \gamma^\rho][\gamma^\sigma, \gamma^\tau]) \quad (19)$$

是 Lorentz 群的反对称张量表示的自旋矩阵。事实上它确实满足 Lorentz 群生成元的代数关系

$$[S^{\mu\nu}, S^{\lambda\rho}] = i(g^{\nu\lambda}S^{\mu\rho} + g^{\mu\rho}S^{\nu\lambda} - g^{\nu\rho}S^{\mu\lambda} - g^{\mu\lambda}S^{\nu\rho}). \quad (20)$$

我们知道夸克的色电偶极矩算符可表为

$$O_q = \tilde{G}_{\mu\nu} \bar{q} \left(\frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} \right) T^a q, \quad (21)$$

式中 T^a 是色 $SU(3)$ 群基础表示的生成元, $\frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu}$ 是 Lorentz 群的 Dirac 旋量表示的自旋矩阵。将(18)式与(21)式作比较后不难发现, 温伯格算符可看作是胶子的色电偶极矩。

3. 温伯格算符的产生

温伯格算符可在不同的 CP 破坏的规范模型中, 通过交换重 Higgs 粒子^[1,19], 或者交换微胶子 (gluinos)^[20], 或者交换规范玻色子^[21] 而作为一个对中子电偶极矩有贡献的低能有效哈密顿量中的相互作用项出现

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = C_G(\mu) O_G(\mu) + \dots, \quad (22)$$

式中 $C_G(\mu)$ 是 Wilson 系数函数, 与 CP 破坏的模型有关, 可通过计算某些含三胶子外线的两圈费曼图来确定。可以证明^[22] 与三胶子顶角相应的温伯格算符在动量空间中的形式为

$$\mathcal{F} = -\frac{i}{16} f^{abc} \text{Tr}([\not{k}_1, \gamma^\mu][\not{k}_2, \gamma^\nu][\not{k}_3, \gamma^\lambda] \gamma_5), \quad (23)$$

式中 $\not{k} = k_\mu \gamma^\mu$, μ, ν, λ 和 a, b, c 是相应的三胶子外线的 Lorentz 指标和色指标。这样, 在积出有关的双圈费曼图的内线粒子后, 我们可以得到与(23)式成比例的项, 其系数即 Wilson 系数函数 $C_G(\mu)$ 。但是按此方式产生的温伯格算符通常是在很高的能量标度上, 因在我们感兴趣的几种 CP 破坏模型中有关的双圈图的内线粒子总是含有重粒子, 而温伯格算符的物理效应却是在低能强子标度上的; 因此我们必须应用 QCD 的重整化群方程来确定它随能量的演化行为, 并以此计算在随能量演化过程中的 QCD 修正。

4. 温伯格算符的演化

由于夸克色电偶矩算符 O_q 可从 CP 破坏的各种规范模型的单圈图中产生, 除全散度项外, O_G 和 O_q 是唯一涉及胶子场强且量纲小于或等于 6 的 CP 破坏的规范不变算符, 所以中子 EDM 的有效哈密顿量应包含下列项

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = C_G(\mu) O_G(\mu) + \sum_q C_q(\mu) O_q(\mu), \quad (24)$$

式中 Wilson 系数函数 $C_G(\mu)$ 和 $C_q(\mu)$ 均与 CP 破坏的模型有关。夸克算符 O_q 是唯一的量纲为 5 的 CP 破坏算符。由于不存在可与之混合的低量纲算符, 故在重整化群演化下, 它必须是一个本征态, 于是 O_q 的重整化群方程为

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} O_q(\mu) = \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} \gamma_{qq} O_q(\mu), \quad (25)$$

其中 γ_{qq} 为其反常量纲, 其值为^[23] $\frac{23}{2}C_A - 10C_F - \frac{2}{3}N_f$. 这里 $C_A = 3$, $C_F = \frac{4}{3}$ 分别是 $SU(3)$ 群伴随表示和基础表示的 Casimir 值, N_f 是在标度 μ 上的轻夸克味数. 对于 α_s 的一阶项, 温伯格算符 O_G 只能与夸克算符 O_q 混合, 故其重整化群方程为

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} O_G(\mu) = \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} \left\{ \gamma_{GG} O_G(\mu) + \gamma_{Gq} \sum_q m_q(\mu) O_q(\mu) \right\}. \quad (26)$$

因此 O_G 的重整化群演化规律由反常量纲 γ_{GG} 和 γ_{Gq} 控制, 其值分别为^[22] $\gamma_{GG} = -C_A - 2N_f$ 和 $\gamma_{Gq} = 2C_A$.

在文献[18]中已证明, 算符 O_G 和 O_q 的混合是属于更高阶的效应, 故可忽略. 为了保证 $\mu \frac{d}{d\mu} \mathcal{L}_{\text{eff}} = 0$, 算符对 μ 的依赖性必须与系数函数对 μ 的依赖性相互抵消. 因此, 一旦算符作为 μ 的函数的演化行为被确定后, 系数函数对 μ 的依赖性亦随之确定. 在忽略 O_G 和 O_q 的混合效应情况下, 系数函数的重整化群方程的解为

$$C_G(\mu) = \left(\frac{g_s(\mu)}{g_s(M)} \right)^{\gamma_{GG}/\beta} C_G(M), \quad C_q(\mu) = \left(\frac{g_s(\mu)}{g_s(M)} \right)^{\gamma_{qq}/\beta} C_q(M), \quad (27)$$

其中 M 是产生出温伯格算符的质量标度, β 是 QCD 的 β 函数, 其值为 $\frac{1}{3}(11C_A - 2N_f)$. 在初值条件为 $C_q(M) = 0$ 以及 $C_G(M) = \tilde{C}_G(M)(g_s(M)/4\pi)^3$ 情况下, CP 破坏的有效哈密顿量(24)式变为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} &= \tilde{C}_G(M) \left(\frac{g_s(M)}{4\pi} \right)^3 \left(\frac{g_s(M)}{g_s(\mu)} \right)^{3\gamma_{GG}/\beta} O_G(\mu) \\ &= \tilde{C}_G(M) \left(\frac{g_s(M)}{g_s(\mu)} \right)^{108/23} \left(\frac{g_s(\mu)}{4\pi} \right)^3 O_G(\mu). \end{aligned} \quad (28)$$

这里我们已假定在标度 M 和 μ 之间味数是 5. 由(28)式不难看出, 对算符 O_G 的 QCD 修正是一个压低效应.

算符 O_q 在按其重整化群演化过程中虽不影响算符 O_G , 但它对所谓的连结条件有影响, 即当质量标度向下演化且经过一个重夸克的质量标度 m_q 时, 该夸克的色电偶矩算符 O_q 将对胶子算符 O_G 的系数函数产生一个移动. 设质量标度的演化过程是 $M \rightarrow m_q \rightarrow \mu$, 则计算表明^[22], 这个移动量为

$$C_G(m_q^-) = C_G(m_q^+) + C_q(M) \left(\frac{g_s(m_q)}{g_s(M)} \right)^{\gamma_{qq}/\beta} \frac{1}{8\pi} \frac{\alpha_s(m_q)}{m_q}. \quad (29)$$

由于这个移动量的存在, 在强子标度上对 $C_G(\mu)$ 的贡献包含着一个来自 O_q 从 M 向下演化至 m_q 时的增加值, 接着当 O_G 继续从 m_q 演化至 μ 时将被压低. 如果在弱作用标度 ($M \sim M_w$) 上, $C_q(M)$ 和 $C_G(M)$ 均不为零时, 这个移动量是很大的, 在超对称模型^[20]情况下, 我们很容易看到这点.

5. QCD 修正因子 ζ_{QCD} 的确定

在中性 Higgs 交换模型^[14]中, 温伯格算符 O_G 在 $M \sim M_w$ 标度上产生. 按照标准的程式, 我们可以继续求解当 $M \rightarrow m_b \rightarrow m_c \rightarrow \mu$ (强子标度)时, 在不考虑 O_G 与 O_q 混

合的情况下,系数函数的重整化群方程,从而得到

$$\zeta_{\text{QCD}}^{\text{NH}} = \left(\frac{g_s(\mu)}{4\pi}\right)^3 \left(\frac{g_s(M)}{g_s(m_b)}\right)^{108/23} \left(\frac{g_s(m_b)}{g_s(m_c)}\right)^{108/25} \left(\frac{g_s(m_c)}{g_s(\mu)}\right)^{108/27}, \quad (30)$$

其中我们已假定在上述三个演化阶段中夸克的味数分别为 5, 4, 3. 若取 $\mu \sim 250\text{MeV}$, 则 $\zeta_{\text{QCD}}^{\text{NH}} \sim \frac{1}{800}$ ^[19], 而不是文献[24]中所给出的放大约 800 倍的效应.

在带电 Higgs 交换模型^[25]中, O_G 在 m_b 的标度上产生, 故 QCD 的修正因子 $\zeta_{\text{QCD}}^{\text{CH}}$ 的计算^[19]与上面情形有所不同. 在该模型中, 当 CP 破坏的三胶子振幅产生出来时, 在有关的双圈费曼图中作为内线粒子的 b 夸克和 t 夸克均将出现. 假定 t 夸克在电弱标度($m_t \sim M_W$)上, 而 b 夸克在其阈值上, 则我们面临两个不同的标度. 为了计算 QCD 的重整化效应, 必须分两步除去 t 夸克和 b 夸克. 首先, 我们积出 t 夸克, 这时算符 O_G 还未出现于 t 夸克标度以下的有效理论中, 但 b 夸克获得色电偶极矩 (原则上, s 夸克和 c 夸克亦如此, 但它们将被混合角所压低, 故可忽略不予考虑); 当 b 夸克被进一步从有效理论中积出后, 温伯格算符 O_G 则由 b 夸克的色电偶极矩间接地产生出. 按这种分两步的演化程序, 在求解各自的重整化群方程后, 我们可以得到^[19]

$$\zeta_{\text{QCD}}^{\text{CH}} = \left(\frac{g_s(\mu)}{4\pi}\right)^3 \left(\frac{g_s(M)}{g_s(m_b)}\right)^{28/23} \left(\frac{g_s(m_b)}{g_s(m_c)}\right)^{108/25} \left(\frac{g_s(m_c)}{g_s(\mu)}\right)^{108/27}. \quad (31)$$

在左-右对称模型中, $\zeta_{\text{QCD}}^{\text{LR}}$ 的计算类似于上面情况, 略有不同的是, 不存在 b 夸克的跑动质量效应. 这时 QCD 的修正因子为^[19]

$$\zeta_{\text{QCD}}^{\text{LR}} = \left(\frac{g_s(\mu)}{4\pi}\right)^3 \left(\frac{g_s(M)}{g_s(m_b)}\right)^{4/23} \left(\frac{g_s(m_b)}{g_s(m_c)}\right)^{108/25} \left(\frac{g_s(m_c)}{g_s(\mu)}\right)^{108/27}. \quad (32)$$

对于超对称模型, 我们也可作类似的分析, 它和带电 Higgs 交换模型并无太大区别. 由于含微胶子的圈图中内线粒子均为超对称粒子, 其质量很可能均较大, 故应首先被积出, 从而使较轻的夸克获得色电偶极矩. 该模型最显著的特征是, 假定所有超对称粒子具有相同的质量标度, 则所有夸克的色电偶极矩同时产生并具有同样的量级.

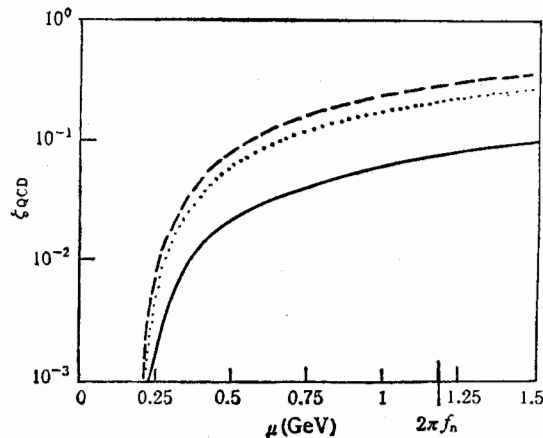


图1 QCD 重整化修正因子 ζ_{QCD} 随强子标度的变化曲线 (NH, CH, L-R 模型中)

——NH ---LRCH

综合上述结论,我们将前三个模型的 QCD 修正因子 ζ_{QCD} 随重整化标度 μ 的变化关系反映在图 1 中. 从图中可看到在 NH 模型中, QCD 的修正相对较大(表现为压低). 在该模型中温伯格算符 O_G 在电弱标度 ($\sim M_W$) 上就出现,若重整化低端点如文献[1]中那样取为 $\sim 250\text{MeV}$, 则 QCD 修正的计算在该点附近已经变得很不可靠. 事实上,在该点处三条曲线都迅速下降. 如果我们选择 μ 在手征破缺标度 $\sim 1.19\text{GeV}$ 处,则重整化效应将减少几乎两个量级. 因此将这种对 μ 的依赖性吸收进温伯格算符 O_G 的强子矩阵元中,其可靠性是需要进一步认真研究的.

三、温伯格算符产生的中子 EDM

根据中子电偶极矩算符的定义

$$\Delta\mathcal{L}_{\text{eff}} = d_n \bar{\psi}_n \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \psi_n F^{\mu\nu}, \quad (33)$$

我们要将温伯格算符与上式联系起来,从而给出它对中子 EDM 的贡献,显然是非常困难的. 事实上,至今我们还不知道如何精确地去实现这种计算. 因此我们不得不依靠一些合理的分析来做出近似的估计. 应用纯量纲分析 (Naive dimensional analysis)^[26]方法,温伯格给出了算符 O_G 对中子 EDM 贡献的估计值为^[1]

$$d_n \sim \frac{eM_x}{4\pi} \zeta_{\text{QCD}}(\mu) \tilde{C}_G(M), \quad (34)$$

式中 M_x 为手征破缺标度 $\sim 1.19\text{GeV}$, μ 是强子标度. 注意, Wilson 系数函数 $C_G(\mu)$ 中的因子 $\left(\frac{g_s(\mu)}{4\pi}\right)^3$ 已被吸收进 QCD 重整化因子 $\zeta_{\text{QCD}}(\mu)$ 之中,故(34)式中的 $\tilde{C}_G(M)$ 已与 μ 无关. 一旦在具体的模型中,通过双圈图的计算而确定相应的 $\tilde{C}_G(M)$ 后,再由前面讨论所给出的 ζ_{QCD} ,就可以估算出温伯格算符对中子 EDM 的贡献.

在 CP 破坏起源于中性 Higgs 混合的模型中, O_G 对中子 EDM 贡献的估计值为

$$d_n \sim 2.0 \times 10^{-21} \zeta_{\text{QCD}}^{\text{NH}}(\mu) h\left(\frac{m_t}{M_H}\right) \text{Im}z_2 \text{ e cm}, \quad (35)$$

式中 $\text{Im}z_2$ 是标量与赝标量 Higgs 混合而产生的复数相^[1]函数 $h\left(\frac{m_t}{M_H}\right)$ 由文献[1]和[25]定义. 如果取 $\mu = 1\text{GeV}$, 则 $\zeta_{\text{QCD}}^{\text{NH}} \sim 3 \times 10^{-4}$; 在 $m_t \sim M_H$ 时,给出 $d_n \sim 6.0 \times 10^{-26} \text{Im}z_2 \text{ e cm}$

对于带电 Higgs 情形,我们也可进行类似的估算^[19]在 $\mu = 1\text{GeV}$ 时, $\zeta_{\text{QCD}}^{\text{CH}} \sim 10^{-3}$; 如 $m_t \sim M_H^+$, 则 $d_n \sim 3 \times 10^{-25} \text{Im}z_2' \text{ e cm}$.

在左-右对称模型中,假定右手标度在 TeV 量级上,我们有^[21]

$$d_n \sim 1.59 \times 10^{-19} \zeta_{\text{QCD}}^{\text{LR}}(\mu) f\left(\frac{m_t}{M_W}\right) \sin \xi \sin \eta \text{ e cm}, \quad (36)$$

式中 ξ 和 η 分别是左-右混合角和 CP 破坏的相因子,函数

$$f(x) = (2x + 6x^3 \ln x - 3x^3/2 - x^7/2)/(1 - x^2)^3,$$

当 $1 < \frac{m_t}{M_W} < 5$ 时,其量级为 1. 如取 $\mu = 1\text{GeV}$, 则 $\zeta_{\text{QCD}}^{\text{LR}} \sim 1.5 \times 10^{-3}$; 假设 $m_t \sim$

M_W , 可得到 $d_n \sim 2 \times 10^{-22} \times \sin \xi \sin \eta \text{ e cm}$. 在最小的左-右对称模型^[27]中, CP 破坏参数 ϵ 要求 $\sin \xi \sin \eta$ 为 1.5×10^{-6} , 因此 $d_n \sim 3 \times 10^{-28} \text{ e cm}$.

综上所述, 由于 QCD 修正所导致的较大的压低效应, Weinberg 算符在大多数可对中子 DM 作出较为可靠预言的 CP 模型中, 其贡献并不是主要的. 但是通过 Weinberg 机制确实可以在较 K 介子系统的 CP 破坏模型更为广泛的一些模型中给出对 CP 参数非平凡的约束, 而这种约束在 K 介子系统的 CP 模型中却未曾受到过. 当然, 我们也应该看到上述计算仍包含着较大的不确定因素. 如图 2 所示, 中子 EDM 对重整化群的低能端极为敏感, 压低因子很容易被过头估计一两个数量级. 从图 1 和图 2 可以看到当强子标度小于 250 MeV 时所有曲线都迅速下降. 为除去这种不确定性, 必须寻求强子矩阵元更为可靠的计算. 总之, 应用 Weinberg 机制产生中子 EDM 并不排除任何合理的 CP 破坏模型. 但它确实是产生中子 EDM 的一种有效的机制, 并可以此促进对中子 EDM 的实验测量作进一步改进.

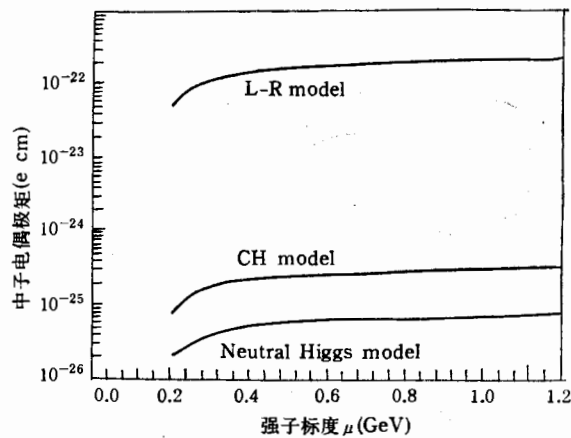


图 2 中子电偶矩随强子标度 μ 的变化曲线 (NH, CH, L-R 模型中)

Weinberg 也指出^[1]: 形如(15)式给出的量纲为 8 的 CP 破坏的四胶子算符 \mathcal{O}_4 也对中子 EDM 有贡献. \mathcal{O}_4 可以写为:

$$\mathcal{O}_4 = \frac{1}{12} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} G_{\alpha\beta}^b \tilde{G}^{b\alpha\beta}. \quad (37)$$

Anselm 等人的研究指出^[28], 有一类双圈图可以诱导出 \mathcal{O}_4 . \mathcal{O}_4 仍产生于重标度 ($\sim m_t$ 或 m_H), 并且它的贡献与重 τ 夸克质量无关. 具体计算给出其系数函数为^[28]

$$C_4(M) = \frac{2\sqrt{2} G_F}{M_H^2} \left(\frac{g_s}{4\pi} \right)^4 \text{Im} z_2, \quad (38)$$

这里 M 是重标度. Morozov^[29] 证明了 \mathcal{O}_4 象 \mathcal{O}_6 一样也会获得其 QCD 的重整化效应. 在考虑 QCD 修正时 g_s 必须以跑动耦合常数 $g_s(\mu)$ 代替, 同时须加入修正因子:

$$\zeta_{\text{QCD}}^4 = (g_s(M)/g_s(\mu))^{\gamma_4/\beta}, \quad (39)$$

式中 γ_4 为算符 $g_s^4(\mu)\mathcal{O}_4(\mu)$ 的反常量纲. 对于 $SU(3)$ $\gamma_4 = +12$ ^[29]. 由于符号为正, 这意味着在低能标度 μ 上有一个 QCD 的放大效应. 按文献[1]的结果, 我们有 $g_s(M)/$

$4\pi = 0.1$, $g_s(\mu) = 1/\sqrt{6}$, 故 $\zeta_{\text{QCD}}^4 \sim 9$.

应用纯量纲分析 (NDA) 方法, 同样可以估计出 \mathcal{O}_4 对中子 EDM 的贡献 d_n^4 :

$$\begin{aligned} d_n^4 &\sim \frac{e}{8\pi^2} \frac{\sqrt{2} G_F M_x^3}{M_H^2} \left(\frac{g_s(\mu)}{4\pi}\right)^4 \left(\frac{g_s(\mu)}{g_s(M)}\right)^{36/23} \text{Im} z_2 \\ &\sim 1.8 \times 10^{-25} \left(\frac{100\text{GeV}}{M_H}\right)^2 \text{Im} z_2 \text{ e cm}, \end{aligned} \quad (40)$$

式中 M_x 为手征破坏标度 (1.19 GeV), 并假设 M 到 μ 之间的重夸克味数为 5. 由上式可知, 对于轻 Higgs ($\sim 1\text{GeV}$), 除非把参数 $\text{Im} z_2$ 调得很小, 否则, 由 \mathcal{O}_4 产生的对 d_n 的贡献将超过 d_n 的实验上限值达几个数量级. 对于重 Higgs ($\sim 100\text{GeV}$), d_n^4 也比 d_n^0 高出约两个数量级. 而对于更重的 Higgs, 这种情况才会发生改变. 同样地, 若考虑 b 夸克和 c 夸克的贡献, 上述结果还将放大 7 倍.

除上述双圈图形外, 还有其它的不可约的双圈图对 \mathcal{O}_4 有贡献. 这些贡献以及 \mathcal{O}_4 与其它量纲为 8 的 CP 奇的算符的混合效应等问题也正在研究之中^[30].

四、最新发展

受 Weinberg 工作的启发, Barr 和 Zee 最近指出^[31], 在 CP 破坏的中性 Higgs 交换模型中, 有一类新的双圈图对电子 EDM 有贡献. 其结果比同一模型中的单圈图的贡献高出约 8 个数量级. 出现这种结果的原因是由于双圈图中只有一次来自 Higgs- 电子耦合的电子质量压低效应, 而不是象单圈图中的有三次幂的电子质量压低效应.

在上述电子 EDM 的 Barr-Zee 机制中, 若把图中电子外线换成轻夸克外线 (u 或 d 夸克)、光子外线换成胶子外线, 就可以得到轻夸克 CEDM 的双圈图. 先后积出内线 t 夸克和 Higgs 粒子, 即可诱导出轻夸克的 CEDM^[32]:

$$d_u^c = g_s f_u = 2m_u \frac{g_s^3}{(4\pi)^4} \sqrt{2} G_F \frac{\text{Im} z_0 - \text{Im} \tilde{z}_0}{\tan^2 \beta} (f(x) + g(x)), \quad (41a)$$

$$d_d^c = g_s f_d = 2m_d \frac{g_s^3}{(4\pi)^4} \sqrt{2} G_F [(f(x) + g(x)) \text{Im} z_0 - (f(x) - g(x)) \text{Im} \tilde{z}_0], \quad (41b)$$

其中

$$f(x) = \frac{1}{2} z \int_0^1 dx \frac{1 - 2x(1-x)}{x(1-x) - z} \ln \frac{x(1-x)}{z}, \quad (42a)$$

$$g(x) = \frac{1}{2} z \int_0^1 dx \frac{1}{x(1-x) - z} \ln \frac{x(1-x)}{z}, \quad (42b)$$

式中 $z = m^2/m_H^2$. 上面的结果是在两个 Higgs 二重态模型的框架下进行计算的, 并假设其占支配地位的贡献来自最轻的 Higgs 玻色子. $\tan \beta$ 定义为 Higgs 玻色子 VEV 的比值 v_2/v_1 . 通常 $f(x)$ 与 $g(x)$ 具有相同的数量级, 除非 z 非常小.

当 t 和 H 被积出后, 轻夸克的 CEDM 在重质量标度上被诱导产生, 所以必须考虑 QCD 的重整化效应, 其修正因子为:

$$\zeta_{\text{QCD}}^4 = (g_s(M)/g_s(\mu))^{74/23}, \quad (43)$$

式中已假设夸克味数为5。根据价夸克模型的结果,可以得到中子的电偶矩 d_n 约为^[32]:

$$d_n = 6.2 \times 10^{-26} \left(\frac{m_d}{10\text{MeV}} \right) e \text{ cm}, \quad (44)$$

这里已经假设 $m_t \sim m_H$, $\text{Im}z_0$ 与 $\text{Im}\tilde{z}_0$ 均为单位数量级。显然在与文献[14]相同的 CP 破坏模型中,即使使用流夸克质量,这一贡献也比单圈图的贡献大。如果使用组分夸克质量,上述结果还会提高1—2个数量级。当然,这已经比 NH 模型中 \mathcal{O}_6 的贡献高出约一个数量级,而与 \mathcal{O}_4 的贡献差不多。

如果在述双圈图中仍使用光子外线而不是以胶子外线替换。则可以诱导出轻夸克的电偶极矩。计算表明^[31],它对中子 EDM 的贡献要比胶子双圈图的贡献要小一些。所以,胶子双圈图机制确实能够对 CP 破坏参数或中性 Higgs 玻色子质量给出非平凡的约束。当然,由于存在不可计算的一些软 QCD 效应,胶子机制对 d_n 的估算比光子机制有更多的不确定因素。因此,最终的结论还有待进一步的研究。

五、结 束 语

我们已经扼要地介绍了中子电偶极矩的主要计算方法,特别是较为详细地阐述了温伯格最新提出的通过量纲为6和8的胶子 CP 破坏算符来计算中子电偶极矩的机理;同时我们也简要地评述了在温伯格机制提出后的新发展,重点讨论了可产生大的带电轻子电偶极矩的所谓 Barr-Zee 机制以及作为它的推广,用于产生大的轻夸克的电偶极矩和色电偶极矩并进而计算中子电偶极矩的机理。上述所有机制都涉及双圈图的计算,它们的共同特征是其结果均不为小的混合角和轻费米子质量所压低,且都在实验可测量的范围之内。因此提高对中子 EDM 的实验测量精度的确可帮助我们在 K 介子系统之外的物理系统中揭示 CP 破坏的起源和产生机理。

作者之一(李重生)感谢在美国 Northwestern 大学工作期间与 E. Braaten 教授, Darwin Chang 教授以及 R. J. Oakes 教授和 T. C. Yuan 博士的许多有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **63**(1989), 2333.
- [2] E. Purcell and N. Ramsey, *Phys. Rev.*, **78**(1950), 807.
- [3] L. D. Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **32**(1957) [*Sov. Phys. JETP* **5**(1957), 336], 405.
- [4] T. D. Lee and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **104**(1956), 254; C. S. Wu et. al., *Phys. Rev.*, **105**(1957), 1413.
- [5] J. H. Christenson, J. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay, *Phys. Rev. Lett.*, **13**(1964), 138.
- [6] E. P. Shabalin, *Usp. Fiz. Nauk.*, **139**(1983) [*Sov. Phys. Usp.* **26**(4) (1983)], 561.
- [7] A. Pais and J. R. Primack, *Phys. Rev.*, **D8**(1973), 3063.
- [8] E. P. Shabalin, *Sov. J. Nucl. Phys.*, **28**(1978), 75; **31**(1980), 864; **32**(1980), 228.
- [9] A. R. Zhitnitskii and I. B. Khriplovich, *Yad. Fiz.*, **30**(1979), 456 [*Sov. J. Nucl. Phys.*, **30**(1979), 240].
- [10] T. P. Cheng, *Phys. Rev.*, **D13**(1976), 2161.
- [11] S. J. Brodsky, J. Ellis and M. Karliner, *Phys. Lett.*, **B206**(1988), 309.
- [12] G. Barton and E. D. White, *Phys. Rev.*, **184**(1969), 1660.
- [13] X. G. He, et. al., UH-511-666-89, UM-P-89/2, OZ-1989/01.
- [14] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **37**(1976), 657; E. Beall and N. Deshpande, *Phys. Lett.*, **B132**(1983), 427; I. I. Bigi and A. Sanda, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 1604; H. Y. Cheng, *Phys. Rev.*, **D42**(1990), 2329.
- [15] X. G. He, B. H. J. McKellar and S. Pakvasa, *Phys. Rev. Lett.*, **61**(1988), 1267.

- [16] J. M. Gerard, W. Grimus, A. Raychaudhuri and G. Zoupanos, *Phys. Lett.*, **B140**(1984), 349; J. M. Gerard, W. Grimus, A. Masiaro, D. V. Nanopoulos and A. Raychaudhuri, *Nucl. Phys.*, **B253**(1985), 93; P. Langacker and B. Sathiapalan, *Phys. Lett.*, **B144**(1984), 395; W. Buchmuller and D. Wyler, *Phys. Lett.*, **B121**(1983), 321; J. Polchinski and M. Wise, *Phys. Lett.*, **B125**(1983), 393; J. M. Gerard, et al., *Phys. Lett.*, **B145**(1984), 400.
- [17] V. Baluni, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 2227; R. Crewther, et al., *Phys. Lett.*, **B88**(1979), 123; **B91**(1980), 487.
- [18] E. Braaten, C. S. Li and T. C. Yuan, *Phys. Rev.*, **D42**(1990), 276.
- [19] D. Chang, W. Y. Keung, C. S. Li and T. C. Yuan, *Phys. Lett.*, **B241**(1990), 589.
- [20] J. Dai, H. Dykstra, R. G. Leigh, S. Paban and D. A. Dicus, *Phys. Lett.*, **B237**(1990), 216 and **B242**(1990), 547(E); R. Arnowitt, M. J. Duff and K. S. Stelle, Texas Preprint CTP-TAMU-2/90; R. Arnowitt, et al., Texas Preprint CTP-TAMU-23/90.
- [21] D. Chang, C. S. Li and T. C. Yuan, *Phys. Rev.*, **D42**(1990), 867.
- [22] E. Braaten, C. S. Li and T. C. Yuan, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1709.
- [23] R. K. Ellis, *Nucl. Phys.*, **B106**(1976), 239; M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, *JETP Lett.*, **23**(1976), 602; F. Wilczek and A. Zee, *Phys. Rev.*, **D15**(1977), 2660; M. A. Shifman, et al., *Phys. Rev.*, **D18**(1978), 2583.
- [24] J. Dai and H. Dykstra, *Phys. Lett.*, **B237**(1990), 256.
- [25] D. A. Dicus, *Phys. Rev.*, **D41**(1990), 999.
- [26] A. Manohar and H. Georgi, *Nucl. Phys.*, **B234**(1984), 189; H. Georgi and L. Randall, *Nucl. Phys.*, **B276**(1986), 241.
- [27] D. Chang, *Nucl. Phys.*, **B214**(1983), 435.
- [28] A. A. Anselm, V. E. Bunakov, V. P. Gudkov and N. G. Uraltsev, *Phys. Lett.*, **B152**(1985), 116.
- [29] A. Yu. Morozov, *Sov. J. Nucl. Phys.*, **40**(1984), 505.
- [30] D. Chang, T. W. Kephart, W-Y. Keung and T. C. Yuan, Work in progress.
- [31] S. M. Barr and A. Zee, *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 21; For a complete bosonic contribution in the neutral Higgs boson exchange models to the electron electric dipole moment, see D. Chang, W-Y. Keung and T. C. Yuan, Fermi-Lab/Northwestern Preprint, FERMILAB-PUB-90-144-T/NUHEP-TH-90-25.
- [32] J. F. Gunion and D. Wyler, Santa Barbara/Davis preprint NSF-ITP-90-109/UCD-90-13; D. Chang, W-Y. Keung and T. C. Yuan, Fermilab/Northwestern preprint FERMILAB-PUB-90-130-T/NUHEP-TH-90-22.

The Neutron Electric Dipole Moment and the Weinberg's Operator

LI CHONGSHENG HU BINGQUAN

(Department of Applied Physics, Chongqing University, 630044)

ABSTRACT

After a summary of the predictions for the neutron electric dipole moment in a number of models of CP violation, we review mainly the recent developments associated with Weinberg's purely gluonic CP violation operator. Its implications on the neutron electric dipole moment in various models of CP violation are discussed. Inspired by Weinberg's work, several new mechanisms of generating large electric dipole moments of charged leptons and large electric and chromo-electric dipole moments of light quarks are recently proposed. Brief discussions on these new developments are also given.