

三体势对 $O(6)$ 极限能谱的修正

王黄生 廖继志
(四川大学物理系, 成都 610064)

摘 要

本文在 IBM 哈密顿的基础上, 考虑 d 玻色子之间的三体相互作用, 引入了一种简单的等效三体势, 探讨它对 $O(6)$ 对称性的破缺. 并实际计算了 ^{196}Pt 、 ^{134}Ba 、 ^{192}Os 、 $^{72-76}\text{Ge}$ 和 $^{124-130}\text{Xe}$ 等偶偶核的能谱, 得到了与实验更加符合的结果.

一、引 言

自 1976 年 Arima 和 Iachello 等人提出相互作用玻色子模型 (IBM)^[1] 以来, 由于它作为一个非常简单的代数模型, 能够统一描述原子核的几种不同的集体运动, 因而引起了很多人的兴趣, 并不断对它进行改进和发展. 如为了将 IBM 推到较高角动量态, 处理 1^+ 、 3^+ ……等奇宇称带, 出现了 s、d、g IBM^[2,3], 为了使 IBM 能够适用于高自旋态问题, 合理解释回弯效应, 有人在 IBM 中考虑了二准粒子、四准粒子激发等^[4]. 1984 年 Heyde 等又首次在 IBM 哈密顿中, 引入了五参数的三体势^[5], 并通过计算说明当只取 $L=3$ 的一项时, 能够引起稳定的三轴形变. 而本文主要是针对典型 $O(6)$ 能谱与实验之间的固有差异, 考虑到在过渡核中, 较高角动量的玻色子对能谱有一定的影响, 从而引入三体相互作用势 V_3 . 为简单起见, 我们只用一个参数计算了包含所有 L 值的三体相互作用. 最后的计算结果表明 V_3 的第一项正好就是 Heyde 等得到的等效势, 它等价于引入一个 g 玻色子的作用. 可见 V_3 是一个更普遍三体势, 我们通过对 ^{196}Pt 、 ^{134}Ba 、 ^{192}Os 和 $^{72-76}\text{Ge}$ 、 $^{24-130}\text{Xe}$ 等一些 $O(6)$ 核能谱的具体计算, 说明它的引入改进了理论与实验的符合程度.

二、三体势的引入

按照文献[5], 加上三体项后, IBM 哈密顿具有如下形式:

$$H = H_{s,d} + \sum_L \theta_L [d^+ d^+ d^+]^{(L)} \cdot [\tilde{d} \tilde{d} \tilde{d}]^{(L)}, \quad (L = 0, 2, 3, 4, 6). \quad (1)$$

其中 $H_{s,d}$ 是 IBM 标准哈密顿^[6],

$$H_{s,d} = \varepsilon_d n_d + \kappa Q \cdot Q + \kappa' L \cdot L + \kappa'' P^+ \cdot P + q_3 \bar{T}_3 \cdot \bar{T}_3 + q_4 \bar{T}_4 \cdot \bar{T}_4. \quad (2)$$

θ_L 为三个 d 算符耦合成 L 时的三体势强度。Heyde 等人当时是为了研究原子核的三轴形变而引入三体势的,故在计算中只考虑了 $L=3$ 的一项,完全忽略了其它项的影响。为了普通讨论三体势对 IBM 对称性的破缺,我们在这里试图用其它方法去计算包含所有 L 值的三体相互作用。但为了避免计算的复杂性和减少自由参量数目,我们将 θ_L 取成与 L 无关的常量 P ,并引入一个耦合因子 $W(2222;2I)$ 以便消去中间角动量 I ,使最后表示式更为简明。这样只含一个强度参量的三体势取为

$$V_3 = 5P \sum_L \sum_I W(2222;2I) [(d+d^+)^{(L)} d^+]^{(L)} \cdot [(\tilde{d}\tilde{d})^{(L)} \cdot \tilde{d}]^{(L)}. \quad (3)$$

下面将(3)式化简以便计算矩阵元。首先利用算符 d^+, d 的对易关系,导出下列对易子:

$$[d_m^+, (dd)_m^{(L)}] = \begin{cases} -2 \sum_{\mu} (2\mu 2m | I m') d_{\mu}, & (I = 0, 2, 4). \\ 0, & (I = 1, 3). \end{cases} \quad (4)$$

再利用 \tilde{d} 的定义可得:

$$(\tilde{d}\tilde{d})_M^{(L)} = (-1)^M (dd)_{-M}^{(L)}. \quad (5)$$

于是交换(3)式中 L 与 I 的求和顺序,利用(4)、(5)两式和 C-G 系数的正交性,将(3)式的标积写出,不难得到:

$$V_3 = 5P(n_d - 2) \sum_{I,m} W(2222;2I) (d+d^+)_m^{(L)} (dd)_m^{(L)}, \quad (6)$$

式中 $n_d = \sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}$ 是 d 玻色子数算符。然后,再把(6)式中的耦合算符展开,利用 W 系数与 C-G 系数乘积的展开公式进行拉卡代数运算,并利用 d 算符的对易关系,可得:

$$V_3 = P[(d+\tilde{d})^{(2)} \cdot (d+\tilde{d})^{(2)} n_d - 2(d+\tilde{d})^{(2)} \cdot (d+\tilde{d})^{(2)} - n_d^2 + 2n_d]. \quad (7)$$

而 Heyde 等人^[5]的计算表明,引入一个 g 玻色子的作用可以用

$$H_{\text{eff}} = P(d+\tilde{d})^{(2)} \cdot (d+\tilde{d})^{(2)} \cdot n_d, \quad (8)$$

进行等价描述,比较以上两式可见, V_3 的第一项恰好就是等效相互作用 H_{eff} 。由此说明,我们引入的三体势 V_3 是一个更普遍的等效三体势,而且其中 $L \neq 3$ 的那些项的影响与 $L=3$ 的项相比几乎同样重要。

三、三体势对 $O(6)$ 能谱的修正

引入 V_3 后, $O(6)$ 极限下的哈密顿变为:

$$H = H_{O(6)} + V_3. \quad (9)$$

$H_{O(6)}$ 在 $O(6)$ 基 $|[N], \sigma, \tau, \nu, L, M\rangle$ 中是对角的,其本征值即 $O(6)$ 能谱为:

$$E = A \frac{1}{4} (N - \sigma)(N + \sigma + 4) + B \frac{1}{6} (\tau + 3)\tau + CL(L + 1), \quad (10)$$

其中 N 为玻色子数, σ 为广义辛弱数, τ 是 d 玻色子不配对数。所以,求 H 本征值的问题,也就是 V_3 在 $O(6)$ 基中 diagonal 的问题。本文只限于讨论 $\sigma = N$ 的情形。

先将 $O(6)$ 极限波函数用 $U(5)$ 的基来展开^[7]

$$|[N], \sigma = N, \tau, \nu, L, M\rangle = \sum_{n_d} \xi_{n_d, N}^{\sigma=N} |[N], n_d, \tau, \nu, L, M\rangle. \quad (11)$$

这里的

$$\xi_{n_d, N}^{\sigma=N} = \left[\frac{(N - \tau)! (N + 3 + \tau)! (n_d + 1 - \tau)!}{(N - n_d)! 2^{N+1} (N + 1)! (n_d + 1 - \tau)! (n_d + 3 + \tau)!} \right]^{1/2}. \quad (12)$$

再利用 $(d+\tilde{d})^{(2)}$ 在 $U(5)$ 极限波函数中的矩阵元^[1]

$$\begin{aligned} & \langle [N], n_d, \tau, \nu, L \| (d+\tilde{d})^{(2)} \| [N], n_d, \tau', \nu', L' \rangle \\ &= \sqrt{5} n_d \sum_{\tau_1 \nu_1 L_1} (-1)^{L+L_1} \sqrt{2L+1} \sqrt{2L'+1} [d^{n_d-1}(\tau_1 \nu_1 L_1) dL] \{d^{n_d} \tau \nu L\} \\ & \quad \times [d^{n_d-1}(\tau_1 \nu_1 L_1) dL'] \{d^{n_d} \tau' \nu' L'\} \times \begin{Bmatrix} L & 2 & L' \\ 2 & L_1 & 2 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

可算出 $(n_d - 2)(d+\tilde{d})^{(2)} \cdot (d+\tilde{d})^{(2)}$ 在 $O(6)$ 基 $|[N], \sigma = N, \tau, \nu, L, M\rangle$ 中的矩阵元.

$$\begin{aligned} & \langle [N], \sigma = N, \tau, \nu, L, M | (n_d - 2)(d+\tilde{d})^{(2)} \cdot (d+\tilde{d})^{(2)} | [N], \sigma = N, \tau', \nu', L', M' \rangle \\ &= 5 \sum_{n_d} \xi_{n_d, \tau}^{\sigma=N} \xi_{n_d, \tau'}^{\sigma=N} n_d^2 (n_d - 2) \sum_{\tau'' \nu'' L''} (2L'' + 1)(2L' + 1) \\ & \quad \times \sum_{\tau_1 \nu_1 L_1} (-1)^{L_1} \times [d^{n_d-1}(\tau_1 \nu_1 L_1) dL] \{d^{n_d} \tau \nu L\} \\ & \quad \times [d^{n_d-1}(\tau_1 \nu_1 L_1) dL''] \{d^{n_d} \tau'' \nu'' L''\} \begin{Bmatrix} L & 2 & L'' \\ 2 & L_1 & 2 \end{Bmatrix} \\ & \quad \times \sum_{\tau_2 \nu_2 L_2} (-1)^{L_2} [d^{n_d-1}(\tau_2 \nu_2 L_2) dL''] \{d^{n_d} \tau'' \nu'' L''\} \\ & \quad \times [d^{n_d-1}(\tau_2 \nu_2 L_2) dL'] \{d^{n_d} \tau' \nu' L'\} \times \begin{Bmatrix} L'' & 2 & L' \\ 2 & L_2 & 2 \end{Bmatrix} \delta_{LL'} \delta_{MM'}. \end{aligned} \quad (14)$$

以上(13)、(14)式中的 $[d^{n_d-1}(\tau_1 \nu_1 L_1) dL] \{d^{n_d} \tau \nu L\}$ 是玻色子的全同粒子 f, p 系数.

又 $\langle [N], \sigma, \tau, \nu, L | n_d | [N], \sigma, \tau', \nu', L' \rangle$ ^[7]

$$= \delta_{\tau\tau'} \delta_{\nu\nu'} \delta_{LL'} \left[\frac{N(N-1)}{2(N+1)} + \frac{\tau(\tau+3)}{2(N+1)} \right]. \quad (15)$$

由(14)、(15)两式即可算出等效三体势 V_3 的矩阵元, 然后加上 $H_{O(6)}$ 产生的对角元, 建立起(9)式 H 的能量矩阵, 最后再将整个矩阵对角化, 就得到三体势 V_3 对 $O(6)$ 能谱的修正.

四、计算结果和讨论

图1—4和表1给出了我们对 ^{196}Pt 、 ^{134}Ba 、 $^{124,126,128,133}\text{Xe}$ 、 ^{192}Os 和 $^{72,74-76}\text{Ge}$ 等10个核的具体计算结果. 我们用 Th.1 代表加三体势 V_3 后的理论计算能谱, Th.2 是用(10)式计算的典型 $O(6)$ 极限能谱, Exp. 代表实验能谱. 各参数的取值及与实验比较的情况分别如图(表)所示. 图1、图2中括号内的数字为量子数 σ, τ, ν .

从图1、图2显示的情况和表1中给出的数据, 我们可以看出: (1) 在加上三体势后,

表 1 $^{72,74,76}\text{Ge}$ 、 ^{134}Ba 和 ^{192}Os 五个核的理论计算谱与实验能谱的比较 (keV)

$^{76}\text{Ge}(N=5)$				$^{74}\text{Ge}(N=6)$				$^{72}\text{Ge}(N=7)$				$^{134}\text{Ba}(N=5)$				$^{192}\text{Os}(N=8)$			
$I(\sigma\tau\nu)$	Exp.	Th.1	Th.2	$I(\sigma\tau\nu)$	Exp.	Th.1	Th.2	$I(\sigma\tau\nu)$	Exp.	Th.1	Th.2	$I(\sigma\tau\nu)$	Exp.	Th.1	Th.2	$I(\sigma\tau\nu)$	Exp.	Th.1	Th.2
$0_1^+(500)$	0	0	0	$0_1^+(600)$	0	0	0	$0_1^+(700)$	0	0	0	$0_1^+(500)$	0	0	0	$0_1^+(800)$	0	0	0
$2_1^+(510)$	563	573	495	$2_1^+(610)$	598	694	508	$2_1^+(710)$	833	829	612	$2_1^+(510)$	604.7	623	640	$2_1^+(810)$	205.8	222	203
$4_1^+(520)$	1409	1311	1308	$4_1^+(620)$	1466	1429	1449	$4_1^+(720)$	1728	1706	1744	$4_1^+(520)$	1400.4	1277	1293	$4_1^+(820)$	580.3	568.9	553
$2_2^+(520)$	1107	1124	1115	$2_2^+(620)$	1203	970	947	$2_2^+(720)$	1464	1125	1151	$2_2^+(520)$	1168	1038	1020	$6_1^+(830)$	1089.2	1073	1050
$4_2^+(530)$	2018	2129	2136	$3_1^+(630)$	1695	1745	1749	$3_1^+(730)$	2064	2115	2123	$3_2^+(530)$	1643.2	1840	1872	$2_2^+(820)$	489.0	442	427
$0_2^+(531)$	1912	1862	1859	$4_2^+(630)$	2165	2027	2035	$4_2^+(730)$	2463	2488	2461	$4_2^+(530)$	1969.7	1995	2027	$4_2^+(830)$	909.6	877	852
$2_3^+(541)$	2506	2948	2977	$0_1^+(631)$	1485	1361	1318	$0_2^+(731)$	2028	1636	1615	$0_1^+(531)$	1760	1639	1646	$6_2^+(840)$	1465.5	1454	1423
$4_3^+(540)$	2739	3131	3173	$2_2^+(641)$	2198	2255	2267	$2_2^+(741)$	2401	2764	2767					$3_1^+(830)$	690.4	802	780
				$4_3^+(640)$	2572	2704	2768	$4_3^+(751)$	3072	4283	4426					$5_1^+(840)$	1143.5	1132	1315
B	C	P	B'	C'	B	C	P	B'	C'	B	C	P	B'	C'	B	C	P	B'	C'
634	13	11	620	14	522	32	42	440	36	770	40	103	538	42	580	17	23	548	19
															242	9	6	224	9

[注] 各参数值(已舍入取整)单位: keV, 实验值取自文献[10,11,14,15].

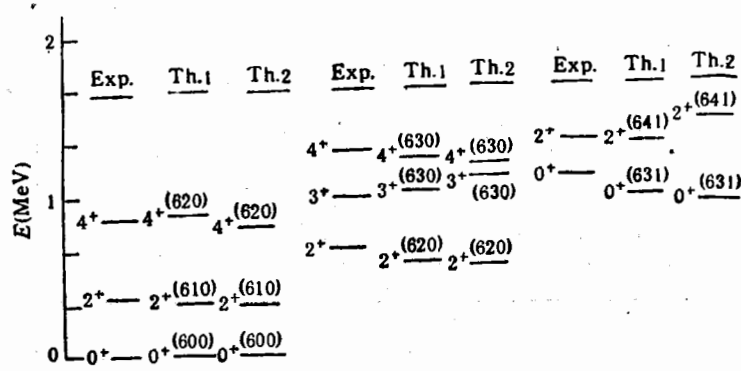


图1 ^{196}Pt 实验能谱与理论计算谱的比较
玻色子数 $N = 6$, Th.1 的参数: $B = 270$, $C = 23$, $P = 5$. Th.2 的参数: $B' = 302$, $C' = 17$. 单位: keV, Exp. 取自文献[8]

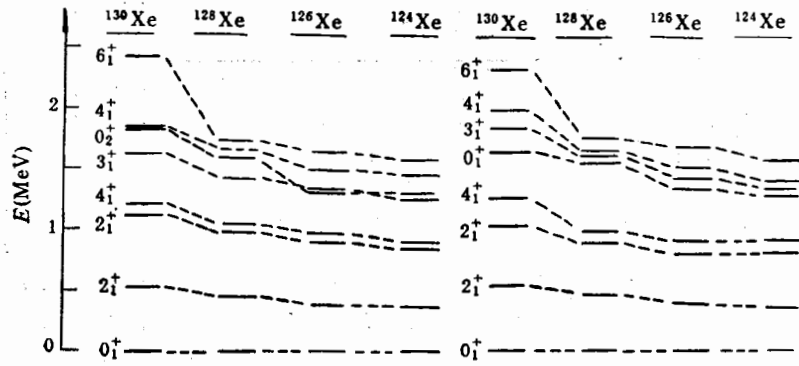
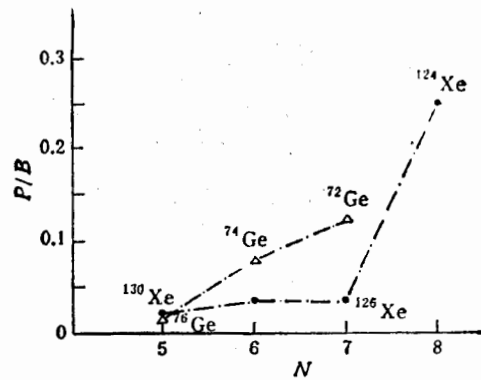
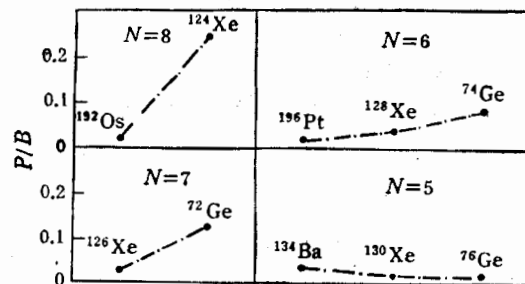


图2 Xe 同位素实验能谱与 $O(6)$ 极限加三体项理论计算谱的比较
参量值: ^{130}Xe , $B = 554$, $C = 16$, $P = 10$; ^{128}Xe , $B = 537$, $C = 5$, $P = 20$; ^{126}Xe , $B = 473$, $C = 8$, $P = 17$; ^{124}Xe , $B = 242$, $C = 7$, $P = -60$. Exp. 取自文献[9,12,13]

各理论能谱与实验的符合程度都有明显的改进,说明三体相互作用的确对 $O(6)$ 极限对称性造成了一定的破缺。(2)三体势对能谱的贡献呈现随能量的增高而增大的趋向,它的引入对那些较高能量的激发态如图1中的 2_3^+ 态, ^{192}Os 中的 6_2^+ 态、 5_1^+ 态, ^{72}Ge 、 ^{74}Ge 、 ^{76}Ge 中的 4_3^+ 态等有较大的修正,从而弥补了 IBM 在高端 (2MeV) 附近与实验偏差较大的不足。(3)典型的 $O(6)$ 极限能谱还有所谓的“Staggering”现象,即在能谱的准 γ 带中, 3^+-4^+ 态、 5^+-6^+ 态等比较靠近,造成了与基带能谱相比的分布“不均匀性”。而实验观察却并非都如此。加三体势后这种现象有明显改善。图 ^{195}Pt 核的能谱就是一个很好的例子。可见,某些核中“Staggering”现象不明显是由三体相互作用造成的。(4)在图2中,我们给出了Xe同位素能谱随玻色子数变化的情况,除了理论能谱中 0_2^+ 总是在 3_1^+ 以下外,理论计算谱基本上很好地再现了各实验能级的顺序及变化趋势,说明加三体项后的计算结果有较好的系统性。(5)为研究三体势强度参量 P 的系统性,我们在图3、4中分别画出了 P/B 值随玻色子数及质量数的变化情况。结果表明,对同一种同位

图 3 Ge 和 Xe 同位素核的 P/B 值对玻色子数 N 的标绘图 4 玻色子数 N 相同核素的 P/B 值对质量数 A 的标绘

素, P/B 值随玻色子数增大有增大的趋势; 在玻色子数相同时, P/B 值一般随质量数的增大而减小, 但 $N=5$ 时 P/B 值变化非常小。(6)人们通常在质量数 $A \sim 130$ 、 $A \sim 190$ 区寻找 $O(6)$ 核, 但我们发现^{72,74,76}Ge 等核的能谱具有 $O(6)$ 极限能谱的特征。计算结果表明, 加三体势后的 $O(6)$ 极限谱能相当好地描述这些核, 而且它们的三体势强度参量系统性与其它 $O(6)$ 核也基本相同。

通过以上各部分的讨论和具体计算, 可以得出结论, 我们所用的等效三体势不仅形式简单, 参数较少, 而且比 Heyde 等人提出的三体势计算简便易行, 同时也反映了一定的物理本质, 对 $O(6)$ 极限能谱有明显的改善。但是也可以看到, 加三体势后理论能谱与实验仍有一些差距, 这说明三体相互作用并不是造成 $O(6)$ 对称性破缺的唯一因素。本文讨论仅限于 $IBM=1$, 即没有区分质子型玻色子和中子型玻色子, 若要作进一步讨论, 则还须区分质子自由度和中子自由度。另外, 三体势对电磁跃迁几率有何影响, 也是一个值得进一步研究的问题。

参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **99**(1976), 253.
- [2] K. Heyde and P. Van. Isacker et al., *Nucl. Phys.*, **A280**(1982), 383.
- [3] 廖继志, 高能物理与核物理, **10**(1986), 486.
- [4] D. Vretenar and V. Paar et al., *Phys. Rev.*, **C42**(1990), 993.

- [5] K. Heyde et al., *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 1420.
- [6] K. Heyde, P. Van. Isacker et al., *Nucl. Phys.*, **A398**(1983), 235.
- [7] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **123**(1979), 468.
- [8] J. A. Cizewski, R. F. Casten et al., *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 167.
- [9] E. W. Schneider, M. D. Glascock et al., *Phys. Rev.*, **C19**(1979), 1025.
- [10] A. M. Kleinfeld, A. Bockisch and K. P. Lieb, *Nucl. Phys.*, **A283**(1977), 526.
- [11] E. W. Kleppinger and S. W. Yates, *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 2608.
- [12] T. Tamura, K. Miyano and S. Ohya, *Nucl. Data. Sheets*, **36**(1982), 244.
- [13] T. Tamura, K. Miyano and S. Ohya, *Nucl. Data. Sheets*, **41**(1984), 413.
- [14] C. Lebrun et al., *Phys. Rev.*, **C19**(1979), 1224.
- [15] D. Ardouin et al., *Phys. Rev.*, **C11**(1975), 1649.

Correction to the Energy Spectra in the $O(6)$ Limit by Three-Body Potential

WANG HUANGSHENG LIAO JIZHI

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064)

ABSTRACT

In this paper, considering the three-body interaction between the d bosons, a simple effective three-body potential is introduced into the IBM Hamiltonian, and its influence on the breaking of the $O(6)$ symmetry is investigated. Also the energy spectra of even-even nuclei ^{196}Pt , ^{134}Ba , ^{192}Os , $^{72-76}\text{Ge}$ and $^{124-130}\text{Xe}$ are calculated. The good fits with the experimental data are obtained.