

# 有限温度下的手征口袋模型\*

黄静宜 蔡圣善 胡嗣柱 苏汝铿

(复旦大学物理系, 上海 200433)

## 摘 要

在计及口袋外部 $\pi$ 介子云的热力学贡献后, 本文推广手征口袋模型至有限温度. 我们给出了手征口袋模型的半径和温度的依赖关系以及夸克去禁闭的临界温度.

## 一、引 言

在高温高密度下, 一般认为, 将出现夸克去禁闭相变. 除用点阵规范理论对量子色动力学作 Monte Carlo 模拟计算外, 许多工作企图从 QCD 唯象模型出发, 讨论夸克去禁闭的临界温度. 其中, 讨论得比较多的是各种口袋模型: 包括 Friedberg-Lee 模型<sup>[1,2]</sup>, MIT 口袋模型<sup>[3]</sup>等等. 推广这些口袋模型至有限温度的方法也各种各样, 有格林函数法<sup>[4]</sup>, 吉布斯函数判据法<sup>[5]</sup>, 广义 Bogoliubov 变换法<sup>[6]</sup>, Hartree-Fock 近似<sup>[7]</sup>等等, 所给出的去禁闭临界温度也各不相同.

本文企图从一个十分简单的模型出发讨论手征口袋模型半径随温度的变化. 在文献 [3] 中, Takagi 用一个非常简单的模型研究了 MIT 口袋模型的热力学性质. 在他的模型里, 半径为  $R$  的静止的 MIT 口袋在有限温度下除动能, 真空能量外, 还存在一项满足 Stefan-Boltzmann 定律的夸克-胶子气体的能量. 这一能量与温度  $T$  的四次方成正比. 由于口袋外是真空, 压强为零, 因此, 在达到热平衡时, 口袋内的压强亦为零. 利用这一压强平衡条件, 可给出口袋半径随温度的变化及夸克去禁闭相变的临界温度  $T_c$ . 这个模型虽然相当粗糙, 但所给出的结果却和比较严谨的考虑定性相符<sup>[8]</sup>.

仿照上述考虑, 我们将 Takagi 关于 MIT 口袋模型的热力学讨论推广到手征口袋模型. 在手征口袋模型<sup>[9]</sup>中, 在口袋外存在  $\pi$  介子场. 我们将计算  $\pi$  介子场对压强的贡献, 并由压强平衡条件重新讨论手征口袋半径随温度的变化. 我们将分别就袋常数  $B$  是常数及是温度的函数两种情况下讨论上述问题. 我们将证明, 若计及  $B$  是温度的函数, 临界温度  $T_c$  将下降.

## 二、基本公式

在手征口袋模型内部, 情况与 MIT 口袋模型相似. 按文献 [3], 其能量可表示为

本文 1991 年 6 月 13 日收到.

\* 国家自然科学基金及国家教委博士点基金资助.

$$E = \frac{C}{R} + BV + 3KT^4V, \quad (1)$$

式中

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3, \quad (2)$$

$$K = (7N_f/60 + 8/45)\pi^2, \quad (3)$$

其中,  $R$  是口袋半径,  $B$  是袋常数,  $N_f$  是夸克的味数。(1) 式右端第一项表示夸克和胶子的量子零点振动能, 第二项表示体积能, 第三项表示夸克-胶子气体的热能。利用 (1) 式, 可给出口袋内部的压强为

$$p_{in} = p_0 - B + p_r, \quad (4)$$

式中

$$p_0 = -\frac{d(C/R)}{dV} = \frac{1}{3}C\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}V^{-4/3}, \quad (5)$$

$$p_r = \frac{\varepsilon_r}{3} = KT^4. \quad (6)$$

现在讨论手征口袋外部。在手征口袋模型中, 口袋外是  $\pi$  介子场。按照这一模型,  $\pi$  介子之间的相互作用可略去。因此可将口袋外视为理想  $\pi$  介子气体。而且, 进一步, 由于在表面上手征口袋外的  $\pi$  流要变成口袋内的夸克流, 因此口袋外的  $\pi$  介子数不守恒, 其相应的化学势  $\mu$  为零。口袋外  $\pi$  介子的热力势  $\mathcal{Q}$  为<sup>[10]</sup>

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} &= k_B T \sum_i \ln(1 - e^{\beta(\mu - \varepsilon)}) \\ &= \frac{4\pi V_{out} g}{h^3} k_B T \int_0^{A/R} \ln\left(1 - e^{-\frac{\sqrt{p^2 + m_\pi^2}}{k_B T}}\right) p^2 dp, \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 式中,  $g$  是简并度数,  $V_{out}$  是口袋外的体积。由于  $\pi$  场只存在于强子口袋外, 按测不准关系, 对动量的积分的积分限不能趋于无限大。  $A/R$  相当于半径为  $R$  的强子口袋的形式因子。由 (7) 式, 可求得袋外  $\pi$  介子气的压强为

$$p_{out} = -\frac{\mathcal{Q}}{V_{out}} = -\frac{4\pi g k_B T}{h^3} \int_0^{A/R} \ln\left(1 - e^{-\sqrt{p^2 + m_\pi^2}/k_B T}\right) p^2 dp, \quad (8)$$

利用压强平衡条件

$$p_{in} = p_{out}, \quad (9)$$

由 (4) 式及 (8) 式, 可求出手征口袋模型半径随温度的变化。

### 三、结果和讨论

利用公式 (4)、(8)、(9), 可通过数值计算给出手征口袋模型半径  $R$  随温度的变化, 结果如图 1, 图 2(a), 图 2(b) 及图 3 所示。在数值计算中, 我们取公式中各参数的数值为  $m_\pi = 139\text{MeV}$ ,  $B$  选用文献[3]所给出的值。  $A$  由双极点拟合的质子的形式因子给出<sup>[11]</sup>, 其值为 4.279。参数  $C$  可由  $T = 0\text{K}$  时口袋半径  $R$  的值, 即口袋热膨胀的初始条件给出。

图1表示当选择  $T=0K$  时,  $R=0.84\text{fm}$  以定  $C$  值时口袋半径  $R$  随温度的变化, 这

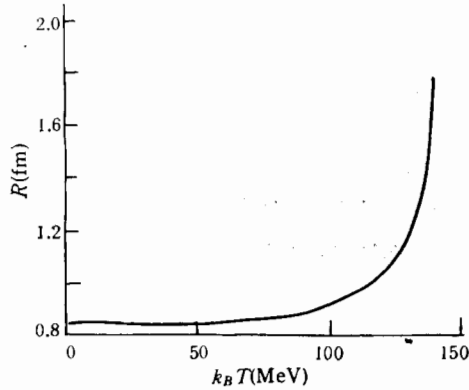


图1 取  $R(T=0) = 0.85\text{fm}$  时, 手征口袋模型半径随温度的变化

时  $C$  刚好等于  $3 \times 2.04$ , 与 MIT 袋模型的值一致. 另外, 为与文献 [3] 给出的 MIT 袋模型的  $R(T)$  曲线相比较, 在图2中我们选择  $T=0K$  时,  $R=1.3\text{fm}$  来定  $C$  值. 图2(a) 和图2(b) 表示在不同温区中 MIT 袋模型的  $R \sim T$  曲线  $A$  和手征袋模型的  $R \sim T$  曲线  $B$ . 由图1和图2(a), 图2(b), 我们得出如下结论:

1. 温度升高时, 口袋膨胀, 无论 MIT 口袋还是手征口袋,  $R$  均是  $T$  的单调上升函数. 但在低温区 ( $k_B T < 50 \text{ MeV}$ )  $R$  随  $T$  的变化很缓慢. 这是因为  $\pi$  的质量  $m_\pi$  为 139

MeV, 较大, 由(8)式可见, 只在  $k_B T$  较大时, 对  $p_{\text{out}}$  才会有显著的贡献. 在高温区, 由

图2(b)可见,  $R$  随  $T$  的增加上升得极快.

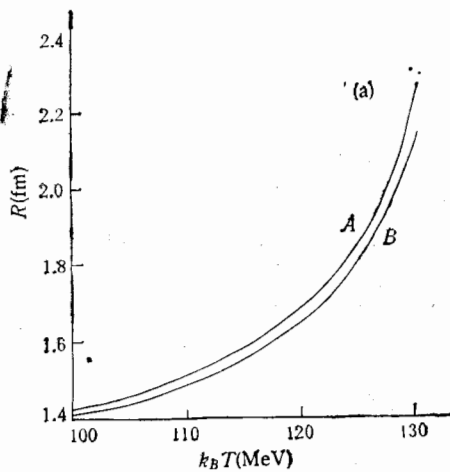


图2(a)

取  $R(T=0) = 1.3\text{fm}$ , MIT 袋模型半径随温度的变化(曲线  $A$ ); 手征袋模型半径随温度的变化(曲线  $B$ ), 温区为  $100\text{MeV}$  至  $130\text{MeV}$

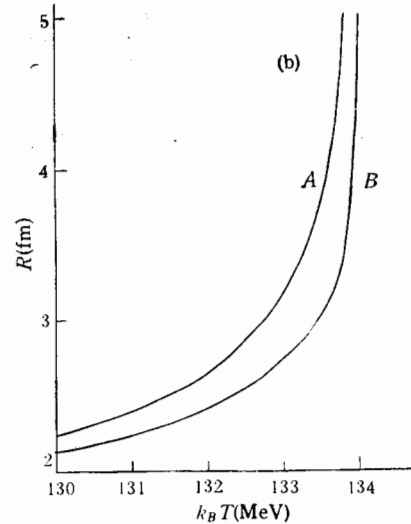


图2(b)

同图2a, 但温区取为  $130\text{MeV}$  至  $134\text{MeV}$

2. 由图2(a)及2(b)可见, 当温度升高时, 手征口袋模型的半径  $R$  的增加比 MIT 口袋模型慢. 这是因为这时口袋外有  $\pi$  场.  $\pi$  介子气的压强将妨碍口袋膨胀所致. 这个结果当然是非常合理的.

3. 若仍沿用文献 [3] 的论述, 由条件  $R(T_c) \rightarrow \infty$  来定夸克去禁闭温度  $T_c$ , 则由图1和图2(b)可见, MIT 袋模型和手征口袋模型的  $T_c$  相同. 这是因为当  $R \rightarrow \infty$  时,

手征口袋外的  $\pi$  场已完全通过口袋表面流入袋内而变成夸克流。因此事实上,当  $R \rightarrow \infty$  时,手征口袋模型与 MIT 袋模型已无任何区别。由 (8) 式可见,这时  $p_{out} = 0$ , 故而它们有相同的  $T_c$ 。

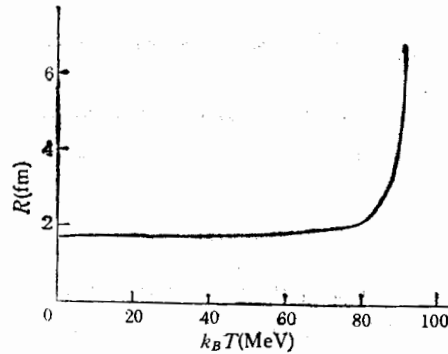


图 3  $B = B(T)$  时,手征口袋模型半径随温度的变化

另一方面,若将 MIT 袋模型视为 Friedberg-Lee 模型的特例,则袋常数  $B$  可由势场在伪真空的值给出。由于标量场的有效势将随温度而变化<sup>[4,6]</sup>, 因此  $B$  将是温度  $T$  的函数。与图 1, 图 2 中仿照文献 [3] 取  $B$  为常数不同,图 3 表示当  $B$  是  $T$  的函数时手征口袋半径  $R$  和  $T$  的函数关系。在计算中,  $B(T)$  的函数关系取为<sup>[12]</sup>

$$B(T) = B - \pi^2 T^4 \left[ \frac{8}{45} + \frac{7}{60} - \frac{1}{30} \right]. \quad (10)$$

由图 3 可见,结论 1,2,3 当  $B = B(T)$  时仍然成立。不但如此,比较图 2 和图 3 可得:

4. 无论对 MIT 模型还是对手征口袋模型,在考虑  $B = B(T)$  时给出的临界温度  $T_c$  比取  $B$  为常数时得出的临界温度小。这是因为,由 (10) 式可见,当  $T$  上升时,  $B$  减小,从而导致  $T_c$  减小。在我们的情况下,前者给出的  $T_c$  为 90.3 MeV, 后者给出的  $T_c$  为 134 MeV。

总结上述,在考虑了袋外  $\pi$  场的贡献后,我们将 Takagi 关于 MIT 口袋模型的热力学讨论推广到手征口袋模型。应该指出, Takagi 的讨论虽然比较粗糙,但他的优点是物理图象清晰。和 MIT 袋模型的情况相似,我们相信, Takagi 的方法对手征口袋模型也能给出良好的结果。即使作更为严谨的考虑,本文的结论 1 至 4 仍然成立。

### 参 考 文 献

- [1] R. K. Su and Z. Hu, *Phys. Lett.*, **141A**(1989), 420.
- [2] R. Goldflam and L. Wilets, *Phys. Rev.*, **25C**(1982), 1951.
- [3] F. Takagi, *Phys. Rev.*, **35D**(1987), 2226.
- [4] 毕品镇,郑挺方,苏汝铿,科学通报,**31**(1986),341.
- [5] R. Gagnon, *Phys. Rev.*, **28D**(1983), 2862.
- [6] R. K. Su and T. Chen, *Jour. of Phys.*, **20A**(1987), 5939.
- [7] E. K. Wang, J. R. Li and L. S. Liu, *Phys. Rev.*, **41D**(1990), 2288.
- [8] S. Kagiya, A. Nakamura and A. Minaka, *Prog. Theor. Phys.*, **75**(1986), 319.
- [9] G. E. Brown and M. Rho, *Phys. Lett.*, **82B**(1979), 177.
- G. E. Brown, M. Rho and V. Vento, *Phys. Lett.*, **97B**(1980), 423.

- [10] 苏汝铿, 统计物理学, 复旦大学出版社, 1990, p. 240.  
[11] 赖德, 基本粒子和对称性, 宋孝同等译, 科学出版社, 1983, p. 107.  
[12] R. D. Pisarski, *Phys. Lett.*, **110B**(1982), 155.

## Chiral Bag Model at Finite Temperature

HUANG JINGYI   CAI SHENSHAN   HU SIZHU   SU RUKENG

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433)

### ABSTRACT

By taking the thermodynamical contributions of the pion mesons cloud outside the bag into account, the chiral bag model is extended to finite temperature. The temperature dependence of the radius of the chiral bag and the critical temperature of quark deconfinement are given.