

双辐射衰变 $J/\psi \rightarrow \gamma\gamma V$ 的 角分布和推广的矩分析*

沈齐兴** 郁宏**

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

摘 要

本文讨论了 J/ψ 双辐射衰变过程 $J/\psi \rightarrow \gamma + X, X \rightarrow \gamma + V, V \rightarrow 2P$ (或 $3P$)。对于具有不同自旋-宇称 J^P 的中间态 X , 给出了相应的角分布螺旋度形式以及由推广的矩分析方法得到的各种矩的表达式。这些公式对于确定中间态 X 的自旋是有帮助的。

一、引 言

J/ψ 衰变一直是人们很感兴趣的一个研究课题。QCD 的计算表明, J/ψ 辐射衰变过程 $J/\psi \rightarrow \gamma + X$ 有利于胶子球的产生, J/ψ 的强衰变过程 $J/\psi \rightarrow V + X$ (V 为矢量介子) 有利于混杂态 ($q\bar{q}g$) 的产生^[1]。

由 Mark II 首先发现^[2], 并得到 Crystal Ball^[3]、Mark III^[4] 和 DM 2^[5] 等实验组证实的 ψ/η (1440) 被认为是胶子球的第一个候选者^[6]。同样, 在 J/ψ 辐射衰变过程中发现的 $\theta/f_2(1720)$ ^[7] 被认为是胶子球的另一个候选者。但是, ψ/η (1440) 和 θ/f_2 (1720) 的性质至今仍没有完全确定。例如, Mark III^[8] 和 DM 2^[9] 都发现, 在 1440 MeV 附近可能存在三个共振态, 而不只是 ψ/η (1440) 一个态。Mark III 的结果是, 三个共振态分别是 $J^{PC} = 0^{-+}$ 的 K^*K 的 P 波态、 $J^{PC} = 1^{++}$ 的 K^*K 的 S 波态和 $J^{PC} = 0^{-+}$ 的 $a_0(980)$ π 的 S 波态, 这三个态的质量、宽度和分支比分别为:

$$\begin{cases} m_1 = (1490^{+14+3}_{-8-16})\text{MeV}, \Gamma_1 = (91^{+67+13}_{-31-38})\text{MeV}, \\ \text{BR}(J/\psi \rightarrow \gamma X(1490), X(1490) \rightarrow K\bar{K}\pi) = (1.03^{+0.21+0.26}_{-0.18-0.19}) \times 10^{-3}. \\ m_2 = (1443^{+7+3}_{-6-3})\text{MeV}, \Gamma_2 = (68^{+29+8}_{-18-9})\text{MeV}, \\ \text{BR}(J/\psi \rightarrow \gamma X(1443), X(1443) \rightarrow K\bar{K}\pi) = (0.87^{+0.14+0.14}_{-0.14-0.11}) \times 10^{-3}. \\ m_3 = (1416^{+8+7}_{-8-5})\text{MeV}, \Gamma_3 = (54^{+37+13}_{-21-24})\text{MeV}, \\ \text{BR}(J/\psi \rightarrow \gamma X(1416), X(1416) \rightarrow K\bar{K}\pi) = (0.66^{+0.17+0.24}_{-0.16-0.15}) \times 10^{-3}. \end{cases}$$

另外, 不久前 Mark III 利用矩分析方法指出, $\theta/f_2(1720)$ 主要是 0^{++} 分量而不是 $2^{++[10]}$,

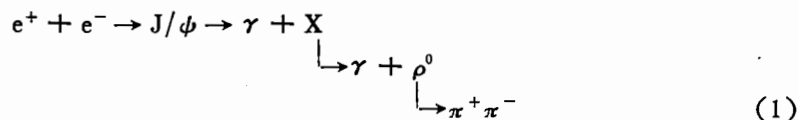
本文 1991 年 11 月 26 日收到。

* 国家自然科学基金资助。

** 中国科学院理论物理研究所客座研究人员。

从而推翻了原先几乎一致认为它是 2^{++} 粒子的结论。因此, 确定 $\psi(1440)$ 和 $\theta(1720)$ 的性质是理论和实验物理学家们的一项重要任务。

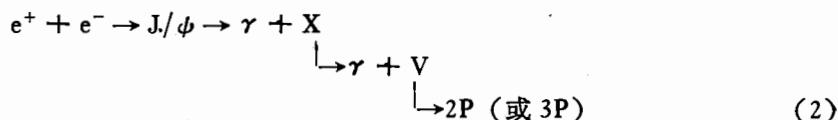
通过夸克作为中间态, 或者由于胶球波函数中有 $q\bar{q}$ 混合, 赝标胶子球相对于赝标 $q\bar{q}$ 介子的径向激发态可能有更大的辐射衰变宽度^[11]。所以, 有些作者建议^[12], 为了了解 $\psi(1440)$ 的性质, 我们应该研究 J/ψ 的双辐射衰变过程



实验上, Crystal Ball^[13]、Mark III^[14] 和 DM2^[9] 已对过程(1)作了测量, 但还没有得到完全一致的结果。例如, Mark III 在 1.2—1.5 GeV 能区对过程(1)进行了测量、分析。角分布的拟合表明, 在 1.2—1.35 GeV 的所谓“D 能区”, 其贡献主要来自轴矢量态 $f_1(1285)$; 在 1.35—1.5 GeV 的所谓“E 能区”, 只测定了 $\gamma\rho^0$ 质量分布峰的位置为 $1432 \pm 8 \text{ MeV}$, 宽度为 $90 \pm 26 \text{ MeV}$, 但无法确定它是 $f_1(1420)$ 还是 $\eta(1440)$ 。而 DM2 观察到的 $\gamma\rho^0$ 的质量分布峰的位置为 $1401 \pm 18 \text{ MeV}$, 宽度为 $174 \pm 44 \text{ MeV}$ 。

另外, 正如文献[15]中所指出的, 对于 J/ψ 双辐射衰变 $\gamma\gamma\rho$ 道和 $\gamma\gamma\phi$ 道的分析, 使我们有可能区分中间态粒子是胶子球、纯 $q\bar{q}$ 束缚态还是混杂态 $q\bar{q}g$ 。因为利用纯胶子球衰变的味道无关性, 同一胶子球到 $\gamma\gamma\rho$ 和 $\gamma\gamma\phi$ 的衰变, 具有几乎一样的衰变率, 而且 $\gamma\rho$ 与 $\gamma\phi$ 共振态在同一质量处。而对于 $q\bar{q}$ 和 $q\bar{q}g$ 态, $\gamma\phi$ 的峰预料比 $\gamma\rho$ 的峰要高约 300 MeV。

本文对一般的 J/ψ 双辐射衰变过程



进行了研究, 其中 P 为赝标介子, V 为矢量介子。对于具有不同自旋-宇称 ($J^P = 0^\pm, 1^\pm$ 和 2^\pm) 的中间态 X, 给出了相应的角分布螺旋度形式。我们发现, 在一般情况下, $J^{PC} = 0^{-+}$ 和 1^{++} 的角分布形式是不同的, $J^{PC} = 0^{++}$ 和 2^{++} 的角分布形式也不一样。因此, 如果在某个能区, 对于过程(2)的贡献来自单独的某个粒子, 通过对角分布的分析, 可以确定该粒子的自旋是 0, 1, 还是 2。

本文还利用推广的矩分析方法对过程(2)作了讨论。如果中间态 X 的自旋 $J = 0$, 只存在二个不为零的矩和二不为零的向前矩; 如果 $J = 1$, 有六个不为零的矩和十八个不为零的向前矩; 对于 $J = 2$, 有四十六个不为零的矩和八十二个不为零的向前矩。我们相信, 这些矩的表达式, 对于进一步了解“D”能区和“E”能区的复杂结构是有帮助的。

二、角分布公式

对于 J/ψ 的双辐射衰变过程(2), 其 S 矩阵元为

$$\begin{aligned} \langle \gamma \gamma \text{PP} | S-1 | e^+ e^- \rangle &\sim \langle \phi_{\lambda_j} | T | e^+ e^- \rangle \langle \gamma_{\lambda_1} X_{\lambda_X} | T_1 | \phi_{\lambda_j} \rangle, \\ &\langle \gamma_{\lambda_2} V_{\lambda_V} | T_2 | X_{\lambda_X} \rangle \langle \text{PP} | T_3 | V_{\lambda_V} \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_X, \lambda_V$ 和 λ_j 分别是第一个光子、第二个光子、粒子 X、矢量介子 V 和 J/ ϕ 粒子的螺旋度。它们分别取值 $\lambda_1, \lambda_2 = \pm 1, \lambda_X = 0, \pm 1, \dots, \pm J$ (J 为中间态 X 的自旋), $\lambda_V, \lambda_j = 0, \pm 1$ 。 γ 和 γ' 分别是正、负电子的极化指标。

在第一个光子的螺旋度坐标系中^[6],

$$\langle \gamma_{\lambda_1} X_{\lambda_X} | T_1 | \phi_{\lambda_j} \rangle \sim A_{\lambda_1, \lambda_X}. \quad (4)$$

A_{λ_1, λ_X} 称为过程 $J/\phi \rightarrow \gamma + X$ 的螺旋度振幅。矩阵元

$$\langle \gamma_{\lambda_2} V_{\lambda_V} | T_2 | X_{\lambda_X} \rangle \sim B_{\lambda_1, \lambda_V}^J D_{\lambda_X, \lambda_2 - \lambda_V}^{J*}(\phi, \theta, -\phi). \quad (5)$$

$B_{\lambda_1, \lambda_V}^J$ 称为过程 $X \rightarrow \gamma + V$ 的螺旋度振幅, θ, ϕ 为 X 静止系中第二个光子动量方向的极角和方位角, 相应的 Z 轴取为 J/ ϕ 静止系中第一个光子的动量方向。矩阵元

$$\langle \text{PP} | T_3 | V_{\lambda_V} \rangle \sim D_{\lambda_V, 0}^{1*}(\phi_1, \theta_1, 0), \quad (6)$$

其中 θ_1, ϕ_1 代表 V 的静止系中其中某个赝标介子动量方向的极角和方位角, 相应的 Z 轴取为 X 静止系中 V 的动量方向。而当矢量介子 V 衰变成三个赝标介子时, (6) 式仍成立, 只是这时 θ_1, ϕ_1 代表 V 静止系中衰变平面法线方向的极角和方位角。因此, 过程(2)的角分布可以写成

$$\begin{aligned} W_{J^P}(\theta_r, \theta, \phi, \theta_1, \phi_1) &\sim \sum_{\lambda_X, \lambda_X', \lambda_V, \lambda_V'} I_{\lambda_j, \lambda_j'}(\theta_r) A_{\lambda_1, \lambda_X} A_{\lambda_1, \lambda_X'}^* B_{\lambda_1, \lambda_V}^J \\ &B_{\lambda_1, \lambda_V'}^{J*} D_{\lambda_X, \lambda_2 - \lambda_V}^{J*}(\phi, \theta, -\phi) D_{\lambda_X', \lambda_2 - \lambda_V'}^{J}(\phi, \theta, -\phi) \\ &D_{\lambda_V, 0}^{1*}(\phi_1, \theta_1, 0) D_{\lambda_V', 0}^{1}(\phi_1, \theta_1, 0), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 θ_r 为第一个光子动量和正电子动量 \mathbf{p}_+ 方向之间的夹角,

$$I_{\lambda_j, \lambda_j'}(\theta_r) \propto \frac{1}{4} \sum_{r, r'} \langle \phi_{\lambda_j} | T | e^+ e^- \rangle \langle \phi_{\lambda_j'} | T | e^+ e^- \rangle^*. \quad (8)$$

在忽略正电子质量的情况下, 可以得到

$$\begin{aligned} I_{1,1} &= I_{-1,-1} = p^2(1 + \cos^2\theta_r), \\ I_{1,0} &= I_{0,1} = -I_{-1,0} = -I_{0,-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} p^2 \sin 2\theta_r, \\ I_{1,-1} &= I_{-1,1} = p^2 \sin^2\theta_r, \\ I_{0,0} &= 2p^2 \sin^2\theta_r, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $p = |\mathbf{p}_+|$ 。

由于我们已取第一个光子的螺旋度坐标系, 因此有如下的螺旋度守恒关系

$$\lambda_j = \lambda_1 - \lambda_X, \quad \lambda_j' = \lambda_1 - \lambda_X'. \quad (10)$$

而宇称守恒给出

$$\begin{cases} A_{\lambda_1, \lambda_X} = P(-1)^J A_{-\lambda_1, -\lambda_X}, \\ B_{\lambda_1, \lambda_V}^J = P(-1)^J B_{-\lambda_1, -\lambda_V}^J, \end{cases} \quad (11)$$

其中 J^P 是中间态 X 的自旋-宇称。

对于 $J^P = 0^\pm$, 过程 $J/\psi \rightarrow \gamma + X$ 和 $X \rightarrow \gamma + V$ 分别只有一个独立的振幅 $A_{1,0}$ 和 $B_{1,1}$, 很容易得到归一化的角分布公式为

$$\bar{W}_0^P(\theta_\gamma, \theta, \phi, \theta_1, \phi_1) = \frac{9}{256\pi^2} (1 + \cos^2\theta_\gamma) \sin^2\theta_1. \quad (12)$$

定义归一化的投影角分布:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{J^P}(\theta_1) &= \int_0^\pi d\theta_\gamma \sin\theta_\gamma \int_0^\pi d\theta \sin\theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\phi_1 \bar{W}_{J^P}(\theta_\gamma, \theta, \phi, \theta_1, \phi_1), \\ \bar{W}_{J^P}(\theta_\gamma) &= \int_0^\pi d\theta \sin\theta \int_0^\pi d\theta_1 \sin\theta_1 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\phi_1 \bar{W}_{J^P}(\theta_\gamma, \theta, \phi, \theta_1, \phi_1). \end{aligned} \quad (13)$$

则可得

$$\begin{aligned} \bar{W}_0^P(\theta_\gamma) &= \frac{3}{8} (1 + \cos^2\theta_\gamma), \\ \bar{W}_0^P(\theta_1) &= \frac{3}{4} \sin^2\theta_1. \end{aligned} \quad (14)$$

可以看到, $J^P = 0^-$ 和 $J^P = 0^+$ 的角分布完全一样, 并且与 θ, ϕ 和 ϕ_1 无关, 分别以 $(1 + \cos^2\theta_\gamma)$ 和 $\sin^2\theta_1$ 的形式依赖于 θ_γ 和 θ_1 .

对于 $J^P = 1^\pm$, 过程 $J/\psi \rightarrow \gamma + X$ 有二个独立的振幅 $A_{1,0}$ 和 $A_{1,1}$, 过程 $X \rightarrow \gamma + V$ 也有二个独立的振幅 $B_{1,0}$ 和 $B_{1,1}$. 所以, 可得如下的归一化角分布:

$$\begin{aligned} \bar{W}_1^P(\theta_\gamma, \theta, \phi, \theta_1, \phi_1) &= \frac{1}{N_1} \left\{ (1 + \cos^2\theta_\gamma) [2\cos^2\theta \sin^2\theta_1 \right. \\ &\quad + 2\xi^2 \sin^2\theta \cos^2\theta_1 - \xi \sin 2\theta \sin 2\theta_1 \cos \phi_2 \cos \phi_\xi] \\ &\quad + 2x^2 \sin^2\theta_\gamma [\sin^2\theta \sin^2\theta_1 + \xi^2 (1 + \cos^2\theta) \cos^2\theta_1 \\ &\quad + \xi \sin 2\theta \sin 2\theta_1 \cos \phi_2 \cos \phi_\xi] \\ &\quad + x \sin 2\theta_\gamma [\sin 2\theta \sin^2\theta_1 \cos \phi \cos \phi_x \\ &\quad - \xi^2 \sin 2\theta \cos^2\theta_1 \cos \phi \cos \phi_x \\ &\quad - \xi \sin^2\theta \sin 2\theta_1 \cos \phi \cos \phi_2 \cos(\phi_x - \phi_\xi) \\ &\quad - \frac{1}{2} \xi \cos\theta ((1 - \cos\theta) \cos(\phi + \phi_2) - (1 \\ &\quad \left. + \cos\theta) \cos(\phi - \phi_2)) \cdot \sin 2\theta_1 \cos(\phi_x + \phi_\xi)] \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

其中已定义:

$$\xi e^{i\phi_\xi} = \frac{B_{1,0}^1}{B_{1,1}^1}, \quad x e^{i\phi_x} = \frac{A_{1,1}^1}{A_{1,0}^1}, \quad \phi_2 = \phi + \phi_1. \quad (16)$$

归一化因子

$$N_1 = \frac{512\pi^2}{27} (1 + x^2)(1 + \xi^2). \quad (17)$$

类似地, 可得归一化的投影角分布

$$\bar{W}_1^P(\theta_\gamma) = \frac{3}{8} \frac{1 + 2x^2}{1 + x^2} \left[1 + \frac{1 - 2x^2}{1 + 2x^2} \cos^2\theta_\gamma \right]. \quad (18)$$

$$\bar{W}_1^p(\theta_1) = \frac{3}{4} \frac{1}{1 + \xi^2} [1 - (1 - 2\xi^2)\cos^2\theta_1]. \quad (19)$$

对于 $J^p = 2^\pm$, 过程 $J/\psi \rightarrow \gamma + X$ 有三个独立振幅 $A_{1,0}, A_{1,1}$ 和 $A_{1,2}$, 过程 $X \rightarrow \gamma + V$ 也有三个独立振幅 $B_{1,1}^2, B_{1,0}^2$ 和 $B_{1,-1}^2$. 定义

$$ye^{i\phi_y} = \frac{A_{1,2}}{A_{1,0}}, \quad \zeta e^{i\phi_\zeta} = \frac{B_{1,0}^2}{B_{1,1}^2}, \quad \eta e^{i\phi_\eta} = \frac{B_{1,-1}^2}{B_{1,1}^2}. \quad (20)$$

得到归一化的角分布公式:

$$\begin{aligned} \bar{W}_2^p(\theta_\gamma, \theta, \phi, \theta_1, \phi_1) = \frac{1}{N_2} \left\{ (1 + \cos^2\theta_\gamma) \cdot I + \sin^2\theta_\gamma \cdot II \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\theta_\gamma \cdot III \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} I = & \left[\frac{1}{2} (3\cos^2\theta - 1)^2 + \frac{3}{4} y^2 \sin^4\theta \right] \sin^2\theta_1 \\ & + \zeta^2 \left[\frac{3}{2} \sin^2 2\theta + y^2 (1 - \cos^4\theta) \right] \cos^2\theta_1 \\ & + \eta^2 \left[\frac{3}{4} \sin^4\theta + \frac{1}{8} y^2 (1 + 6\cos^2\theta + \cos^4\theta) \right] \sin^2\theta_1 \\ & - \frac{\sqrt{3}}{4} \zeta [2(3\cos^2\theta - 1) - y^2 \sin^2\theta] \sin 2\theta \sin 2\theta_1 \cos \phi_\zeta \cos \phi_2 \\ & - \frac{\sqrt{6}}{4} \eta [2(3\cos^2\theta - 1) + y^2 (1 + \cos^2\theta)] \sin^2\theta \sin^2\theta_1 \cos \phi_\eta \cos 2\phi_2 \\ & + \frac{\sqrt{2}}{8} \eta \zeta [6\sin^2\theta - y^2 (3 + \cos^2\theta)] \sin 2\theta \sin 2\theta_1 \cos(\phi_\zeta - \phi_\eta) \cos \phi_2, \\ II = & \frac{3}{2} x^2 \sin^2 2\theta \sin^2\theta_1 + 2x^2 \zeta^2 (1 - 3\cos^2\theta + 4\cos^4\theta) \cos^2\theta_1 \\ & + x^2 \eta^2 (1 - \cos^4\theta) \sin^2\theta_1 + \sqrt{3} x^2 \zeta \sin 2\theta \cos 2\theta \sin 2\theta_1 \cos \phi_\zeta \cos \phi_2 \\ & + \frac{\sqrt{6}}{2} x^2 \eta \sin^2 2\theta \sin^2\theta_1 \cos \phi_\eta \cos 2\phi_2 \\ & + \sqrt{2} x^2 \eta \zeta \sin 2\theta \cos^2\theta \sin 2\theta_1 \cos(\phi_\eta - \phi_\zeta) \cos \phi_2 \\ & + \frac{\sqrt{6}}{2} y (3\cos^2\theta - 1) \sin^2\theta \sin^2\theta_1 \cos \phi_y \cos 2\phi \\ & - \frac{\sqrt{6}}{2} y \zeta^2 \sin^2 2\theta \cos^2\theta_1 \cos \phi_y \cos 2\phi \\ & + \frac{\sqrt{6}}{4} y \eta^2 (1 - \cos^4\theta) \sin^2\theta_1 \cos \phi_y \cos 2\phi \\ & + \frac{\sqrt{2}}{4} y \zeta (3\cos^2\theta - 1) \sin \theta [(1 + \cos\theta) \cos(2\phi - \phi_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (1 - \cos\theta) \cos(2\phi + \phi_2)] \sin 2\theta_1 \cos(\phi_y + \phi_z) \\
& - \frac{3\sqrt{2}}{4} y \zeta \sin 2\theta \sin^2\theta \sin 2\theta_1 \cos 2\phi \cos \phi_2 \cos(\phi_y - \phi_z) \\
& - \frac{1}{4} y \eta (3\cos^2\theta - 1) [(1 + \cos\theta)^2 \cos 2(\phi - \phi_2) \\
& + (1 - \cos\theta)^2 \cos 2(\phi + \phi_2)] \sin^2\theta_1 \cos(\phi_y + \phi_\eta) \\
& - \frac{3}{2} y \eta \sin^4\theta \sin^2\theta_1 \cos 2\phi \cos 2\phi_2 \cos(\phi_y - \phi_\eta) \\
& + \frac{\sqrt{3}}{8} y \zeta \eta \sin 2\theta [(1 - \cos\theta)^2 \cos(2\phi + \phi_2) \\
& + (1 + \cos\theta)^2 \cos(2\phi - \phi_2)] \sin 2\theta_1 \cos(\phi_y - \phi_z + \phi_\eta) \\
& - \frac{\sqrt{3}}{4} y \zeta \eta \sin^3\theta [(1 + \cos\theta) \cos(2\phi + \phi_2) \\
& - (1 - \cos\theta) \cos(2\phi - \phi_2)] \sin 2\theta_1 \cos(\phi_y + \phi_z - \phi_\eta), \\
III = & \frac{\sqrt{6}}{4} x \sin 2\theta [2(3\cos^2\theta - 1) \sin^2\theta_1 - 4\zeta^2 \cos 2\theta \cos^2\theta_1 \\
& - \eta^2 \sin^2\theta \sin^2\theta_1] \cos \phi \cos \phi_x \\
& - \frac{\sqrt{2}}{4} x \zeta (3\cos^2\theta - 1) [(1 - \cos\theta)(2\cos\theta + 1) \cos(\phi + \phi_2) \\
& - (1 + \cos\theta)(2\cos\theta - 1) \cos(\phi - \phi_2)] \sin 2\theta_1 \cos(\phi_x + \phi_z) \\
& - \frac{3\sqrt{2}}{4} x \zeta \sin^2\theta \sin 2\theta_1 \cos \phi \cos \phi_2 \cos(\phi_x - \phi_z) \\
& - \frac{1}{2} x \eta (3\cos^2\theta - 1) \sin \theta [(1 - \cos\theta) \cos(\phi + 2\phi_2) \\
& - (1 + \cos\theta) \cos(\phi - 2\phi_2)] \sin^2\theta_1 \cos(\phi_x + \phi_\eta) \\
& - \frac{3}{2} x \eta \sin^2\theta \sin 2\theta \sin^2\theta_1 \cos \phi \cos 2\phi_2 \cos(\phi_x - \phi_\eta) \\
& + \frac{\sqrt{3}}{4} x \zeta \sin 2\theta \sin \theta [(1 - \cos\theta) \cos(\phi + \phi_2) - (1 + \cos\theta) \cos(\phi \\
& - \phi_2)] [\eta \cos(\phi_x + \phi_z - \phi_\eta) + y \cos(\phi_x - \phi_y - \phi_z)] \sin 2\theta_1 \\
& - \frac{\sqrt{3}}{4} x \zeta \sin^2\theta [(1 + \cos\theta)(2\cos\theta - 1) \cos(\phi + \phi_2) \\
& - (1 - \cos\theta)(2\cos\theta + 1) \cos(\phi - \phi_2)] \\
& \cdot [\eta \cos(\phi_x - \phi_z + \phi_\eta) + y \cos(\phi_x - \phi_y + \phi_z)] \sin 2\theta_1 \\
& - xy \sin 2\theta \cos \phi \cos(\phi_x - \phi_y) \left[\frac{3}{2} \sin^2\theta \sin^2\theta_1 \right. \\
& \left. + 2\zeta^2 \cos^2\theta \cos^2\theta_1 - \frac{1}{4} \eta^2 (3 + \cos^2\theta) \sin^2\theta_1 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\sqrt{6}}{8} xy\eta \sin 2\theta [(1 - \cos\theta)^2 \cos(\phi + 2\phi_2) \\
& + (1 + \cos\theta)^2 \cos(\phi - 2\phi_2)] \sin^2\theta_1 \cos(\phi_x - \phi_y - \phi_\eta) \\
& - \frac{\sqrt{6}}{4} xy\eta \sin^3\theta [(1 + \cos\theta) \cos(\phi + 2\phi_2) \\
& - (1 - \cos\theta) \cos(\phi - 2\phi_2)] \sin^2\theta_1 \cos(\phi_x - \phi_y + \phi_\eta) \\
& - \frac{\sqrt{2}}{8} xy\zeta\eta \cos(\phi_x - \phi_y + \phi_\zeta - \phi_\eta) [(1 - \cos\theta)^3 (2\cos\theta + 1) \\
& \cdot \cos(\phi + \phi_2) - (1 + \cos\theta)^3 (2\cos\theta - 1) \cos(\phi - \phi_2)] \sin 2\theta_1 \\
& - \frac{\sqrt{2}}{4} xy\zeta\eta \sin^2\theta [(1 + \cos\theta)^2 \cos(\phi + \phi_2) \\
& + (1 - \cos\theta)^2 \cos(\phi - \phi_2)] \sin 2\theta_1 \cos(\phi_x - \phi_y - \phi_\zeta + \phi_\eta).
\end{aligned}$$

其中 $\phi_2 = \phi_1 + \phi$, 归一化常数

$$N_2 = \frac{512\pi^2}{45} (1 + x^2 + y^2)(1 + \zeta^2 + \eta^2). \quad (22)$$

由(21)式可得投影角分布

$$\bar{W}_2^P(\theta_r) = \frac{3}{8} \frac{1 + 2x^2 + y^2}{1 + x^2 + y^2} \left[1 + \frac{1 - 2x^2 + y^2}{1 + 2x^2 + y^2} \cos^2\theta_r \right]. \quad (23)$$

$$\bar{W}_2^P(\theta_1) = \frac{3}{4} \frac{1 + \eta^2}{1 + \zeta^2 + \eta^2} \left[1 - \frac{1 - 2\zeta^2 + \eta^2}{1 + \eta^2} \cos^2\theta_1 \right]. \quad (24)$$

三、矩分析

定义如下的矩的光子角分布

$$H_{J^P}(\theta_r, LMlm) = \int d\Omega d\Omega_1 W_{J^P}(\theta_r, \theta, \phi, \theta_1, \phi_1) D_{M, -m}^L(\Omega) D_{m, 0}^l(\Omega_1). \quad (25)$$

其中

$$\int d\Omega \equiv \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin\theta, \quad \int d\Omega_1 \equiv \int_0^{2\pi} d\phi_1 \int_0^\pi d\theta_1 \sin\theta_1. \quad (26)$$

角分布 W_{J^P} 由(7)式给出。由(25)定义如下的矩 $M_{J^P}(LMlm)$ 和向前矩 $\bar{M}_{J^P}(LMlm)$:

$$M_{J^P}(LMlm) = \int_0^\pi d\theta_r \sin\theta_r H_{J^P}(\theta_r, LMlm). \quad (27)$$

$$\bar{M}_{J^P}(LMlm) = \int_0^{\pi/2} d\theta_r \sin\theta_r H_{J^P}(\theta_r, LMlm). \quad (28)$$

由于有守恒关系式(10), 以及(9)式满足

$$I_{\lambda_j, \lambda'_j} = I_{\lambda'_j, \lambda_j}, \quad I_{\lambda_j, \lambda'_j} = (-1)^{\lambda_j - \lambda'_j} I_{-\lambda_j, -\lambda'_j}. \quad (29)$$

可以证明

$$H_{J^P}^*(\theta_r, LMlm) = (-1)^l H_{J^P}(\theta_r, LMlm). \quad (30)$$

这表明, 当 l 为偶数时, 矩的光子角分布是实的。因此, 我们只考虑 l 为偶数时的矩和向

前矩.

当 $J = 0$ 时, 过程 $J/\psi \rightarrow \gamma + X$ 只有一个独立的振幅 $A_{1,0}$, 过程 $X \rightarrow \gamma + V$ 也只有一个独立振幅 $B_{1,1}^0$, 所以 $J = 0$ 时只有二个不为零的矩(或向前矩), 并与宇称 P 无关:

$$M_0(0000) = 2\bar{M}_0(0000) = \frac{32}{3} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^0|^2. \quad (31)$$

$$M_0(0020) = 2\bar{M}_0(0020) = -\frac{32}{15} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^0|^2. \quad (32)$$

当 $J = 1$ 时, 可以得到六个(十八个)不等于零的矩(向前矩), 也与宇称 P 无关, 其表达式见附录.

当 $J = 2$ 时, 总共有六个独立振幅 $A_{1,0}, A_{1,1}, A_{1,2}, B_{1,1}^0, B_{1,0}^0$ 和 $B_{1,-1}^0$, 从而可以得到四十六个(八十二个)不为零的矩(向前矩). 附录中给出了所有矩和向前矩的表达式.

四、讨 论

1. 如果 $x \neq 0$, (18)式和(14)式对 θ_γ 有不同的依赖关系; 如果 $\xi \neq 0$, (19)式和(14)式对 θ_1 有不同的依赖关系; 如果 $x = \xi = 0$, \bar{w}_1 将正比于 $\cos^2\theta$, 而 \bar{w}_0 和 θ 无关. 这表明, 我们可以从 $J = 1$ 的角分布和 $J = 0$ 的角分布对 θ_γ 、 θ_1 或 θ 的不同依赖关系来区分过程(2)的中间态 X 的自旋是 1 还是 0. 所以, 如果在某个能区, 过程(2)只有来自一个中间态粒子 ($J = 0$ 或 1) 的贡献, 角分布分析方法能有效地区分过程(2)的中间态 X 的自旋是 0 还是 1.

2. 如果 $x \neq 0$, (23)式和(14)式对 θ_γ 有不同的依赖关系; 如果 $\zeta \neq 0$, (24)式和(14)式对 θ_1 有不同的依赖关系; 如果 $x = \zeta = 0$, \bar{w}_2 依赖于 θ , 但 \bar{w}_0 对 θ 是各向同性的. 所以, 我们可以从 $J = 2$ 的角分布和 $J = 0$ 的角分布对 θ_γ 、 θ_1 或 θ 的不同依赖关系来区分过程(2)的中间态 X 的自旋是 2 还是 0. 随着对 J/ψ 双辐射衰变过程的进一步研究, 有可能还会有一些新的共振态, 如 $\theta(1720)$, $\xi(2230)$ 出现, 对于这些共振态的自旋的测定, 本文给出的公式是有用的.

3. 对于具有不同自旋的中间态, 我们给出了相应的矩的表达式. 这些表达式对于进一步了解“D”能区、“E”能区以及 2.2GeV 附近能区的复杂结构是有用的. 实验上可以利用各种矩, 通过最大似然方法(或最小二乘法)得到螺旋度振幅比的实验值, 从而有可能确定中间态的自旋值. 例如, 我们可以得到如下的矩之间的关系式:

$$\frac{5M(0020) + M(0000)}{M(0000)} = \begin{cases} 0, & \text{如果 } J = 0 \\ \frac{3\xi^2}{1 + \xi^2}, & \text{如果 } J = 1 \\ \frac{3\xi^2}{1 + \xi^2 + \eta^2}, & \text{如果 } J = 2 \end{cases} \quad (33)$$

如果在“E”能区实验测量给出(33)式左边的值为 0, 而 $\xi \neq 0$ (Mark III^[4] 测得 $\xi = 0.31 \pm 0.15$), 我们就能推断出中间态粒子的自旋只能是 0, 不能是 1.

$$\begin{aligned}
M_2(2 \pm 220) &= 2\bar{M}_2(2 \pm 220) = \frac{32}{105} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y (1 - \xi^2 - \eta^2) \cos \phi_\gamma, \\
M_2(2 \pm 22 \pm 1) &= 2\bar{M}_2(2 \pm 22 \pm 1) \\
&= \frac{16\sqrt{3}}{105} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y [\xi \cos \phi_\zeta - \sqrt{6} \xi \eta \cos(\phi_\zeta - \phi_\eta)] \cos \phi_\gamma, \\
M_2(2 \pm 22 \pm 2) &= 2\bar{M}_2(2 \pm 22 \pm 2) = -\frac{32\sqrt{6}}{105} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y \eta \cos \phi_\gamma \cos \phi_\eta, \\
M_2(322 \pm 2) &= 2\bar{M}_2(322 \pm 2) = -M_2(3 - 22 \pm 2) = -2\bar{M}_2(3 - 22 \pm 2) \\
&= \mp \frac{8\sqrt{6}}{21} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y \eta \sin \phi_\gamma \sin \phi_\eta, \\
M_2(322 \pm 1) &= 2\bar{M}_2(322 \pm 1) = -M_2(3 - 22 \pm 1) = -2\bar{M}_2(3 - 22 \pm 1) \\
&= \mp \frac{8\sqrt{30}}{105} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y \left[\xi \sin \phi_\zeta - \frac{\sqrt{6}}{2} \xi \eta \sin(\phi_\zeta - \phi_\eta) \right] \sin \phi_\gamma, \\
M_2(4000) &= 2\bar{M}_2(4000) \\
&= \frac{32}{21} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 \left(1 - \frac{2}{3} x^2 + \frac{1}{6} y^2 \right) \left(2 - \frac{4}{3} \xi^2 + \frac{1}{3} \eta^2 \right), \\
M_2(4020) &= 2\bar{M}_2(4020) \\
&= -\frac{32}{105} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 \left(1 - \frac{2}{3} x^2 + \frac{1}{6} y^2 \right) \left(2 + \frac{8}{3} \xi^2 + \frac{1}{3} \eta^2 \right), \\
M_2(402 \pm 1) &= 2\bar{M}_2(402 \pm 1) \\
&= -\frac{32\sqrt{15}}{315} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 \left(1 - \frac{2}{3} x^2 + \frac{1}{6} y^2 \right) \\
&\quad \cdot \xi [\eta \cos(\phi_\zeta - \phi_\eta) + \sqrt{6} \cos \phi_\zeta], \\
M_2(402 \pm 2) &= 2\bar{M}_2(402 \pm 2) \\
&= -\frac{32\sqrt{10}}{105} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 \left(1 - \frac{2}{3} x^2 + \frac{1}{6} y^2 \right) \eta \cos \phi_\eta, \\
M_2(4 \pm 200) &= 2\bar{M}_2(4 \pm 200) \\
&= \frac{8\sqrt{15}}{63} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y \cos \phi_\gamma \left(2 - \frac{4}{3} \xi^2 + \frac{1}{3} \eta^2 \right), \\
M_2(4 \pm 220) &= 2\bar{M}_2(4 \pm 220) \\
&= -\frac{8\sqrt{15}}{315} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y \cos \phi_\gamma \left(2 + \frac{8}{3} \xi^2 + \frac{1}{3} \eta^2 \right), \\
M_2(4 \pm 22 \pm 1) &= 2\bar{M}_2(4 \pm 22 \pm 1) \\
&= -\frac{8}{63} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y \cos \phi_\gamma \xi [\eta \cos(\phi_\zeta - \phi_\eta) + \sqrt{6} \cos \phi_\zeta], \\
M_2(4 \pm 22 \pm 2) &= 2\bar{M}_2(4 \pm 22 \pm 2) \\
&= -\frac{8\sqrt{6}}{63} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 y \cos \phi_\gamma \eta \cos \phi_\eta, \\
\bar{M}_2(1 \pm 121) &= -\bar{M}_2(1 \pm 12 - 1) \\
&= -\frac{2\sqrt{6}}{15} \rho^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \left[\sin \phi_x + \sqrt{\frac{2}{3}} y \sin(\phi_x - \phi_\gamma) \right] \\
&\quad \xi \left[\sin \phi_\zeta + \sqrt{\frac{2}{3}} \eta \sin(\phi_\zeta - \phi_\eta) \right].
\end{aligned}$$

$$\bar{M}_2(2\pm 100) = \mp \frac{2\sqrt{2}}{21} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x [\cos \phi_x - \sqrt{6} y \cos(\phi_x - \phi_y)] \\ (2 + \xi^2 - 2\eta^2).$$

$$\bar{M}_2(2\pm 120) = \pm \frac{4\sqrt{2}}{105} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x [\cos \phi_x - \sqrt{6} y \cos(\phi_x - \phi_y)] \\ (1 - \xi^2 - \eta^2).$$

$$\bar{M}_2(212\pm 1) = -\bar{M}_2(2 - 12\pm 1) = \frac{2\sqrt{6}}{105} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \xi \\ [\cos \phi_x - \sqrt{6} y \cos(\phi_x - \phi_y)] [\cos \phi_z - \sqrt{6} \eta \cos(\phi_z - \phi_\eta)].$$

$$\bar{M}_2(212\pm 2) = -\bar{M}_2(2 - 12\pm 2) = -\frac{8\sqrt{3}}{105} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \eta \\ [\cos \phi_x - \sqrt{6} y \cos(\phi_x - \phi_y)] \cos \phi_\eta.$$

$$\bar{M}_2(3\pm 121) = -\bar{M}_2(3\pm 12 - 1) = \frac{4\sqrt{6}}{105} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \xi \\ \left[\sin \phi_x - \sqrt{\frac{3}{2}} y \sin(\phi_x - \phi_y) \right] \left[\sin \phi_z - \sqrt{\frac{3}{2}} \eta \sin(\phi_z - \phi_\eta) \right].$$

$$\bar{M}_2(3\pm 122) = -\bar{M}_2(3\pm 12 - 2) = \frac{4\sqrt{30}}{105} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \eta \\ \left[\sin \phi_x - \sqrt{\frac{3}{2}} y \sin(\phi_x - \phi_y) \right] \sin \phi_\eta.$$

$$\bar{M}_2(4\pm 100) = \mp \frac{4\sqrt{15}}{63} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \left[\cos \phi_x + \frac{1}{\sqrt{6}} y \cos(\phi_x - \phi_y) \right] \\ \left(2 - \frac{4}{3} \xi^2 + \frac{1}{3} \eta^2 \right).$$

$$\bar{M}_2(4\pm 120) = \pm \frac{4\sqrt{15}}{315} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \left[\cos \phi_x \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{6}} y \cos(\phi_x - \phi_y) \right] \left(2 + \frac{8}{3} \xi^2 + \frac{1}{3} \eta^2 \right).$$

$$\bar{M}_2(412\pm 1) = -\bar{M}_2(4 - 12\pm 1) = \frac{4}{63} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \left[\cos \phi_x \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{6}} y \cos(\phi_x - \phi_y) \right] [\sqrt{6} \xi \cos \phi_z + \xi \eta \cos(\phi_z - \phi_\eta)].$$

$$\bar{M}_2(412\pm 2) = -\bar{M}_2(4 - 12\pm 2) = \frac{4\sqrt{6}}{63} p^2 |A_{1,0}|^2 |B_{1,1}^2|^2 x \eta \\ \left[\cos \phi_x + \frac{1}{\sqrt{6}} y \cos(\phi_x - \phi_y) \right] \cos \phi_\eta.$$

参 考 文 献

- [1] L. Köpke and N. Wermes, *Phys. Rep.*, **174**(1989), 67.
 [2] D. L. Scharre et al., *Phys. Lett.*, **97B**(1980), 329.
 [3] C. Edwards et al., *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 259.
 [4] W. Toki, SLAC-PUB-3730(1985).
 [5] J. E. Augustin et al., *Phys. Rev.*, **D42**(1990), 10.

- [6] 沈齐兴, 高能物理与核物理, **15**(1991), 358.
- [7] C. Edwards et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 458;
M. E. B. Franklin, *Ph. D. Thesis, SLAC Report*, **254**(1982);
R. M. Baltrusaitis, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 2077;
J. E. Augustin et al., *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 2238.
- [8] Z. Bai et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 2507.
- [9] G. Szklarz, LAL 89-61(1989).
- [10] Liang-Ping Chen, SLAC-PUB-5378(1990).
- [11] J. F. Donoghue, *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 114.
- [12] M. S. Chanowitz, *Phys. Lett.*, **164B**(1985), 379;
Milton Dean Slaughter and S. Oneda, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 1641.
- [13] C. Edwards, Ph. D. Thesis, CALT-68-1165(1985).
- [14] J. D. Richman, Ph. D. Thesis, CALT-68-1231(1985); D. Coffman et al., *Phys. Rev.*, **D41**(1990), 1410.
- [15] G. Eigen, CALT-68-1483(1987).
- [16] 沈齐兴, 郁宏, 高能物理与核物理, **16**(1992), 238.

Angular Distributions and Generalized Moment Analysis for the Doubly Radiative Decay $J/\psi \rightarrow \gamma\gamma V$

SHEN QIXING YU HONG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)

ABSTRACT

The doubly radiative decay process $J/\psi \rightarrow \gamma X$, $X \rightarrow \gamma V$, $V \rightarrow 2P(\text{or } 3P)$ is discussed in this paper. For the intermediate state X with various spin-parity J^P , the corresponding helicity formalism of angular distribution formulas and the moments developed from the generalized moment analysis are presented. They are helpful for determining the spin of the intermediate state.