夸克偶素 $L=1$ 态质量劈裂与长程囚禁势的 Lorentz 结构

罗振飞 邱锡钧
（中国科学院上海原子核研究所，201800）

摘 要

利用夸克偶素 $L=1$ 自旋三重态精细质量劈裂数据分析了夸克-反夸克线性囚禁势的 Lorentz 特性，发现线性囚禁势是 Lorentz 标量与少量 Lorentz 矢量（$\eta \leqslant 29\%$）的混合（如 $\eta=0$ 则为纯 Lorentz 标量）。对实验初步测量的 $\chi(1^1P_1)$ 和 $\Upsilon(1^1P_1)$ 介子质量，分析表明前者要求线性囚禁势是纯 Lorentz 标量，而后者要求线性囚禁势是79%的 Lorentz 标量与21%的 Lorentz 矢量的混合。

一、引 言

在势模型中，$J/\psi(\Upsilon)$ 族介子能谱可以通过解薛定谔方程作为夸克-反夸克对 $c\bar{c}(b\bar{b})$ 的束缚态获得定量的理解。夸克-反夸克相互作用一般从量子色动力学的计算得到[1]。这种相互作用在夸克与反夸克间的距离很小时近似表现为色电作用而在距离很大时近似表现为线性囚禁作用，即 Funnel 势[2]

$$U_0=-K/r+ar \quad (a>0). \tag{1}$$

分析夸克-反夸克束缚态能谱的精细和超精细结构[3]需要考虑自旋依赖的有效作用势。它可从 Bethe-Salpeter 方程通过考虑非相对论近似得到并可表示为[4]

$$U_{\rm spin}=U_{\rm LS}(\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{S})+U_{\rm T}S_{12}+U_{\rm SS}(\boldsymbol{S}_1\cdot\boldsymbol{S}_2). \tag{2}$$

式中张量算子 $S_{12}=12(\boldsymbol{S}_1\cdot\hat{\boldsymbol{r}})(\boldsymbol{S}_2\cdot\hat{\boldsymbol{r}})-4(\boldsymbol{S}_1\cdot\boldsymbol{S}_2)$，各项系数为

$$\begin{cases} U_{\rm LS}=\dfrac{\hbar^2}{2m^2c^2}\left(\dfrac{3V'}{r}-\dfrac{S'}{r}\right), \\ U_{\rm T}=\dfrac{\hbar^2}{12m^2c^2}\left(-V''+\dfrac{V'}{r}\right), \\ U_{\rm SS}=\dfrac{2\hbar^2}{3m^2c^2}\nabla^2V. \end{cases} \tag{3}$$

其中 V 是夸克-反夸克间 Lorentz 矢量相互作用，S 是 Lorentz 标量相互作用。

自旋依赖的势 $U_{\rm spin}$ 依赖于夸克-反夸克相互作用 U_0 的确切的 Lorentz 结构。然

本文1991年7月2日收到。

而，从最基本的考虑(如格点规范理论)清楚地分辨出 U_0 的 Lorentz 结构以前，我们只有从唯象的角度寻求符合于已知的理论与实验的答案．不同的作者在解释 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 束缚态能谱的精细结构时对长程囚禁势的 Lorentz 结构作了不同的规定(色电部分由单胶子交换提供并已知具有 Lorentz 矢量的特征)．例如，Barik 和 Jena[5] 考虑了对线性囚禁部分作了长程真空极化修正的作用势，发现半标量半矢量的 Lorentz 结构可以合理地描述 $c\bar{c}$ 束缚态的精细质量劈裂，而 Olsson 和 Suchyta[6] 采用 funnel 势认为线性囚禁部分应是纯 Lorentz 标量．最近，Lucha 和 Schöberl[7] 从 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 的 $L=1$ 态精细质量劈裂数据从势模型直接分析了 funnel 势并得出线性囚禁部分是纯 Lorentz 标量的结果．

除了 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 的 $L=1$ 态精细质量劈裂外，R704[8] 和 CLEO[9] 实验组发现了 $\chi(1^1P_1)$ 和 $\Upsilon(1^1P_1)$ 介子的可能证据，其质量分别为 3525.4 ± 0.8MeV 和 9894.8 ± 1.5 MeV．由于 $L=1$ 自旋三重态质量重心与 $M(1^1P_1)$ 之差仅依赖于自旋-自旋作用势 U_{SS} 的期待值，这使得对这两个实验数据的分析能够清楚地分辨长程囚禁势的 Lorentz 结构．然而，一些作者[10,11](如文献[10]采用作微扰两圈计算得到的 $q\bar{q}$ 势并加上长程修正项)分析了这两个质量数据，发现微扰势模型无法同时解释这两个质量数据．

为了更好地研究线性囚禁势的 Lorentz 结构，我们首先从势模型写出(对一定的轨道角动量的态)由 U_{spin} 引起的质量劈裂公式．然后，利用实验准确测定的 $L=1$ 态精细质量劈裂数据详细分析线性囚禁势 Lorentz 结构的允许范围．接着，利用能量依赖的有效作用势，分析 R704 和 CLEO 实验组测量的 $\chi(1^1P_1)$ 和 $\Upsilon(1^1P_1)$ 介子质量及线性囚禁势的 Lorentz 结构．

二、质 量 公 式

利用

$$\begin{cases}\langle \boldsymbol{S}_1\cdot\boldsymbol{S}_2\rangle=\dfrac{1}{2}\left[S(S+1)-\dfrac{3}{2}\right],\\ \langle \boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{S}\rangle=\dfrac{1}{2}[J(J+1)-L(L+1)-S(S+1)],\\ \langle S_{12}\rangle=\dfrac{4\left[\langle L^2\rangle\langle S^2\rangle-\dfrac{3}{2}\langle \boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{S}\rangle-3\langle \boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{S}\rangle^2\right]}{(2L-1)(2L+3)}.\end{cases}\tag{4}$$

式中$\langle\ \ \rangle$表示对一定的轨道角动量 $L>0$ 的零级波函数求期待值，从微扰理论可写出 $^3L_J(J=L-1,L,L+1)$ 三重态和 ^1L_L 能级质量

$$\begin{cases}M_{L-1}=E-(L+1)\langle U_{LS}\rangle-\dfrac{2L+2}{2L-1}\langle U_T\rangle+\dfrac{1}{4}\langle U_{SS}\rangle,\\ M_L=E-\langle U_{LS}\rangle+2\langle U_T\rangle+\dfrac{1}{4}\langle U_{SS}\rangle,\\ M_{L+1}=E+L\langle U_{LS}\rangle-\dfrac{2L}{2L+3}\langle U_T\rangle+\dfrac{1}{4}\langle U_{SS}\rangle,\end{cases}\tag{5}$$

$$M'_L = E - \frac{3}{4}\langle U_{SS}\rangle.$$

其中E是轨道角动量为 $L>0$ 的态的零级质量(即 $^3L_{L-1}$,^3L_L, $^3L_{L+1}$ 和 ^1L_L 四条能级自旋平均的质量).

从(5)式可求得衡量 $L>0$ 的态的精细质量劈裂的比例 ρ

$$\rho = \frac{M_{L+1}-M_L}{M_L-M_{L-1}} = \frac{(L+1)\langle U_{LS}\rangle - \frac{6L+6}{2L+3}\langle U_T\rangle}{\langle U_{LS}\rangle + \frac{6L}{2L-1}\langle U_T\rangle}. \tag{6}$$

及 ^3L_J 自旋三重态重心

$$\bar{M}_L = \frac{(2L-1)M_{L-1}+(2L+1)M_L+(2L+3)M_{L+1}}{3(2L+1)}$$

$$= E + \frac{1}{4}\langle U_{SS}\rangle. \tag{7}$$

从(5)(7)式,$\bar{M}_L$ 与 M'_L 之差为

$$\bar{M}_L - M'_L = \langle U_{SS}\rangle. \tag{8}$$

因此,夸克-反夸克的 $L>0$ 束缚态的精细质量劈裂仅依赖于自旋-轨道和张量作用势,而自旋三重态重心与自旋单态质量之差(超精细质量劈裂)仅依赖于自旋-自旋作用势.

三、$L=1$ 态精细质量劈裂与线性囚禁势的 Lorentz 特性

我们将 funnel 势分成如下 Lorentz 矢量与 Lorentz 标量之和

$$V = -K/r + \eta ar,\quad S = (1-\eta)ar \quad (0 \leqslant \eta \leqslant 1). \tag{9}$$

对 $L=1$ 态,(6)式变成

$$\rho = \frac{2\langle U_{LS}\rangle - \frac{12}{5}\langle U_T\rangle}{\langle U_{LS}\rangle + 6\langle U_T\rangle}. \tag{10}$$

应用(3)和(9)式可得

$$\rho = \frac{\frac{12}{5}\left\langle\frac{K}{r^3}\right\rangle + \left(\frac{19}{5}\eta - 1\right)\left\langle\frac{a}{r}\right\rangle}{3\left\langle\frac{K}{r^3}\right\rangle + \left(\frac{5}{2}\eta - \frac{1}{2}\right)\left\langle\frac{a}{r}\right\rangle} = \frac{2}{5}\cdot\frac{12x+(19\eta-5)}{6x+(5\eta-1)}. \tag{11}$$

式中已令 $x = \left\langle\frac{K}{r^3}\right\rangle \Big/ \left\langle\frac{a}{r}\right\rangle$. 显然有 $0 < x < +\infty$.

表1列出了 $\chi(1^3P_J)$, $\Upsilon(1^3P_J)$ 和 $\Upsilon(2^3P_J)$ 介子的精细质量劈裂数据及对应的 $\rho_{实}$ 值. 在公式(11)中,允许的η值范围应该使得计算的精细质量劈裂ρ能够解释表1列出的三个 $\rho_{实}$ 数据.

下面,我们对η的不同取值作一分析.

① $\eta=1$,即线性囚禁势为纯 Lorentz 矢量. 这时

表 1　介子质量数据[3]与对应的 $\rho_{实}$ 值.

	$M(^3P_0)$	$M(^3P_1)$	$M(^3P_2)$	$\rho_{实}$
$c\bar{c}$	3.4151	3.5106	3.5563	0.479
$b\bar{b}(n=1)$	9.8598	9.8919	9.9132	0.664
$b\bar{b}(n=2)$	10.2353	10.2552	10.269	0.693

n 表示径向量子数，质量单位为 GeV.

$$\rho=\frac{2}{5}\cdot\frac{6x+7}{3x+2}. \tag{12}$$

为 x 的单调下降函数. 显然有 $0.8<\rho<1.4$.

② $\eta=0$，即线性囚禁势为纯 Lorentz 标量. 这时

$$\rho=\frac{2}{5}\frac{12x-5}{6x-1}. \tag{13}$$

$x=\frac{1}{6}$ 为 ρ 的奇点. 当 $0<x<\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{6}<x<+\infty$ 时 ρ 分别为 x 的单调上升函数，且 $\rho(0)=2$，$\rho\left(\frac{1}{6}^-\right)=+\infty$，$\rho\left(\frac{1}{6}^+\right)=-\infty$，$\rho(+\infty)=0.8$，故在 $\eta=0$ 时，$2<\rho<+\infty$ 或 $-\infty<\rho<0.8$.

③ $0<\eta<1$，即线性囚禁势为 Lorentz 标量与 Lorentz 矢量的混合. 在 $0.2<\eta<1$ 范围内，$\rho(x)$ 无奇点. 且 a) 当 $\frac{1}{3}<\eta<1$ 时，$\rho(x)$ 为 x 的单调下降函数，$0.8<\rho<1.4$. b) 当 $\eta=\frac{1}{3}$ 时，$\rho(x)=0.8$. c) 当 $0.2<\eta<\frac{1}{3}$ 时，$\rho(x)$ 为 x 的单调上升函数且在 $x=0$ 处取极小值. 简单的分析表明 $\rho(0)$ 在 $\eta=0.292$ 时达到表 1 中 $\rho_{实}$ 的最小值 0.479. η 越接近于 0.2，$\rho(0)$ 越小. 故在 $0.2<\eta<1$ 范围内，只有当 $0.2<\eta\leqslant0.292$ 时才能同时解释表 1 的三个 $\rho_{实}$ 数据.

在 $0<\eta\leqslant0.2$ 范围内，$\rho(x)$ 存在奇点. a) 当 $\eta=0.2$ 时，$\rho(x)=(24x-2.4)/30x$. 显然 $-\infty<\rho<0.8$. b) 当 $0<\eta<0.2$ 时，$\rho(x)$ 在 $0<x<x_0=\frac{1}{6}-\frac{5}{6}\eta$ 和 $x_0<x<+\infty$ 内分别为 x 的单调上升函数. 这时 $2<\rho(0)<+\infty$，$\rho(x_0^-)=+\infty$，$\rho(x_0^+)=-\infty$，$\rho(+\infty)=0.8$，故在 $0<\eta<0.2$ 范围内，$2<\rho<+\infty$ 或 $-\infty<\rho<0.8$.

表 2　介子精细质量劈裂 (ρ) 与夸克-反夸克线性囚禁势的 Lorentz 特性 (η)

理　论　分　析		实 验 数 据
η 值	精 细 结 构	
$\eta=1$	$0.8<\rho<1.4$	
$0.292<\eta<1$	$0.479<\rho<1.4$	
$0.2\leqslant\eta\leqslant0.292$	$-\infty<\rho<0.8$	$0.479\leqslant\rho\leqslant0.693$
$0<\eta<0.2$	$-\infty<\rho<0.8$　$2<\rho<+\infty$	
$\eta=0$	$-\infty<\rho<0.8$　$2<\rho<+\infty$	

上面的分析结果列于表 2. 由该表清楚地看出,描述 $\chi(1^3P_J)$, $\Upsilon(1^3P_J)$ 和 $\Upsilon(2^3P_J)$ 介子精细质量劈裂实验数据要求 η 位于下述范围

$$0 \leqslant \eta \leqslant 0.292. \tag{14}$$

即夸克-反夸克线性囚禁势具有 Lorentz 标量与少量 Lorentz 矢量 ($0 \leqslant \eta \leqslant 0.292$)混合的特征 ($\eta = 0$ 时为纯 Lorentz 标量). Lucha 和 Schöberl[7] 没有考虑线性囚禁势是 Lorentz 标量与 Lorentz 矢量混合的情况,因而他们得出了线性囚禁势是纯 Lorentz 标量的结果.

四、1^1P_1 能级质量与线性囚禁势的 Lorentz 结构

在这节中,我们采用从相对论两体 Dirac 方程在非相对论近似下按能量倒数 (ε^{-1}) 展开得到的有效作用势进行分析. 利用这种能量依赖的作用势可以比(3)式的作用势更好地描述 $L=0$ 态超精细质量劈裂实验数据[12]. 我们采用的能量依赖的作用势为

$$\begin{cases} U_{LS} = \dfrac{2\hbar^2c^2}{E^2}\left(\dfrac{3V'}{r} - \dfrac{S'}{r}\right), \\ U_T = -\dfrac{2\hbar^2c^2}{3E(E+2mc^2)}V'' + \dfrac{\hbar^2c^2}{E^2}\left[1 - \dfrac{4E}{3(E+2mc^2)}\right]\dfrac{V'}{r}, \\ U_{SS} = \dfrac{16\hbar^2c^2}{3E(E+2mc^2)}\nabla^2 V. \end{cases} \tag{15}$$

式中已略去了 U_{SS} 中次要的一项[12]. 令 $E = 2mc^2 + E_n$, 在 $E_n \ll 2mc^2$ 时,上式立即退化为(3)式.

因为对 $L=1$ 态(其零级波函数在 $r=0$ 处为零),有 $\left\langle \nabla^2 \dfrac{1}{r} \right\rangle = -4\pi\langle\delta(\boldsymbol{r})\rangle = 0$, 从(8)(9)和(15)式可得(取 $\hbar = c = 1$ 单位制)

$$\bar{M}_1 - M_1' = \frac{16}{3E(E+2m)}\left\langle \nabla^2\left(-\frac{K}{r} + \eta a r\right)\right\rangle = \frac{32\eta a}{3E(E+2m)}\left\langle \frac{1}{r}\right\rangle. \tag{16}$$

当 $\eta = 0$, 即线性囚禁势为纯 Lorentz 标量时, $\bar{M}_1 - M_1' = 0$. 当 $\eta > 0$, 即线性囚禁势为 Lorentz 标量与 Lorentz 矢量的混合时, $\bar{M}_1 - M_1' > 0$. 由于

$$\begin{cases} (\bar{M}_1 - M_1')^{\text{实验}}_{c\bar{c}} = 0 \pm 1.1\text{MeV}, \\ (\bar{M}_1 - M_1')^{\text{实验}}_{b\bar{b}} = 5.4 \pm 1.7\text{MeV}. \end{cases} \tag{17}$$

显然,(16)式无法同时解释上式的两个实验数据.

然而, R 704 和 CLEO 实验组测量的统计性很差[8,9], 且能级的赋值还是临时性的[11]. 如果 3525.4MeV 正确反映了 $\chi(1^1P_1)$ 介子质量, 则从(16)式应有 $\eta = 0$, 即线性囚禁势是纯 Lorentz 标量. 反之, 如果 9894.8MeV 作为 $\Upsilon(1^1P_1)$ 介子质量是可靠的, 则 $\eta > 0$, 即线性囚禁势是 Lorentz 标量与 Lorentz 矢量的混合. 现在我们利用 $\Upsilon(1^3P_J)$ 介子的精细质量劈裂数据及 $M_{b\bar{b}}(1^1P_1) = 9894.8$ MeV 计算线性囚禁势的 Lorentz 结构.

对 $L=1$ 态,将(15)式代入(5)式得到

$$\begin{cases} M_0 = E - \dfrac{16}{E^2} f_1 + \dfrac{(-12E - 40m)\eta + 4(E + 2m)}{E^2(E + 2m)} f_2, \\ M_1 = E - \dfrac{4}{E^2} f_1 + \dfrac{2 - 6\eta}{E^2} f_2, \\ M_2 = E + \dfrac{28}{5E^2} f_1 + \dfrac{(162E + 228m)\eta - 30(E + 2m)}{15E^2(E + 2m)} f_2, \\ M_1' = E - \dfrac{8\eta}{E(E + 2m)} f_2. \end{cases} \tag{18}$$

式中 $f_1 = \langle K/r^3 \rangle$, $f_2 = \langle a/r \rangle$. 利用很好地描述了所有 $L = 0$ 介子超精细质量劈裂[12]和矢量介子质量谱[13]的夸克质量值 $(m_c, m_b) = (1600, 4938)$MeV，我们可从(18)式求出 E, f_1, f_2, η 并得到 $\eta = 0.2075$，即夸克-反夸克线性囚禁势应具有 79% 的 Lorentz 标量与 21% 的 Lorentz 矢量混合的特征。

利用 $\chi(1^3P_J)$ 和 $\Upsilon(2^3P_J)$ $(J = 0,1,2)$ 介子的质量数据及 $\eta = 0.2075$，我们从方程组(18)的前三式解出 E, f_1, f_2，并由第四式计算了 $\chi(1^1P_1)$ 和 $\Upsilon(1^1P_1)$ 介子的质量，其具体数值分别为 3484.4MeV 和 10257.5MeV。

因为 $\eta = 0$ 和 $\eta = 0.2075$ 都在上节从精细质量劈裂得到的 η 的允许范围之内，目前的分析无法判别 $M_{c\bar{c}}(1^1P_1) = 3525.4$ MeV 和 $M_{b\bar{b}}(1^1P_1) = 9894.8$ MeV 哪一个更加合理。如果两个质量数据及相应的能级赋值都是可靠的，则需要改进一级微扰势模型。对夸克-反夸克相互作用，Iqi 和 Ono[10] 采用考虑了微扰双圈修正的形式，他们发现这两个实验数据仍然不能从势模型得到自洽的解释。我们认为，$\chi(1^1P_1)$ 和 $\Upsilon(1^1P_1)$ 介子的质量有待进一步的实验测量。

表 3　P_1 能级质量与夸克-反夸克线性囚禁势的 Lorentz 结构. 质量单位为 MeV

	理论预言		实验数据
	$\eta = 0$	$\eta = 0.2075$	
$c\bar{c}$: M'	3525.4	3484.4	3525.4
$\bar{M} - M'$	0	41	0
$b\bar{b}(n=1)$: M'	9900.2	9894.8	9894.8
$\bar{M} - M'$	0	5.4	5.4
$b\bar{b}(n=2)$: M'	10260.7	10257.5	
$\bar{M} - M'$	0	3.2	

表 3 列出了当 $\eta = 0$ 和 $\eta = 0.2075$ 时，从 (18) 式计算的 $\chi(1^1P_1)$、$\Upsilon(1^1P_1)$ 和 $\Upsilon(2^1P_1)$ 介子质量。对这些介子质量的准确测量将提供分辨夸克-反夸克线性囚禁作用的 Lorentz 结构的实验证据。

五、结　论

上面的分析是在假定夸克-反夸克间的相互作用 U_0 采用 funnel 势的情况下进行的，其长程囚禁部分表现为线性的形式。这不仅是因为从唯象方面，funnel 势曾成功地

描述了重夸克-反夸克对束缚态能谱[2]，而且，格点规范理论的计算也支持这种线性囚禁的形式[14]. 另外，采用线性囚禁的简单形式，使得我们能够从介子精细质量劈裂数据清楚地计算它的 Lorentz 结构.

最后，我们将本文分析的结果总结如下:

1. 对介子精细质量劈裂实验数据分析表明，线性囚禁势可能是纯 Lorentz 标量($\eta=0$)，也可能是 Lorentz 标量与少量的 Lorentz 矢量的混合 ($\eta\leqslant 29\%$).

2. 微扰势模型不能同时解释 R704 和 CLEO 实验组初步测量的 $\chi(1^1P_1)$ 和 $\Upsilon(1^1P_1)$ 介子质量. 如果 R704 组测量的质量数据正确代表了 $\chi(1^1P_1)$ 介子质量，则线性囚禁势是纯 Lorentz 标量;反之，如果 CLEO 实验组测量的质量数据反映了 $\Upsilon(1^1P_1)$ 介子质量，则线性囚禁势具有 79%的 Lorentz 标量与 21%的 Lorentz 矢量混合的特征.

参考文献

[1] For a review, see: Appelquist et al., *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **28**(1978), 387.
[2] E. Eichten et al., Phys. Rev. Lett. 34(1975)369; *Phys. Rev.*, **D17**(1978), 3090; **D21**(1980), 203.
[3] Particle Data Group, *Phys. Lett.*, **239B**(1990)1.
[4] E. Eichten and F. L. Feinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 1205; *Phys. Rev.*, **D23**(1981), 2724.
[5] N. Barik and S. N. Jena, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 3197.
[6] M. G. Olsson and C. J. Suchyta III, *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 1459.
[7] W. Lucha and F. F. Schoberl, *Phys. Rep.* **200**(1991), 127.
[8] C. Baglin et al., *Phys. Lett.*, **171B**(1986), 135.
[9] T. Bowcock et al., *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 307.
[10] K. Igi and S. Ono, *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 1550.
[11] V. Gupta and R. Kogerler, *Phys. Rev.*, **D37**(1988), 740.
[12] Zhen-Fei Luo and Xi-Jun Qiu, *J. Phys G* (to be published).
[13] H. W. Crater and P Van Alstine, *Phys. Lett.*, **100B**(1981), 166.
[14] K. Wilson, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 2445.

Mass Splittings of $L=1$ States of Quarkonium and Lorentz Structure of Long-rang Confinement Potential

LUO ZHENFEI QIU XIJUN

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai 201800)

ABSTRACT

The Lorentz nature of linear confinement potential of quarkantiquark pair is analyzed in the potential model by using the fine mass splittings of L=1 spin triplets in $c\bar{c}$ and $b\bar{b}$ systems. It is found that the linear confinement potential has a mixed nature of the Lorentz scalar and vector ($0\leqslant\eta\leqslant 29\%$, $\eta=0$ represents the pure Lorentz scalar). For the tentatively measured $\chi(1^1p_1)$ and $\Upsilon(1^1p_1)$ meson masses, it is shown that the pure Lorentz scalar of the linear confinement potential is required to obtain the mass of the former meson, while the mixture of 79% Lorentz scalar and 21% Lorentz vector is required to explain the mass of the latter one.