

温度相关的核子相对论微观光学势

韩银录 申庆彪 卓益忠

(中国原子能科学研究院, 北京 102413)

摘 要

本文将 Walecka 模型和热场动力学理论应用在核物质和有限核中, 研究了核子在各种温度下的相对论微观光学势以及相应的薛定谔等效势和平均自由程. 对于核物质, 取核子的 Hartree-Fock 自能为光学势的实部, 交换 σ 和 ω 介子的极化图为光学势的虚部. 对于有限核的微观光学势通过定域密度近似获得.

一、引言

研究强子物质的状态方程在重离子反应和天体物理中是一个很重要的研究课题. 建立在相对论量子场论基础上的 Walecka 模型^[1]为此提供了一个重要的理论方法, 把 Walecka 模型推广到有限温度下去研究原子核的各种性质是很有意义的.

Walecka 模型(σ - ω 模型)是通过交换 σ 介子和 ω 介子得到 N - N 相互作用的. 这个模型已被成功地应用到各种核物理的领域^[2], 特别是用这个模型获得的绝对零度的核子相对论微观光学势去分析中高能核子-核散射的总截面, 微分截面, 分辨本领和自旋转动函数已经取得了成功^[3,4]. 最近, 这个模型被推广到有限温度下研究核物质的性质和状态方程, K. Soutome 等人^[5]应用此模型在有限温度的情况下进行了 Hartree-Fock 计算. 热场动力学理论^[6]为把绝对零度时的 Walecka 模型推广到有限温度的情况, 提供了一个很好的理论方法. 热场动力学是一种实时间的有限温度形式的量子场理论, 对于描述有限温度下的多体系统是很成功的, 由于微扰展开中的 Gell-Mann-Low 公式和 Wick 定理仍然适应于热场动力学理论, 因此, 通常在绝对零度时的微扰理论就能很自然地推广到有限温度情况.

本文首次应用 Walecka 模型和热场动力学理论研究在各种核温度情况下核子-核的相对论微观光学势以及相应的薛定谔等效势和平均自由程. 对核物质, 取核子的 Hartree-Fock 自能为光学势的实部, 从介子交换的四级图(即极化图)获得光学势的虚部. 通过定域密度近似^[7]获得有限核的相对论微观光学势.

本文第二部分描述在热场动力学中的 Walecka 模型和与温度有关的核子的自能. 第三部分给出温度有关的核子相对论微观光学势以及相应的薛定谔等效势和平均自由程.

第四部分给出了计算结果并进行了讨论. 最后作一简单的总结.

二、温度有关的 Walecka 模型和核子自能

我们从有效 Lagrangian 密度出发,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_a \varepsilon_a P_a \{ \bar{\psi}^{(a)} (i\gamma^\mu \partial_\mu - M) \psi^{(a)} + \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi^{(a)} \partial_\mu \Phi^{(a)} - m_\sigma^2 \Phi^{(a)2}) \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{\mu\nu(a)} + \frac{1}{2} m_\omega^2 V_\mu^{(a)2} - g_\sigma \bar{\psi}^{(a)} \Phi^{(a)} \psi^{(a)} \\ & - g_\omega \bar{\psi}^{(a)} \gamma^\mu V_\mu^{(a)} \psi^{(a)} \}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{aligned} \psi^{(a)} = & \begin{pmatrix} \psi \\ it\tilde{\psi}^+ \end{pmatrix}, \quad \Phi^{(a)} = \begin{pmatrix} \Phi \\ \tilde{\Phi} \end{pmatrix}, \quad V_\mu^{(a)} = \begin{pmatrix} V_\mu \\ \tilde{V}_\mu \end{pmatrix}, \\ F_{\mu\nu}^{(a)} = & \partial_\mu V_\nu^{(a)} - \partial_\nu V_\mu^{(a)}. \end{aligned} \quad (2)$$

a 为 1, 2, $\varepsilon_a = \begin{cases} 1 & a=1 \\ -1 & a=2 \end{cases}$, P_σ 为顺序算符,

$$P_\sigma(A^{(a)} B^{(a)} \dots C^{(a)}) = \begin{cases} A^{(1)} B^{(1)} \dots C^{(1)} & a=1 \\ C^{(2)} \dots B^{(2)} A^{(2)} & a=2 \end{cases}. \quad (3)$$

$\psi^{(a)}$, $\varphi^{(a)}$, $V_\mu^{(a)}$ 分别表示核子, σ 介子和 ω 介子的算符, t 表示旋量指标的变换操作. 核子质量 $M=939.0\text{MeV}$, 介子质量分别被取为 $m_\sigma=550\text{MeV}$ 和 $m_\omega=783\text{MeV}$. 在场算符中第一个元素 ($a=1$, 即 $\psi^{(1)}$) 是物理的, 其它是虚构的场算符. 耦合常数 g_σ 和 g_ω 由拟合核物质的饱和性质来决定.

与温度有关的核子自能在核物质中可以写成如下的形式:

$$\begin{aligned} \sum(k_\mu, \beta) = & \sum_s(k_\mu, \beta) + \gamma^0 \sum_o(k_\mu, \beta) + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} \sum_v(k_\mu, \beta) \\ \equiv & V(k_\mu, \beta) + iW(k_\mu, \beta). \end{aligned} \quad (4)$$

\sum_s , \sum_o 和 \sum_v 表示核子自能的标量、矢量和三矢量部分, 在通常情况下, 是核子的四动量和核温度的函数.

在 Hartree-Fock 近似下, 我们仅考虑如图 1 (a) 所示的费曼图的贡献, 同时, 我们不考虑介子传播子的极点对核子自能的贡献. 另外做了一个简单的近似, 即用核子传播子中的第二项取代了核子传播子. 根据费曼图的图形规则, 写出核子自能的具体表达式, 再把核子和介子的传播子代入自能的表式中, 就可获得在核物质中温度有关的核子自能的实部为:

$$\begin{aligned} V_s(k_\mu, \beta) = & -\frac{\lambda g_\sigma^2}{\pi^2 m_\sigma^2} \int_0^\infty \frac{M^*}{E_q^*} q^2 \sin^2 \theta_{E_q} dq \\ & + \frac{1}{16\pi^2 k} \int_0^\infty \frac{M^*}{E_q^*} \\ & [g_\sigma^2 \Theta_\sigma(k, g) - 4g_\omega^2 \Theta_\omega(k, g)] \sin^2 \theta_{E_q} q dq, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_O(k_\mu, \beta) &= \frac{\lambda g_\omega^2}{\pi^2 m_\omega^2} \int_0^\infty q^2 \sin^2 \theta_{E_q} dq \\
 &\quad + \frac{1}{16\pi^2 k} \int_0^\infty [g_\sigma^2 \Theta_\sigma(k, q) + 2g_\omega^2 \Theta_\omega(k, q)] q \sin^2 \theta_{E_q} dq, \\
 V_V(k_\mu, \beta) &= -\frac{1}{8\pi^2 k^2} \int_0^\infty \frac{q^*}{E_q^*} [g_\sigma^2 \Phi_\sigma(k, q) + 2g_\omega^2 \Phi_\omega(k, q)]^2 \sin^2 \theta_{E_q} dq. \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \Theta_i(k, q) &= \ln \left| \frac{A_i(k, q) + 2kq}{A_i(k, q) - 2kq} \right|, \\
 \Phi_i(k, q) &= \frac{A_i(k, q) \Theta_i(k, q)}{4kq} - 1, \\
 A_i(k, q) &= k^2 + q^2 + m_i^2 - (k_0 - E_q)^2, \\
 i &= \sigma, \omega, \\
 \sin^2 \theta_{E_q} &= \frac{1}{1 + e^{\beta(E_q - \mu)}}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

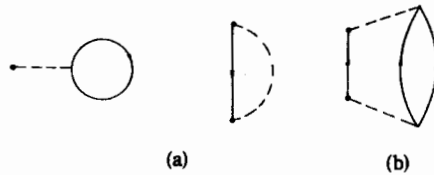


图1 在核物质中核子自能的费曼图.

(a) Hartree-Fock 图. (b) 四级极化图.

点线表示介子传播子, 分别为 σ 和 ω 介子, 实线表示核子传播子

对于核物质 $\lambda=2$. 从上面的公式可以看出, 当 $\beta \rightarrow \infty$ 时, 就很自然的得到绝对零度时的核子自能公式^[3].

核子自能的虚部仅考虑极化图的贡献, 如图1 (b) 所示. 根据费曼图图形规则, 在核物质中温度相关的核子自能的虚部为

$$\begin{aligned}
 W_S(k_\mu, \beta) &= \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty q^2 dq \int_{-1}^1 d\chi \frac{M^*}{E_{k-q}^*} \{ g_\sigma^2 \Delta_0^2(q) \text{Im} \Pi_\sigma(q, \beta) + g_\omega^2 D_0^2(q) \text{Im} \Pi_{\mu\mu}(q, \beta) \\
 &\quad - 2g_\sigma g_\omega \frac{\Delta_0(q) D_0(q)}{M^* q} [kx(k_0^* - E_{k-q}^*) - k_0^* q] \text{Im} \Pi_0^m(q, \beta) \} \\
 &\quad \cdot \cos^2 \theta_{E_{k-q}}, \\
 W_O(k_\mu, \beta) &= \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty q^2 dq \int_{-1}^1 dx \{ g_\sigma^2 \Delta_0^2(q) \text{Im} \Pi_\sigma(q, \beta) \\
 &\quad + g_\omega^2 \frac{D_0^2(q)}{E_{k-q}^*} \left[2 \left(\frac{kx}{q} (k_0^* - E_{k-q}^*) - k_0^* \right) \text{Im} \Pi_{00}(q, \beta) \right. \\
 &\quad \left. + E_{k-q}^* \text{Im} \Pi_{\mu\mu}(q, \beta) \right] + 2g_\sigma g_\omega \frac{M^*}{E_{k-q}^*} \Delta_0(q) D_0(q) \\
 &\quad \cdot \text{Im} \Pi_0^m(q, \beta) \} \cos^2 \theta_{E_{k-q}},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_V(k, \beta) = & -\frac{2}{8\pi^2 k} \int_0^\infty q^2 dq \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E_{k-q}^*} \{ g_\sigma^2 \Delta_0^2(q) (k - qx) \text{Im} \Pi_\sigma(q, \beta) \\
& - g_\omega^2 D_0^2(q) \left[\frac{2x}{q} (k_0^* - E_{k-q}^*) \left(\frac{kx}{q} (k_0^* - E_{k-q}^*) - k_0^* \right) \text{Im} \Pi_{00}(q, \beta) \right. \\
& \left. + (k - qx) \text{Im} \Pi_{\mu\mu}(q, \beta) \right] \\
& \left. + 2g_\sigma g_\omega M^* \Delta_0(q) D_0(q) x (k_0^* - E_{k-q}^*) \text{Im} \Pi_0^m(q, \beta) \right\} \cos^2 \theta_{E_{k-q}}. \quad (7)
\end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
\Delta_0(q) &= \frac{1}{q_\mu^2 - m_\sigma^2}, \quad D_0(q) = \frac{1}{q_\mu^2 - m_\omega^2}, \\
\text{Im} \Pi_\sigma(q, \beta) &= -\frac{\lambda g_\sigma^2}{2\pi q} \int_{|E_1|}^\infty (M^{*2} - \frac{1}{4} q_\mu^{*2}) \sin^2 \theta_{E_p^*} \cos^2 \theta_{E_p^* + q_0^*} dE_p^*, \\
\text{Im} \Pi_{\mu\mu}(q, \beta) &= -\frac{\lambda g_\omega^2}{2\pi q} \int_{|E_1|}^\infty (M^{*2} + \frac{1}{2} q_\mu^{*2}) \sin^2 \theta_{E_p^*} \cos^2 \theta_{E_p^* + q_0^*} dE_p^*, \\
\text{Im} \Pi_{00}(q, \beta) &= -\frac{\lambda g_\omega^2}{2\pi q} \int_{|E_1|}^\infty (E_p^{*2} + q_0^* E_p^* + \frac{1}{4} q_\mu^{*2}) \sin^2 \theta_{E_p^*} \cos^2 \theta_{E_p^* + q_0^*} dE_p^*, \\
\text{Im} \Pi_0^m(q, \beta) &= \frac{\lambda g_\sigma g_\omega}{4\pi q} \int_{|E_1|}^\infty (2E_p^* + q_0^*) M^* \sin^2 \theta_{E_p^*} \cos^2 \theta_{E_p^* + q_0^*} dE_p^*, \\
M^* &= M + V_S(k, \beta), \\
k^* &= k(1 + V_V(k, \beta)), \\
k_0^* &= k_0 - V_0(k, \beta) = \sqrt{k^{*2} + M^{*2}}, \\
\sin^2 \theta_{E_q} &= \frac{1}{1 + e^{\beta(E_q - \mu)}}, \quad \cos^2 \theta_{E_q} = \frac{1}{1 + e^{\beta(E_q - \mu)}}, \quad \beta = \frac{1}{KT}, \\
X &= \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{|\mathbf{k}| |\mathbf{q}|}, \\
E_1 &= \frac{1}{2} (q_0^* - q \sqrt{1 - 4M^{*2}/q_\mu^{*2}}). \quad (8)
\end{aligned}$$

当 $q_\mu^{*2} < 4M^{*2}$ 时, 虚部为零. 在虚部计算中, 由于从自能实部可知, 实部与动量的依赖关系很弱, 因此忽略了 $V_V(k, \beta)$ 对虚部自能的贡献.

三、温度相关的核子微观光学势以及薛定谔等效势和平均自由程

由核多体理论可知, 在核物质中, 核子的自能等价于核子的相对论微观光学势. 因此与温度相关的相对论微观光学势是四动量、核温度和核密度的函数. 在核物质中, Dirac 方程为:

$$\left[(1 + \sum_V) \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \gamma^0 (M + \sum_S) + \sum_0 \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}). \quad (9)$$

这里, 核子的自能是复数, 并且是与能量、核温度有关的, 而且很容易写成标量和矢量势的形式, 于是可得:

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \gamma^0(M + U_s) + U_0]\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}). \quad (10)$$

其中:

$$U_s(k_\mu, \beta) = \frac{\sum_s(k_\mu, \beta) - M \sum_v(k_\mu, \beta)}{1 + \sum_v(k_\mu, \beta)}, \quad (11)$$

$$U_0(k_\mu, \beta) = \frac{\sum_0(k_\mu, \beta) + E \sum_v(k_\mu, \beta)}{1 + \sum_v(k_\mu, \beta)}.$$

做适当的变换, 并忽略了被称为 Darwin 的小项, 便可获得如下的方程:

$$\left[\frac{\mathbf{k}^2}{2E} + U_{\text{eff}}(r) + V_c(r) + U_{\text{so}}(r)\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \right] \Phi(r) = \frac{E^2 - M^2}{2E} \Phi(r). \quad (12)$$

这个方程与薛定谔方程相似, U_{eff} 和 U_{so} 被称为薛定谔等效中心势和自旋-轨道耦合势, 其形式为:

$$U_{\text{eff}}(r) = U_0 + \frac{1}{2E} [U_s(2M + U_s) - (U_0 + V_c)^2],$$

$$U_{\text{so}}(r) = - \frac{1}{2ErD(r)} \frac{dD(r)}{dr}, \quad (13)$$

$$D(r) = M + U_s(r) + E - U_0(r) - V_c(r).$$

其中 $V_c(r)$ 为库仑势.

核子的平均自由程可以表示为^[8]:

$$\lambda = \frac{\sqrt{2M(E - R_e U_{\text{eff}})}}{2M^* |\text{Im} U_{\text{eff}}|}. \quad (14)$$

为了获得有限核的相对论微观光学势, 我们采用定域密度近似, 取 Negele^[7]的经验公式:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-c}{a}}}, \quad (15)$$

$$\rho_0 = \frac{3A}{4\pi c^3 (1 + \pi^2 \frac{a^2}{c^2})},$$

$$a = 0.54 \text{fm}, c = (0.978 + 0.0206A^{1/3})A^{1/3} \text{fm},$$

A 是靶核的核子数.

四、计算结果和讨论

在我们的计算中, 调节有效的耦合常数 g_σ 和 g_ω , 使得符合饱和核物质的性质, 即压力 $p=0$, 每核子的平均结合能为 -15.75MeV , 饱和密度 $\rho_0 = 2k_F^3/3\pi^2$, $k_F = 1.42 \text{fm}^{-1}$. 则耦合常数分别取为 $g_\sigma^2 = 83.11$, $g_\omega^2 = 108.05$. 同时假定, 核物质密度不随温度变化, 这就导致了化学势是温度的函数, 根据下列公式可获得不同温度时核物质的化学势. 即:

$$\rho_0 = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{1 + e^{\beta(E_q - \mu)}}. \quad (16)$$

而在计算有限核的相对论微观光学势时,从(16)可看出化学势也是核密度的函数,因此根据(16)可求出在不同的密度和温度下的化学势 μ .

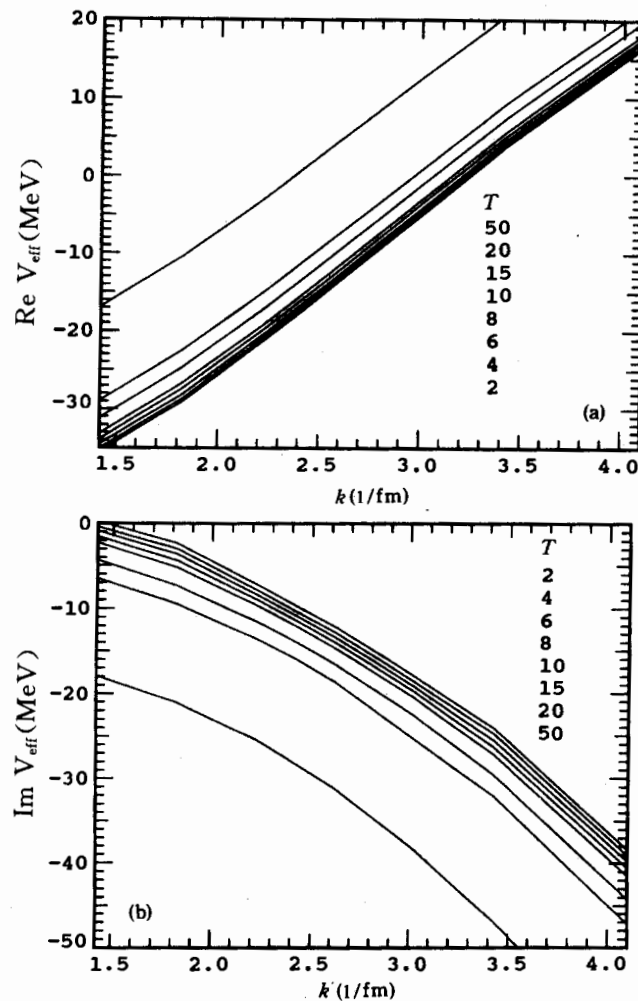


图2 相对论微观光学势的薛定谔等效势的实部和虚部

在计算中,用高斯数值积分方法自治计算了 Hartree-Fock 自能,而虚部用三重高斯数值积分的方法进行了计算,化学势 μ 随温度和密度的变化作为输入数据.在核物质中,我们获得了相对论微观光学势的标量势和矢量势随核温度的变化以及薛定谔等效势随温度的变化.图2是薛定谔等效势随能量和温度的变化,可以看出,在温度 $T \leq 6$ MeV 时,光学势随温度变化很小,在温度分别为2.0,4.0,6.0 MeV 时,相邻的温度间实部相差在0.5 MeV 左右,随着温度的增加,变化越来越大,特别是在较高温度时变化很大.随着温度的增加,光学势实部变浅,虚部势变深,与用 Skyrme 相互作用获得的非相对论微观光学势^[8]随温度变化的趋势完全相同,而相对论微观光学势的薛定谔等效势随着能量的增加比非相对论微观光学势随能量的增加变化缓慢.图3是核子的平均自由程随温度的变化.在低温和低能时,平均自由程随温度的变化很大,而在高温和高能的情况下,平均自由

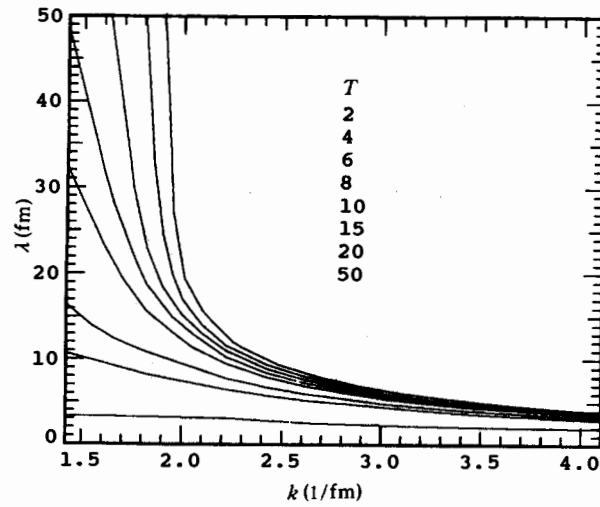
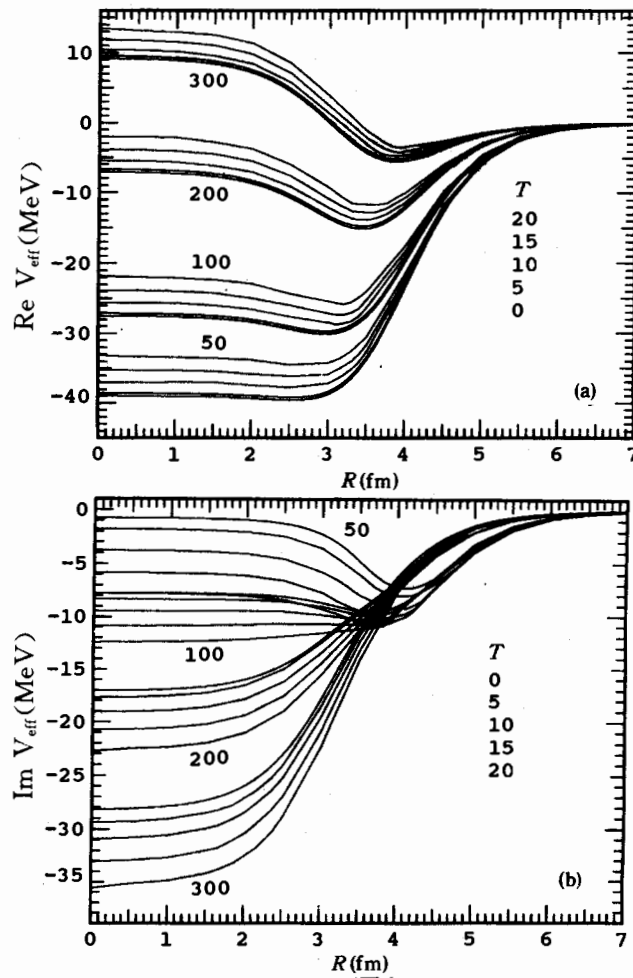


图3 在核物质中,核子的平均自由程

图4 ^{40}Ca 的质子薛定谔等效势的实部和虚部

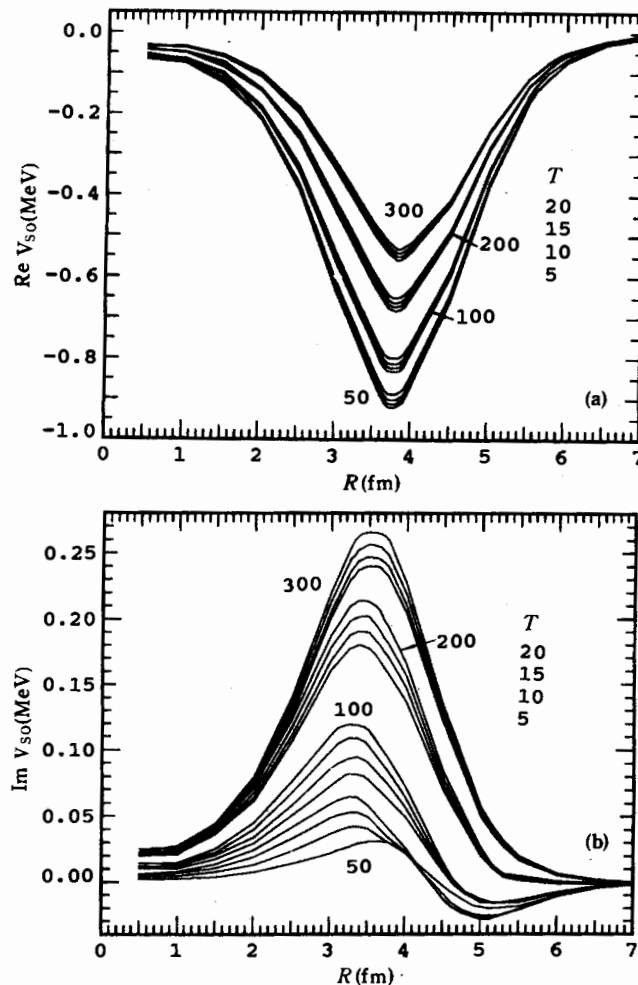


图5 ^{40}Ca 的质子薛定谔等效势的自旋-轨道耦合势的实部和虚部

程变化很小,特别是在高能时,对于所有的温度接近恒定值.与非相对论中计算的结果相比较,随温度和能量变化的趋势完全相似,而数值大40%左右,这主要是由于相对论微观光学势的薛定谔等效势的虚部比非相对论微观光学势的虚部稍大的缘故.

上面的计算都是在核物质中进行的,对于有限核,图4和图5分别给出了 $p+^{40}\text{Ca}$ 的薛定谔等效势的实部、虚部和自旋-轨道耦合势的结果.在核子能量 $\epsilon = E - M$ 分别为50, 100, 200, 300 MeV, 温度分别为0, 5, 10, 15, 20 MeV 时,随核半径的变化情况.由图中可看出光学势实部随着温度的升高变浅,在能量大于200 MeV 时出现了“酒瓶底”的形状,而虚部随温度的升高变深变宽,当能量增加时由面吸收转变为体吸收.而自旋-轨道耦合势随温度变化在核表面附近较大,实部随温度的增加变浅,虚部随温度的增加变深,从整体看,随着能量和温度的增加而变大.

五、结束语

使用 Walecka 模型和热场动力学理论在核物质和有限核中研究了与温度相关的核子相对论微观光学势以及相应的薛定谔等效势和平均自由程. 并假定核物质的密度不随温度变化, 因此耦合常数 g_σ 和 g_ω 与温度无关.

相对论微观光学势的实部和虚部随温度的变化不是很敏感, 标量势随温度的升高而变浅, 矢量势随温度的增加而变深. 相对论微观光学势的薛定谔等效势的实部和虚部随温度的变化与由 Skyrme 相互作用获得的非相对论微观光学势^[8]的情况相似, 在非相对论微观光学势适用的能量范围内, 薛定谔等效势明显比文献 [8] 中的计算结果浅. 由于相对论微观光学势随温度的变化不是很敏感, 因而在中高能核反应理论中, 核反应统计理论中的逆截面用绝对零度的相对论微观光学势做计算是合理的.

核子的平均自由程在能量 $\epsilon \leq 50\text{MeV}$ 范围内, 比非相对论微观光学势^[8]计算的结果大40%左右, 这主要是由于薛定谔等效势的虚部比非相对论光学势的虚部稍浅的缘故, 而在 $\epsilon > 50\text{MeV}$ 时, 相对论微观光学势计算得到的平均自由程数值比较合理, 克服了文献 [8] 中获得的平均自由程偏小的不足.

参 考 文 献

- [1] J. D. Walecka, *Ann. Phys.* **83** (1974), 491.
- [2] B. D. Serot, J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.*, **16** (1986), 1.
- [3] Ma Zhongyu, Zhu Ping, Gu Yingqi and Zhuo Yizhong, *Nucl. Phys.*, **A490** (1988), 619.
- [4] Shen Qingbiao, Feng Dachun and Zhuo Yizhong, *Phys. Rev.*, **C43** (1991), 2773.
- [5] K. Soutome, T. Marutama and K. Saito, *Nucl. Phys.*, **A507** (1990), 731.
- [6] L. Leplae, H. Umezawa and F. Mancini, *Phys. Rep.*, **10** (1974), 151.
- [7] J. W. Neglele, *Phys. Rev.*, **C1** (1970), 1260.
- [8] 韩银录、吴锡真、卓益忠, *高能物理与核物理*, **12** (1988), 257.

Temperature Dependent Relativistic Microscopic Optical Potential and Mean Free Paths of Nucleons

HAN YINLU SHEN QINGBIAO ZHUO YIZHONG

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

ABSTRACT

The relativistic microscopic optical potential, mean free paths and Schrödinger equivalent potential of nucleons at finite temperature in nuclear matter are studied based on Walecka's model and thermo field dynamics. We let only the Hartree-Fock self-energy of nucleon represent to be the real part of the microscopic optical potential and the fourth order of meson exchange diagrams, i. e. the core polarization represent the imaginary part of microscopic optical potential in nuclear matter. The microscopic optical potential of finite nuclei is obtained with the local density approximation.