第18卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 18, No. 1
1994年1月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Jan., 1994

$e^{+}+e^{-}\to J/\psi\to V+X, X\to 3P$ 过程的角分布螺旋度形式*

张吉龙
（遵义师专物理系 贵州省 563002）

沈齐兴[1)] 郁 宏[1)]
（中国科学院高能物理研究所 北京 100039）

1992年8月6日收到

摘 要

本文给出了过程 $e^{+}+e^{-}\to J/\psi\to V+X$, $X\to P_1+P_2+P_3$ (V 和 P_i 分别代表矢量介子和赝标介子)的角分布螺旋度形式，为确定上述过程中间态X的自旋和宇称提供了理论公式.

关键词 宇称，螺旋度，角分布.

1 引 言

发现 J/ψ 粒子已近二十年，但至今有关 J/ψ 的实验仍然吸引着实验和理论工作者. 尤其是近十年来，由于 QCD 理论预言，可能在 J/ψ 衰变过程中找到包含胶子的束缚态，这又给这一研究增添了新的动力. 总数近 2×10^7 个 J/ψ 事例已被分析，并期望 BEPC 储存环能进一步提供更多的 J/ψ 事例数. 到目前为止，已经发现的胶子球侯选者至少有 $\iota/\eta(1440)$、$\theta/f_2(1720)$、$\xi(2230)$、$G/f_0(1590)$ 以及三个 g_T 态. 其中 $\iota/\eta(1440)$ 也许是最佳的胶子球侯选者.

最近，Mark III[1] 对 $J/\psi\to\gamma+X$, $X\to K\bar{K}\pi$ 过程作分波分析后的结果表明，在 1440MeV 附近的共振峰呈现出三态结构：

$$J/\psi\to\gamma+X_1\left(J^{PC}=0^{-+}, m=\left(1416\pm 8{+7 \atop -5}\right)\text{MeV}\right)$$
$$\hookrightarrow \pi+a_0(980)$$
$$\hookrightarrow K\bar{K},$$

* 国家自然科学基金资助.

1) 中国科学院理论物理研究所客座研究人员.

$$J/\psi \to \gamma + X_2 \left(J^{PC} = 1^{++}, m = \left(1443^{+14+3}_{-8-16}\right)\mathrm{MeV}\right)$$
$$\hookrightarrow \bar{K}K^* \hookrightarrow K\pi,$$

$$J/\psi \to \gamma + X_3 \left(J^{PC} = 0^{-+}, m = \left(1490^{+14+3}_{-8-16}\right)\mathrm{MeV}\right)$$
$$\hookrightarrow \bar{K}K^* \hookrightarrow K\pi. \qquad (1)$$

情况比较复杂．由于分波方法只能处理二体问题，所以只能选出一部分三级二体衰变事例作分析．文献[2]已对过程(1)进行了比较系统的研究，给出了决定中间态X的自旋-宇称的角分布螺旋度形式．事实上，用角分布螺旋度形式处理时并不需要上述限制，可以直接讨论过程

$$J/\psi \to \gamma + X \hookrightarrow K\bar{K}\pi, \qquad (2)$$

从而增加了统计事例数．

在 J/ψ 强子衰变中，Mark III[3] 观测了过程

$$J/\psi \to \omega + X \hookrightarrow K\bar{K}\pi, \qquad (3)$$

发现在 1440MeV 处出现一个峰，它的自旋很可能是 1．而 Mark III[3] 和 DM2[4] 对过程

$$J/\psi \to \phi + X \hookrightarrow K\bar{K}\pi \qquad (4)$$

的观测，在 1440MeV 附近没有发现峰结构，只在 1280MeV 处有小信号．由于没有作自旋-宇称分析，不能确定它的自旋-宇称．

Crystall Ball, Mark III 和 DM2 等实验组也观测了过程

$$J/\psi \to \{\gamma, \omega, \phi\} + \eta\pi\pi, \qquad (5)$$

没有发现 $\iota/\eta(1440)$，但存在可能是 $f_1(1285)$，$f_1(1420)$ 和 $f_1(1530)$ 的一系列 1^{++}态[5]．

为了更好地了解 J/ψ 衰变中产生的新强子态的性质，对过程 $J/\psi \to \{\gamma, \omega, \phi\} + X$ 进行综合分析是十分必要的．对这类过程给出一个统一的角分布螺旋度形式，将使这种综合分析建立在一个统一的基础上．本文将给出过程

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to V + X \hookrightarrow P_1 + P_2 + P_3 \qquad (6)$$

的角分布螺旋度形式，用于对中间态X的自旋-宇称分析．这里V是矢量介子，P_1、P_2 和 P_3 是赝标介子．对于X的自旋-宇称 $J^P = 0^-, 1^\pm, 2^\pm$，我们分别给出了相应的角分布螺旋度形式和投影角分布公式．如果去掉公式中和 z_1、z_2 有关的项，这些公式就成为相应于 J/ψ 辐射衰变过程

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to \gamma + X \to P_1 + P_2 + P_3 \tag{7}$$

的角分布公式。

2　角分布公式的推导

过程(6)的 S 矩阵元为[6]：

$$A \sim \sum_{\lambda_J,\lambda_X} \langle P_1P_2P_3|T_3|X_{\lambda_X}\rangle \langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \langle \psi_{\lambda_J}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle. \tag{8}$$

其微分截面为

$$\frac{d\sigma}{d\theta_V d\Omega} \sim \frac{1}{4}\int d\gamma d\omega_1 d\omega_2 \sum_{\substack{\lambda_V,\lambda_J,\lambda_J' \\ \lambda_X,\lambda_X',r,r'}} \langle \psi_{\lambda_J}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle \langle \psi_{\lambda_J'}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle^* \langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X'}|T_2|\psi_{\lambda_J'}\rangle^* \langle P_1P_2P_3|T_3|X_{\lambda_X}\rangle \langle P_1P_2P_3|T_3|X_{\lambda_X'}\rangle^*. \tag{9}$$

其中 $\lambda_J,\lambda_V,\lambda_X$ 分别是 J/ψ，V和X粒子的螺旋度，r 和 r' 分别是正负电子的极化指标，ω_1 和 ω_2 是X静止系中赝标介子 P_1 和 P_2 的能量。在 e^+e^- 质心系中，选取V的动量方向为 z 轴，e^+e^- 束流在 x-z 平面，y 轴为 $\hat{z}\times \boldsymbol{p}_+$（$\boldsymbol{p}_+$ 为正电子动量）方向。θ_V 是 J/ψ 静止系中V与正电子动量方向之间的夹角。令

$$I_{\lambda_J,\lambda_J'} \sim \frac{1}{4}\sum_{r,r'} \langle \psi_{\lambda_J}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle \langle \psi_{\lambda_J'}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle^*. \tag{10}$$

在上面选取的螺旋度坐标系中，可以得到(略去正比于 $O(m_e/p)$ 的小项，$p=|\boldsymbol{p}_+|=|\boldsymbol{p}_-|$)：

$$\begin{aligned}
&I_{1,1}(\theta_V) = I_{-1,-1}(\theta_V) \sim p^2(1+\cos^2\theta_V),\\
&I_{1,0}(\theta_V) = I_{0,1}(\theta_V) = -I_{-1,0}(\theta_V) = -I_{0,-1}(\theta_V) \sim \frac{1}{\sqrt{2}}p^2\sin 2\theta_V,\\
&I_{1,-1}(\theta_V) = I_{-1,1}(\theta_V) \sim p^2\sin^2\theta_V,\\
&I_{0,0}(\theta_V) \sim 2p^2\sin^2\theta_V,
\end{aligned} \tag{11}$$

以及

$$\langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim A_{\lambda_V,\lambda_X},\ \lambda_J = \lambda_V - \lambda_X. \tag{12}$$

A_{λ_V,λ_X} 称为过程 $J/\psi\to V+X$ 的螺旋度振幅。另外，矩阵元

$$\langle P_1P_2P_3|T_3|X_{\lambda_X}\rangle \sim \sum_M F_M D^{J*}_{\lambda_X,M}(\phi,\theta,\gamma). \tag{13}$$

其中 D^J 是转动群的 $(2J+1)$ 维表示矩阵，ϕ,θ,γ 是X粒子静止系中，$P_1P_2P_3$ 组成的衰变平面的位形的欧拉角，其中 ϕ,θ 可以分别选为这个衰变平面法线方向 $\hat{n}$ 的方位角和极角，相应的 z 轴平行于 J/ψ 静止系中X粒子的动量方向，y 轴为 $\hat{z}\times\hat{n}$ 的方向。M是自旋 J 在 $\hat{n}$ 方向上的投影，F_M 称为X粒子衰变为三个赝标介子的螺旋度振幅。将上述结果代入截面公式(2)，即得

$$\frac{d\sigma}{d\theta_V d\Omega} \sim \sum_{\lambda_X,\lambda'_X,\lambda_V} I_{\lambda_V-\lambda_X,\lambda_V-\lambda'_X}(\theta_V) A_{\lambda_V,\lambda_X} A_{\lambda_V,\lambda'_X}$$

$$\cdot \sum_M D^{J*}_{\lambda_X,M}(\phi,\theta,0) D^J_{\lambda'_X,M}(\phi,\theta,0) |R_M|^2.$$

这里 $|R_M|^2 = 2\pi \int d\omega_1 d\omega_2 |F_M|^2$，$M$的取值为 $0, \pm 1, \cdots, \pm J$. $\lambda_V - \lambda_X$ 取值范围限于$|\lambda_V - \lambda_X| \leqslant 1$，同样要求 $|\lambda_V - \lambda'_X| \leqslant 1$. 上式可以改写为

$$W(\theta_V,\theta,\phi) \sim \sum_{M>0} \left\{ \sum_{\lambda_X,\lambda'_X} (\mathrm{Re}\rho_{\lambda_X,\lambda'_X} \cos(\lambda_X - \lambda'_X)\phi + \mathrm{Im}\rho_{\lambda_X,\lambda'_X} \sin(\lambda_X - \lambda'_X)\phi) \right.$$

$$\left. [R_{M^+} Z^{JM+}_{\lambda_X,\lambda'_X} + R_{M^-} Z^{JM-}_{\lambda_X,\lambda'_X}] \right\}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\lambda_X,\lambda'_X} (\mathrm{Re}\rho_{\lambda_X,\lambda'_X} \cos(\lambda_X - \lambda'_X)\phi + \mathrm{Im}\rho_{\lambda_X,\lambda'_X} \sin(\lambda_X - \lambda'_X)\phi)$$

$$R_{0+} Z^{J0+}_{\lambda_X,\lambda'_X}. \tag{14}$$

其中

$$\rho_{\lambda_X,\lambda'_X} = \sum_{\lambda_V} I_{\lambda_V-\lambda_X,\lambda_V-\lambda'_X}(\theta_V) A_{\lambda_V,\lambda_X} A^*_{\lambda_V,\lambda'_X},$$

$$R_{M\pm} = \frac{1}{2}(|R_M|^2 \pm |R_{-M}|^2),$$

$$Z^{JM\pm}_{\lambda_X,\lambda'_X}(\theta) = d^J_{\lambda_X,M}(\theta) d^J_{\lambda'_X,M}(\theta) \pm d^J_{\lambda_X,-M}(\theta) d^J_{\lambda'_X,-M}(\theta). \tag{15}$$

并具有性质：

$$I_{\lambda_J,\lambda'_J} = (-1)^{\lambda'_J-\lambda_J} I_{-\lambda_J,-\lambda'_J}, I_{\lambda_J,\lambda'_J} = I_{\lambda'_J,\lambda_J},$$

$$Z^{JM\pm}_{\lambda_X,\lambda'_X}(\theta) = \pm(-1)_{\lambda'_X-\lambda_X} Z^{JM\pm}_{-\lambda_X,-\lambda'_X}(\theta). \tag{16}$$

考虑到强相互作用下的宇称守恒，有

$$A_{-\lambda_V,-\lambda_X} = \varepsilon A_{\lambda_V,\lambda_X}. \tag{17}$$

其中 $\varepsilon = \mathrm{P}(-1)^J$. 显然，当 $\varepsilon = -1$ 时，$A_{0,0} = 0$. 在时间反演不变的条件下，螺旋度振幅相对为实，所以 $\rho_{\lambda_X,\lambda'_X}$ 为实数. 这样，(14)式简化为

$$W(\theta_V,\theta,\phi) = \sum_{\lambda_X,\lambda'_X,M>0} \rho_{\lambda_X,\lambda'_X} \cos(\lambda_X - \lambda'_X)\phi [R_{M^+} Z^{JM+}_{\lambda_X,\lambda'_X} + R_{M^-} Z^{JM-}_{\lambda_X,\lambda'_X}]$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\lambda_X,\lambda'_X} \rho_{\lambda_X,\lambda'_X} \cos(\lambda_X - \lambda'_X)\phi R_{0+} Z^{J0+}_{\lambda_X,\lambda'_X}. \tag{18}$$

对于X粒子的三体衰变过程，由于末态为三个赝标介子，所以有[6]：

$$\mathbf{P}|\omega_1\omega_2\omega_3; JmM\rangle = (-1)^{M+1}|\omega_1\omega_2\omega_3; JmM\rangle,$$

其中 $\mathbf{P}$ 代表宇称算符. 根据宇称守恒以及M可取值 $0, \pm 1, \cdots, \pm J$，可以得到M的可能取值与X粒子自旋 J、宇称 P 之间的关系如表 1：

表 1

J^P	M可取值	$R_M\pm$ 可取形式
0^+	/	/
0^-	0	R_0+
1^+	±1	$R_1\pm$
1^-	0	R_0+
2^+	±1	$R_1\pm$
2^-	$0,\pm2$	$R_0+, R_2\pm$

因为最多只有五个独立的螺旋度振幅 $A_{1,0}, A_{1,1}, A_{1,2}, A_{0,0}$ 和 $A_{0,1}$，如果假设时间反演不变，则可定义四个独立的、实的螺旋度振幅之比：

$$x = \frac{A_{1,1}}{A_{1,0}},\quad y = \frac{A_{1,2}}{A_{1,0}},\quad z_1 = \frac{A_{0,0}}{A_{1,0}},\quad z_2 = \frac{A_{0,1}}{A_{1,0}}. \tag{19}$$

从(18)式可以导出相应于不同自旋-宇称 J^P 的角分布公式。

(A) $J^P = 0^-$

当 $J^P = 0^-$ 时，M只能取一个值，即$M = 0$。由于 $\varepsilon = -1$，$A_{0,0} = 0$。可得角分布

$$W(\theta_V,\theta,\phi) \sim 2(1+\cos^2\theta_V)R_0+. \tag{20}$$

(B) $J^P = 1^+$

当 $J^P = 1^+$ 时，M能取二个值，即 $M = \pm1$。这时同样有 $A_{0,0} = 0$。可得角分布公式

$$\begin{aligned} W(\theta_V,\theta,\phi) \sim \{&2(1+\cos^2\theta_V)\sin^2\theta + 2x^2\sin^2\theta_V(1+\cos^2\theta) \\ &+ x\sin 2\theta_V \sin 2\theta \cos\phi \\ &+ z_2^2[(1+\cos^2\theta_V)(1+\cos^2\theta) \\ &- \sin^2\theta_V\sin^2\theta\cos 2\phi]\}R_1+. \end{aligned} \tag{21}$$

(C) $J^P = 1^-$

这时M只能取一个值，$M = 0$。因此有

$$\begin{aligned} W(\theta_V,\theta,\phi) \sim \{&2(1+\cos^2\theta_V)\cos^2\theta + 2x^2\sin^2\theta_V\sin^2\theta - x\sin 2\theta_V \sin 2\theta\cos\phi \\ &+ 2z_1^2\sin^2\theta_V\cos^2\theta - z_1z_2\sin 2\theta_V\sin 2\theta\cos\phi \\ &+ z_2^2[(1+\cos^2\theta_V)\sin^2\theta - \sin^2\theta_V\sin^2\theta\cos 2\phi]\}R_0+. \end{aligned} \tag{22}$$

(D) $J^P = 2^+$

当 $J^P = 2^+$ 时，M能取二个值，即±1。角分布公式为

$$\begin{aligned} W(\theta_V,\theta,\phi) = \Big\{&\frac{3}{2}(1+\cos^2\theta_V)\sin^2 2\theta + 2x^2\sin^2\theta_V(1 - 3\cos^2\theta + 4\cos^4\theta) \\ &+ y^2(1+\cos^2\theta_V)(1-\cos^4\theta) + \sqrt{3}\,x\sin 2\theta_V\sin 2\theta\cos 2\theta\cos\phi \\ &- 2\sqrt{6}\,y\sin^2\theta_V\sin^2\theta\cos^2\theta\cos 2\phi + \sqrt{2}\,xy\sin 2\theta_V\sin 2\theta\cos^2\theta\cos\phi \\ &+ \frac{3}{2}z_1^2\sin^2\theta_V\sin^2 2\theta - \sqrt{3}\,z_1z_2\sin 2\theta_V\sin 2\theta\cos 2\theta\cos\phi \\ &+ z_2^2[(1+\cos^2\theta_V)(1 - 3\cos^2\theta + 4\cos^4\theta) \\ &+ \sin^2\theta_V(\cos^2\theta - \cos^2 2\theta)\cos 2\phi]\Big\}R_1+. \end{aligned} \tag{23}$$

(E) $J^P = 2^-$

$J^P = 2^-$ 时,M可以取三个值: 0, ±2. 由于 $A_{0,0} = 0$, 角分布公式中不含与 z_1 有关的项,结果是:

$$W(\theta_V,\theta,\phi) \sim \Big\{\frac{3}{2}(1+\cos^2\theta_V)\sin^4\theta + 2x^2\sin^2\theta_V\sin^2\theta(1-\cos^2\theta)$$
$$+\frac{1}{4}y^2(1+\cos^2\theta_V)(1+6\cos^2\theta+\cos^4\theta)+\frac{\sqrt{3}}{2}x\sin 2\theta_V\sin 2\theta\sin^2\theta\cos\phi$$
$$+\frac{\sqrt{6}}{2}y\sin^2\theta_V(1-\cos^4\theta)\cos 2\phi-\frac{\sqrt{2}}{4}xy\sin 2\theta_V(3+\cos^2\theta)\sin 2\theta\cos\phi$$
$$+z_2^2[(1+\cos^2\theta_V)(1-\cos^4\theta)-\sin^2\theta_V\sin^4\theta\cos 2\phi]\Big\}R_{2^+}$$
$$+\Big\{\frac{1}{2}(1+\cos^2\theta_V)(3\cos^2\theta-1)^2+\frac{3}{2}x^2\sin^2\theta_V\sin^2 2\theta$$
$$+\frac{3}{4}y^2(1+\cos^2\theta_V)\sin^4\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}x\sin 2\theta_V\sin 2\theta(3\cos^2\theta-1)\cos\phi$$
$$+\frac{\sqrt{6}}{2}y\sin^2\theta_V\sin^2\theta(3\cos^2\theta-1)\cos 2\phi$$
$$+\frac{3\sqrt{2}}{4}xy\sin 2\theta_V\sin 2\theta\sin^2\theta\cos\phi$$
$$+3z_2^2[(1+\cos^2\theta_V)+\sin^2\theta_V\cos 2\phi]\sin^2\theta\cos^2\theta\Big\}R_{0^+}. \tag{24}$$

在导出(20)—(24)式时,我们已经忽略了公因子 $p^2A_{1,0}^2$.

3 讨 论

如果将角分布归一化,并分别积去角度 θ,ϕ;θ_V,ϕ 或 θ_V, θ, 则分别可得三个归一化的投影角分布 $P_1(\cos\theta_V)$, $P_2(\cos\theta)$ 和 $P_3(\phi)$, 它们通常是实验上感兴趣的. 计算结果如下:

(A) $J^P = 0^-$

$$P_1(\cos\theta_V) = \frac{3}{8}(1+\cos^2\theta_V),$$
$$P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2},$$
$$P_3(\phi) = \frac{1}{2\pi}. \tag{25}$$

(B) $J^P = 1^+$

$$P_1(\cos\theta_V) = \frac{3}{8}\frac{1}{1+x^2+z_2^2}\{1+2x^2+z_2^2+(1-2x^2+z_2^2)\cos^2\theta_V\},$$
$$P_2(\cos\theta) = \frac{3}{8}\frac{1}{1+x^2+z_2^2}\{2+x^2+z_2^2-(2-x^2-z_2^2)\cos^2\theta\},$$

$$P_3(\phi) = \frac{1}{2\pi}\left\{1 - \frac{z_2^2}{4(1 + x^2 + z_2^2)}\cos 2\phi\right\}. \tag{26}$$

(C) $J^P = 1^-$

$$P_1(\cos\theta_V) = \frac{3}{8}\frac{1}{1 + x^2 + \frac{1}{2}z_1^2 + z_2^2}\{1 + 2x^2 + z_1^2 + z_2^2 + (1 - 2x^2 - z_1^2 + z_2^2)\cos^2\theta_V\},$$

$$P_2(\cos\theta) = \frac{3}{4}\frac{1}{1 + x^2 + \frac{1}{2}z_1^2 + z_2^2}\{x^2 + z_2^2 + (2 - x^2 + z_1^2 - z_2^2)\cos^2\theta\},$$

$$P_3(\phi) = \frac{1}{2\pi}\left\{1 - \frac{1}{2}\frac{z_2^2}{1 + x^2 + \frac{1}{2}z_1^2 + z_2^2}\cos 2\phi\right\}. \tag{27}$$

(D) $J^P = 2^+$

$$P_1(\cos\theta_V) = \frac{3}{8}\frac{1}{1 + x^2 + y^2 + \frac{1}{2}z_1^2 + z_2^2}\{1 + 2x^2 + y^2 + z_1^2 + z_2^2 + (1 - 2x^2 + y^2 - z_1^2 + z_2^2)\cos^2\theta_V\},$$

$$P_2(\cos\theta) = \frac{5}{8}\frac{1}{1 + x^2 + y^2 + \frac{1}{2}z_1^2 + z_2^2}\{x^2 + y^2 + z_2^2 + (6 - 3x^2 + 3z_1^2 - 3z_2^2)\cos^2\theta - (6 - 4x^2 + y^2 + 3z_1^2 - 4z_2^2)\cos^4\theta\},$$

$$P_3(\phi) = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{1 + x^2 + y^2 + \frac{1}{2}z_1^2 + z_2^2}\left\{1 + x^2 + y^2 + \frac{1}{2}z_1^2 + z_2^2 - \left(\frac{1}{12}z_2^2 + \frac{1}{\sqrt{6}}y\right)\cos 2\phi\right\}. \tag{28}$$

(E) $J^P = 2^-$

$$P_1(\cos\theta_V) = \frac{3}{8}\frac{1}{1 + x^2 + y^2 + z_2^2}\{1 + 2x^2 + y^2 + z_2^2 + (1 - 2x^2 + y^2 + z_2^2)\cos^2\theta_V\},$$

$$P_2(\cos\theta) = \frac{4\pi}{3N}\{R_{2^+}[6 + 4x^2 + y^2 + 4z_2^2 + 6(y^2 - 2)\cos^2\theta + (6 - 4x^2 + y^2 - 4z_2^2)\cos^4\theta] + R_{0^+}[2 + 3y^2 - 6(2 - 2x^2 + y^2 - 2z_2^2)\cos^2\theta + 3(6 - 4x^2 + y^2 - 4z_2^2)\cos^4\theta]\},$$

$$P_3(\phi) = \frac{1}{2\pi} + \frac{64}{15N}\left\{R_{2^+}\left(\frac{\sqrt{6}}{4}y - \frac{1}{3}z_2^2\right)\right.$$

$$+ R_{0^+}\left(\frac{1}{4} z_2^2 - \frac{\sqrt{6}}{12} y\right)\Big\} \cos 2\phi. \tag{29}$$

其中归一化常数

$$N = \frac{128\pi}{15}(1 + x^2 + y^2 + z_2^2)\left(R_{2^+} + \frac{1}{2} R_{0^+}\right). \tag{30}$$

从上面的公式可以看到，对于 $J^P = 0^-$ 的粒子，过程(2)的投影角分布对 θ, ϕ 都是各向同性的，而对 $1^\pm$和 $2^\pm$的粒子 X，其投影角分布一般情况下都不具有这种特性。所以实验上可以根据这种特性把 0^- 粒子区分出来．在特殊情况下，例如从(26)式，虽然当 $x^2 = 2, z_2^2 = 0$ 时，对 1^+ 粒子的投影角分布对 θ, ϕ 也是各向同性的，但这时的 $P_1(\cos\theta_V) \sim 5 - 3\cos^2\theta_V$ 和 0^- 粒子的 $P_1(\cos\theta_V) \sim 1 + \cos^2\theta_V$ 是不同的．因此 0^- 粒子和 1^+ 粒子仍可区分．同样，从(27)式看到，只有当 $x^2 = 2, z_1^2 = 0, z_2^2 = 0$ 同时成立时，对于 1^- 粒子的投影角分布对 θ, ϕ 也是各向同性的，但这时的 $P_1(\cos\theta_V) \sim 5 - 3\cos^2\theta_V$ 和 0^- 粒子的 $P_1(\cos\theta_V)$ 不同，所以 0^- 粒子和 1^- 粒子仍可区分．类似的讨论也适用于 $2^\pm$ 粒子的情况．另外，还可以根据相应于 θ 的投影角分布的不同性质，将 $J = 1$ 的粒子与 $J = 2$ 的粒子区分开．因为对于自旋为 1 的X粒子的投影角分布 $P_2(\cos\theta)$ 都只与 $\cos^2\theta$ 有关，而对于自旋为 2 的X粒子的投影角分布 $P_2(\cos\theta)$ 不仅依赖于 $\cos^2\theta$，而且通常还包含与 $\cos^4\theta$ 有关的项．

从上面给出的投影角分布我们还看到，一般地说，我们无法从这些角分布来判别X粒子的宇称 P，只有在非常特殊的情况下才可能实现．例如，当 $2-x^2-z_2^2$ 和 $2-x^2+z_1^2-z_2^2$ 中的一个等于零，而另一个不为零时，从(26)和(27)式看到，对 1^+ 粒子和 1^- 粒子的 $P_2(\cos\theta)$，其中一个对 θ 各向同性，而另一个依赖于 $\cos^2\theta$，从而判别出X粒子的宇称 P．对自旋为 2 的粒子也是类似的．

综上所述，对于具有不同自旋值的中间态 X，我们得到了相应的角分布螺旋度形式．对于具有不同自旋的X粒子，相应的投影角分布具有不同的特性．实验上可以根据测量到的投影角分布的特性判别中间态粒子X的自旋值．在比较特殊的情况下，有时也能判别粒子X的宇称．螺旋度振幅的比值 x, y, z_1 和 z_2 作为参数，可以通过拟合实验数据而得到，从而为进一步研究相互作用机制以及了解X粒子的性质提供重要的信息．

上述讨论也适用于 $\psi'(3685)$ 和 Υ 的相应的衰变过程．

参考文献

[1] Z. Bai et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990)2507.
[2] 沈齐兴，郁宏，高能物理与核物理，**3**(1992)219.
[3] J.J. Becker et al., *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987)186.
[4] L. Kopke and N. Wermes, *Phys. Rep.*, 174 (1989)67.
[5] J.Becker et al., SLAC-PUB-4246(1987).
[6] S.M. Berman and M. Jacob, *Phys. Rev.*, **139**(1965) 1023; J.Werle, *Phys. Lett.*, **4**(1963)127; *Nucl. Phys.*, **44**(1963)579; C. Zermach, *Phys. Rev.*, **133**(1964) B1201.

Helicity Formalism of the Angular Distributions for the Process $e^+ + e^- \to J/\psi \to V + X, X \to 3P$

Zhang Jilong

(*Zunyi Normal School Guizhou* 563002)

Shen Qixing Yu Hong

(*Institute of High Energy Physics*, *Academia Sinica*, *Beijing* 100039)

Received on August 6, 1992

Abstract

The helicity formalism of the angular distributions for the process $e^+ + e^- \to J/\psi \to V + X$, $X \to P_1 + P_2 + P_3$(V and P_i stand for vector and pseudoscalar meson, respectively) are given in this paper. It provides the theoretical formula for determining the spin and parity of the intermediate state X of the above process.

Key Words Parity, Helicity, Angular distribution.