

# 有限温度下赝标耦合中的 $\eta$ 介子\*

高守恩 惠源 郑国桐  
(杭州师范学院物理系 杭州 310012)

苏汝铿  
(复旦大学物理系 上海 200433)  
1992年9月22日收到

## 摘 要

利用有限温度场论的虚时格林函数方法,本文导出了赝标耦合中  $\eta$  介子与核子相互作用耦合常数,  $\eta$  介子的有效质量和单  $\eta$  介子交换势对温度的依赖关系,并与赝矢耦合中  $\eta$  介子的结果作了比较。

**关键词** 赝标耦合,介子,有效质量,耦合常数。

## 1 引 言

近年来,高温、高密、高压等极端状态下的物理学引起了广泛注意<sup>[1-11]</sup>。为讨论极端条件下物质的热力学性质,首要问题是要研究粒子之间的有效相互作用随温度和密度的变化。在以前的一系列论文中<sup>[5-11]</sup>,我们系统地研究了有限温度和有限密度下,核子-核子间的单  $\pi$ , 单  $\sigma$ , 具有手征不变的  $\pi\sigma\omega$  交换,以及具有赝矢耦合的单  $\eta$  交换势。

熟知,长程核力来自单  $\pi$  交换,中程核力来自双  $\pi$  或  $\sigma$  介子交换,短程核力来自  $\omega$ ,  $\rho$  等介子交换。 $\eta$  介子,由于它是  $3\pi$  共振态,其质量  $m_\eta$  远大于  $\pi$  介子质量,因此  $\eta$  介子交换对中短程核力的影响不可忽略。另一方面,由于  $\eta$  介子是赝标介子,而且是同位旋标量,它与核子的耦合方式除赝矢耦合外<sup>[12]</sup>,还可以具有赝标耦合<sup>[13]</sup>。考虑到虽则赝矢耦合能比较好地解释  $\pi N$  散射中的“对压抑现象”及手征不变性,但由于这是一种微商耦合,因而它具有不可重整化的重大缺陷,而赝标耦合是可重整化的。因此,为使我们对核子间的介子交换势的温度效应的研究更全面和更系统化,本文将讨论具有赝标耦合的  $\eta NN$  势。我们将证明:与具有赝矢耦合的  $\eta$  介子不同,具有赝标耦合的  $\eta$  介子的有效质量在高温区将随温度的升高而增加;但是,另一方面,与赝矢耦合相似,赝标耦合的耦合常数也随温度的升高而下降,至某一临界温度  $T_c$  时,耦合常数为零,由交换  $\eta$  介子产生的核力完全消失。

\* 国家自然科学基金和国家教委博士点基金资助。

## 2 单 $\eta$ 交换势的三线顶角修正

$\eta$  介子与核子系统相互作用的拉格朗日密度为:

$$\mathcal{L}_1 = ig\bar{\psi}\gamma_5\psi\phi \quad (1)$$

式中,  $g$  为  $\eta$  与核子相互作用耦合常数, 在单玻色子交换势中  $g^2/4\pi = 5.77^{[13]}$ . 近似到二阶的动量空间, 单  $\eta$  交换势是:

$$V(p', p) = -g^2\bar{u}(p')\gamma_5 u(p) \frac{1}{q^2 - m_\eta^2} \bar{u}(-p')\gamma_5 u(-p) \quad (2)$$

其中  $m_\eta = 548.7 \text{ MeV}^{[13]}$ . 对上式的左三线顶角修正是(参考[5]的图 1).

$$V^{(1)}(p', p) = -\bar{u}(p')[-\Lambda_5(p', p)]u(p) \frac{1}{q^2 - m_\eta^2} \bar{u}(-p')(-g\gamma_5)u(-p) \quad (3)$$

其中

$$\Lambda_5(p', p) = -ig^3 \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{k^2 - m_\eta^2} \gamma_5 \frac{1}{\not{p}' - \not{k} - m} \gamma_5 \times \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m} \gamma_5 \quad (4)$$

为赝标耦合中的三线顶角函数,  $\beta = (K_B T)^{-1}$ ,  $K_B T$  表示温度, 其量纲为 MeV. 为了简化(4)式中的积分, 我们利用  $k^0 = i\omega_n = i2n\pi/\beta, n = 1, 2, \dots$ , 和恒等式

$$\frac{1}{abc} = \int_0^1 d\lambda \int_0^1 du \frac{2}{[a + (b-a)\lambda + (c-b)u]^3}, \quad (5)$$

得到:

$$\begin{aligned} \Lambda_5(p', p) = & -\frac{2g^3}{\beta} \gamma_5 \sum_n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\lambda \int_0^1 du \\ & \times \frac{(i\omega_n)^2 - (\mathbf{k}^2 + m^2) + m\mathbf{q} + (\bar{\mathbf{p}}' - \not{k}) (\bar{\mathbf{p}} - \not{k})}{[(i\omega_n)^2 - \bar{W}^2]^3}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\bar{W}^2 = \mathbf{k}^2 + \bar{\mathbf{p}}^2 - (p'^2 - m^2)\lambda - (p^2 - p'^2)u + (1-\lambda)m_\eta^2$ ,  $\bar{\mathbf{p}} = \lambda\mathbf{p}' - u(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) = \lambda\mathbf{p}' + u\mathbf{q}$ . 再利用外线(相应的动量为  $p$  和  $p'$ )的质壳条件, 并略去外线动量的高阶项, 有:

$$\Lambda_5(p', p) = -\frac{2g^3}{\beta} \gamma_5 \sum_n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\lambda \int_0^1 du \frac{(i\omega_n)^2 + \xi}{[(i\omega_n)^2 - \bar{W}^2]^3}, \quad (7)$$

其中

$$\xi = -(\mathbf{k}^2 + m^2) + m\mathbf{q} + (\lambda - 1)^2 m^2 + (1 - \lambda)m\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\gamma} \boldsymbol{\gamma}^0. \quad (8)$$

下面先完成对  $n$  的求和, 应用复变函数中的回路积分方法得:

$$\begin{aligned} \Lambda_5(p', p) = & -\frac{2g^3}{\beta} \gamma_5 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\lambda \int_0^1 du \\ & \times \left\{ \frac{\beta^2 e^{\beta\bar{W}}}{2\bar{W}^2(e^{\beta\bar{W}} - 1)^2} + \frac{\beta(e^{\beta\bar{W}} + 1)}{4\bar{W}^3(e^{\beta\bar{W}} - 1)} - \frac{\beta(\xi + \bar{W}^2)}{2} \right. \\ & \left. \times \frac{\beta^2 e^{\beta\bar{W}}(1 + e^{\beta\bar{W}})}{4\bar{W}^3(e^{\beta\bar{W}} - 1)^3} + \frac{3\beta e^{\beta\bar{W}}}{4\bar{W}^4(e^{\beta\bar{W}} - 1)^2} + \frac{3(1 + e^{\beta\bar{W}})}{8\bar{W}^5(e^{\beta\bar{W}} - 1)} \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

在非相对论近似下, 可将  $\Lambda_5$  分成两部分, 即

$$\Lambda_5(p', p) = g(Z_1^{-1} - 1)\gamma_5 + g\Lambda^B\gamma_5, \quad (10)$$

其中

$$\Lambda^\beta = -\frac{1}{\pi^2} g^2 [4.7(I_1 + I_2) + \alpha^2 \beta^2 (16.47I_3 + 21.17I_4 + 2.35I_5)]. \quad (11)$$

这里,  $I_1$  至  $I_5$  是如下一些积分:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^W}{W^3 (e^W - 1)^2}, & I_2 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^W}{W^2 (e^W - 1)^2}, \\ I_3 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^W}{W^4 (e^W - 1)^2}, & I_4 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2}{W^3 (e^W - 1)}, \\ I_5 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2}{W^5 (e^W - 1)}. \end{aligned} \quad (12)$$

另外,  $\alpha^2 = \frac{1}{4} m^2 - \frac{1}{6} m_\eta^2$ ,  $W = \sqrt{x^2 + (m\beta)^2}$ . 在(10)式中,  $Z_1^{-1} - 1$  是一个发散因子, 在重整化后被重整化耦合常数所吸收.

将计算结果  $\Lambda_s = g\Lambda^\beta \gamma_s$  代入(3)式, 并计算它与(2)式的和:

$$\begin{aligned} V(p', p) + V^{(1)}(p', p) &= -\bar{u}(p') [-G_\eta(\beta) \gamma_s] u(p) \\ &\times \frac{1}{q^2 - m_\eta^2} \bar{u}(-p') (-g\gamma_s) u(-p), \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$G_\eta(\beta) = g(1 + \Lambda)^\beta. \quad (14)$$

根据[4]的分析,  $G_\eta(\beta)$  是有限温度下的耦合常数. 比较(13)和(2)式发现, 计入三线顶角修正等价于在(2)式中将顶角  $-g\gamma_s$  换成  $-G_\eta(\beta)\gamma_s$ .

### 3 单 $\eta$ 交换势的单圈图修正

对二阶动量空间单  $\eta$  交换势(2)式的另一个近似到  $g^2$  的重要修正是单圈图修正 (参考文献[10]的图1):

$$V^{(2)}(p', p) = -ig^2 \bar{u}(p') \gamma_s u(p) \frac{1}{q^2 - m_\eta^2} \Pi(q^2) \times \frac{1}{q^2 - m_\eta^2} \bar{u}(-p') \gamma_s u(-p), \quad (15)$$

其中  $\Pi(q^2)$  是  $\eta$  介子的二阶自能.

$$\Pi(q^2) = \frac{i}{\beta} g^2 \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left( \gamma_s \frac{1}{\not{k} - m} \gamma_s \frac{1}{\not{k} - q - m} \right). \quad (16)$$

下面我们先对(2)、(15)式求和:

$$\begin{aligned} V(p', p) + V^{(2)}(p', p) &\cong -g^2 \bar{u}(p') \gamma_s u(p) \\ &\times \frac{1}{q^2 - m_\eta^2 - i\Pi(q^2)} \bar{u}(-p') \gamma_s u(-p). \end{aligned} \quad (17)$$

从(17)式看出, 单圈图的近似结果等于泡泡图近似的结果. 关于从泡泡图近似中获得介子的有效质量的计算, 我们已在文献[6—11]中详细讨论过, 在这里仅给出以下结果:

$$\Pi(q^2) = -i \frac{2g^2}{\pi^2} \left[ \frac{1}{\beta^2} I_6 + \frac{1}{4} q^2 I_7 + \frac{1}{6} q^2 I_8 \right], \quad (18)$$

$$\frac{i}{q^2 - m_\eta^2 - i\Pi(q^2)} = H^2 \frac{i}{q^2 - M_\eta^2(\beta)}, \quad (19)$$

$$H^2 = \left[ 1 - \frac{2g^2}{\pi^2} \left( \frac{1}{4} I_7 + \frac{1}{6} I_8 \right) \right]^{-1}, \quad (20)$$

$$M_\eta(\beta) = H \sqrt{m_\eta^2 + 2g^2 I_6 / (\pi\beta)^2}, \quad (21)$$

和

$$\begin{aligned} V(p', p) + V^{(2)}(p', p) &= -H^2 g^2 \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \\ &\times \frac{1}{q^2 - M_\eta^2(\beta)} \bar{u}(-p') \gamma_5 u(-p). \end{aligned} \quad (22)$$

在上述诸式中,  $I_6$  至  $I_8$  是如下一些积分.

$$\begin{aligned} I_6 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2}{W(e^W + 1)}, \quad I_7 = \int_0^\infty dx \frac{x^2}{W^3(1 + e^W)}, \\ I_8 &= \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^W}{W^2(e^W + 1)^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

比较(22)和(2)式可见, 计入单圈图修正, 等效于在(2)式中作  $\frac{i}{q^2 - m_\eta^2} \rightarrow H^2 \frac{i}{q^2 - M_\eta^2(\beta)}$  的变换.

下面, 我们推导近似到  $g^4$  的单  $\eta$  介子交换势. 从(2)式出发, 并作如下近似:

$$-g\gamma_5 \rightarrow -G_\eta(\beta)\gamma_5$$

和  $\frac{i}{q^2 - m_\eta^2} \rightarrow H^2 \frac{i}{q^2 - M_\eta^2(\beta)}$ , 得:

$$V_\eta(p', p) = G_\eta^2(\beta) H^2 \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \frac{1}{q^2 - M_\eta^2(\beta)} \bar{u}(-p') \gamma_5 u(-p). \quad (24)$$

在非相对论近似下, 对(24)式作富里叶变换, 从而得到坐标空间中的单  $\eta$  交换势为:

$$V_\eta(r) = \frac{1}{4\pi} G_\eta^2(\beta) H^2 \frac{M_\eta^3(\beta)}{12m^2} [Z(x)S_{12} + (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)Y(x)], \quad (25)$$

其中,  $x = M_\eta(\beta)r$ ,  $Y(x) = e^{-x}/x$ ,  $Z(x) = \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2}\right)Y(x)$ ,

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2).$$

## 4 计算结果与讨论

在数值计算中, 我们选用文献[13]给出的参数值, 即  $m_\eta = 548.7\text{MeV}$  和  $g^2/4\pi = 5.77$ . 其目的是使由公式(25)给出的零温度时的单  $\eta$  交换势与文献[13]给出的单  $\eta$  介子交换势相互吻合. 数值计算的结果见图 1—3.

图 1 给出了  $\eta$  介子的有效质量  $M_\eta(\beta)$  随温度  $K_B T$  的变化. 可以看到, 在温度低于  $150\text{MeV}$  的区域中,  $M_\eta(\beta)$  几乎与温度无关; 但当温度高于  $150\text{MeV}$  时,  $M_\eta(\beta)$  随温度上升而增大. 例如, 当  $K_B T = 210\text{MeV}$  时,  $M_\eta(\beta) = 573\text{MeV}$ , 这一结果与[5]给

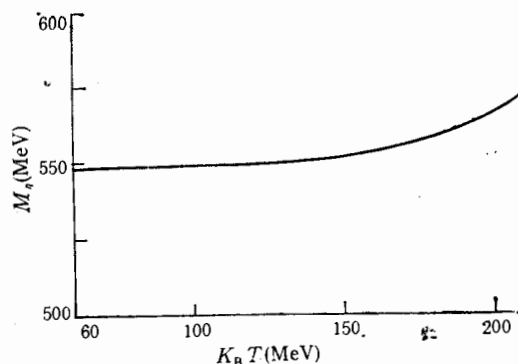


图1  $\eta$ 介子的有效质量  $M_\eta(\beta)$  随温度  $K_B T$  的变化

出的赝矢耦合中  $\eta$  介子的有效质量明显不同, 这表明  $\eta$  介子的有效质量随温度的变化, 像  $\pi$  介子一样<sup>[6]</sup>, 与它和核子间的耦合方式直接相关。

图2给出了  $\eta$  介子与核子间的耦合常数  $G_\eta^2(\beta)$  随温度  $K_B T$  的变化关系。图2表明, 在低温区, 即  $K_B T \leq 80 \text{ MeV}$  区域,  $G_\eta^2(\beta)$  是一条几乎平行于温度轴的直线, 说明在低温区域中力的强度与温度无关, 在较高温度区域, 即  $80 \text{ MeV} \leq K_B T \leq 198 \text{ MeV}$ , 耦合常数  $G_\eta^2(\beta)$  随着温度的升高而迅速下降至零。在赝标耦合中,  $\eta$  介子与核子间耦合常数的这一性质与[5]

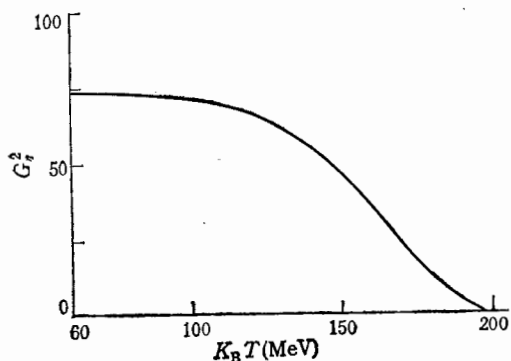


图2  $\eta$ 介子与核子的耦合常数随温度  $K_B T$  的变化

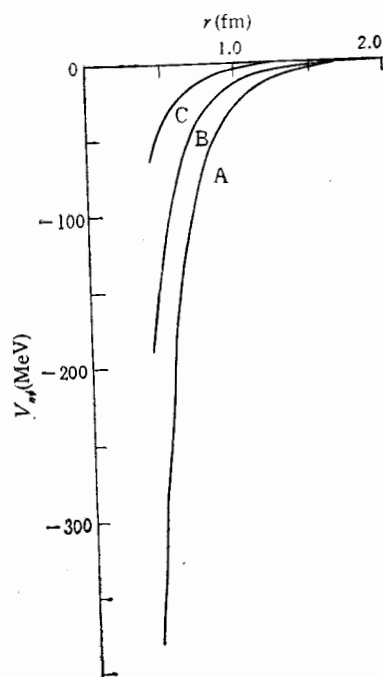


图3 单  $\eta$  介子交换势中两核子自旋单态有心力  $V_{\eta\phi}(r)$  随温度的变化  
A:  $K_B T = 60 \text{ MeV}$ ; B:  $160 \text{ MeV}$ ;  
C:  $K_B T = 180 \text{ MeV}$ .

给出的赝矢耦合的相应性质一致。这表明在中程力区域中, 在  $K_B T = 200 \text{ MeV}$  左右,  $\eta$  介子与核子间将完全退耦。

图3给出了两核子总自旋为  $S = 0$  (即  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 = -3$ ) 时由交换  $\eta$  介子引起的在核子与核子之间存在的中心力  $V_{\eta\phi}^0(r)$  随温度的变化。图3表明, 对于固定的力程  $r$ , 当温

度升高时,  $V_{\eta\psi}^{\beta}(r)$  的模  $|V_{\eta\psi}^{\beta}(r)|$  不断地下降, 吸引力不断地减弱, 在  $K_B T = 198\text{MeV}$  时, 对所有的  $r$ ,  $|V_{\eta\psi}^{\beta}(r)| = 0$ , 由交换  $\eta$  介子所产生的核力完全消失. 这一结果与 [5] 相应的结果相似.

### 参 考 文 献

- [1] G. E. Brown, *Nucl. Phys.*, **A522**(1991) 397c
- [2] G. E. Brown and M. Rho, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991) 2720.
- [3] V. Bernard, U. Meisser and I. Zahad, *Phys. Rev.*, **D36**(1987) 819.
- [4] T. Hatsuda and T. Kunihiro, *Phys. Lett.*, **B185**(1987) 304.
- [5] 郑国桐、苏汝铿, 高能物理与核物理, **16**(1992)131.
- [6] 郑国桐、苏汝铿, 高能物理与核物理, **15**(1991)689.
- [7] 郑国桐、苏汝铿, 高能物理与核物理, **14**(1990)220
- [8] 苏汝铿、陈涛, 高能物理与核物理, **12**(1988)140.
- [9] R. K. Su and G. T. Zheng, *J. Phys.*, **G16**(1990) 203.
- [10] R. K. Su, Z. X. Qian and G. T. Zheng, *J. Phys.*, **G17**(1991) 1785.
- [11] R. K. Su, S. J. Yang, S. S. Cai and G. T. Zheng, *Chinese Phys. Lett.*, **7**(1990) 485.
- [12] R. Machleidt, K. Holinde and Ch. Elster, *Phys. Rep.*, **149**(1987) 1.
- [13] C. W. Wong and K. F. Liu, *Topics in Nuclear Physics, Vol. 1*, ed. T. T. S. Kuo and S. S. M. Wong (Springer N. Y. 1981).

## $\eta$ -meson in the Pseudoscalar Coupling at Finite Temperature

Gao Shouen Hui Yuan Zheng Guotong

(Department of Physics, Hangzhou Teachers College, 310012)

Su Rukeng

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433)

Received on September 22, 1992

### Abstract

By means of the imaginary-time Green's function method in the finite-temperature field theory, the  $\eta$ -meson and nucleons interaction coupling constant, the effective mass of  $\eta$ -meson and the one  $\eta$ -meson exchange potential for the pseudoscalar coupling at finite temperature are given. The results are compared with that given by the pseudovector coupling case.

**Key Words** Pseudoscalar couplings, Meson, Effective masses, Coupling constants.