

A~150区超形变带唯象分析*

陈星莱 邢正 王养丽

(兰州大学现代物理系 兰州 730000)

1992年7月7日收到

摘 要

考虑到 A~150 区 SD 带退激自旋较高的特点, 利用多重 V 形图决定了该区全部 SD 带的退激自旋 I_i , 计算了 γ 跃迁能谱和两类转动惯量, 与实验进行比较, 得到了满意的结果。

关键词 原子核结构, 超形变带, 转动惯量, 退激自旋, 自旋的指定。

原子核高自旋超形变核态的研究是近年来原子核结构研究中最活跃的领域之一, 到目前为止已在 A~130 区, A~150 区, A~190 区观测到几十条超形变转动带(SD 带), 这些转动带具有很强的规律性。为了研究这些规律性, 正确地确定 SD 带各能级的自旋值具有重要意义。由于技术原因, 实验上还不能直接测定 SD 带的自旋值, 因此如何利用现有实验数据确定 SD 带的自旋值就成了一个关键问题。文献 [1] 指出两参数的 W-Z 公式^[2]

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1], \quad (1)$$

极好地描述了 SD 带的带结构, 利用超形变带的 γ 跃迁能量 E_γ 极其灵敏地依赖于 SD 带的带头角动量 I_i , 则由公式 (1) 可以确定 SD 带带头角动量。对 A~190 区各 SD 带级联 γ 跃迁能量 $E_\gamma \approx 0.2-0.8\text{MeV}$ (即 $\hbar\omega \approx 0.1-0.4\text{MeV}$), 动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 随转动频率的变化增加 30%—40%, 这种变化很光滑 ($^{193}\text{Hg}(b1)$ 和 $^{193}\text{Hg}(b4)$ 除外), 反映了高 N 轨道的质子, 中子逐渐顺排, 同时退激自旋 I_i 较低 ($\sim 10\hbar$), 这样使 A~190 区 SD 带的 $E_\gamma(I)$ 对 I_i 的指定很灵敏, 通常若指定的自旋正确, 用最小二乘法拟合级联 γ 跃迁能量, 方均根偏差在实验误差范围之内。若 I_i 偏离 $\pm 1\hbar$, 方均根偏差大抵要大一个数量级, 远大于实验误差, 这样就正确地指定了 A~190 区全部 SD 带的退激自旋值^[3,4]。利用同样方法文献 [5] 指定了 ^{152}Dy , $^{151}\text{Tb}(\text{yrast})$, $^{151}\text{Tb}(\text{excited})$, $^{150}\text{Ga}(\text{excited})$ 退激自旋 I_i , 文献 [6] 给出了 A~150 区 17 条 SD 带的退激自旋值。注意到对 A~150 区的 SD 带级联 γ 跃迁能量 $E_\gamma \approx 0.6-1.4\text{MeV}$ (即 $\hbar\omega \approx 0.3-0.7\text{MeV}$), 对不同的 SD 带 $J^{(2)}$ 随 $\hbar\omega$ 的变化很不相同, $J^{(2)}$ 随 $\hbar\omega$ 的变化远没有 A~190 区 SD 带那样均匀, 有的呈现明显的起伏。除了测量的精度外, 主要来自其它带的带间作用, 由于 (1) 式只能描写纯超形变转动带, 不能描写两带混合, 因此用 (1) 式作最小二乘法拟合时必须仔

* 国家自然科学基金和国家教委博士点专项基金资助。

细排除这些能级。其次, $A \sim 150$ 区 SD 带退激自旋较高(20—30 \hbar 或更高), 则 $E_r(I)$ 对 I_0 的变化就不太灵敏, 例如对 $^{150}\text{Gd}(\text{yrast})$ 带(见表 1), 当用 3—17 点拟合时(为叙述简便, 把级联 γ 跃迁能量由自旋最低值数起, 依次叫第 1 点, 第 2 点……), 对 $I_0 = 43\hbar$ $\sigma = 0.353 \times 10^{-3}$, $I_0 = 42\hbar$ 时 $\sigma = 0.628 \times 10^{-3}$, 而 $I_0 = 44\hbar$ 时 $\sigma = 0.640 \times 10^{-3}$ 。考虑到测量误差, 实际上 $I_0 = 42, 43, 44\hbar$ 时方均根偏差均在误差范围之内, 有什么理由认为退激自旋 $I_0 = 43\hbar$, 而不是 $42\hbar$ 或 $44\hbar$? 基于 $A \sim 150$ 区 SD 带的这些特点, 其退激自旋的确定要比 $A \sim 190$ 区复杂得多。有必要做进一步深入的研究。本文的目的是: 讨论在用最小二乘法确定 I_0 时如何正确地选择测量的 E_r 数据, 在 $E_r(I)$ 对 I_0 的变化不灵敏时如何正确地给出 I_0 。利用多重 V 形图决定了 $A \sim 150$ 区全部 SD 带的退激自旋 I_0 , 计算了 γ 跃迁能谱和两类转动惯量, 并与实验值进行了比较。

表 1 $^{150}\text{Gd}(\text{yrast})$ 带最小二乘法拟合

拟合中使用的实验点	$\sigma \times 10^3$					$I_0(\hbar)$
	$I_0 - 2$	$I_0 - 1$	I_0	$I_0 + 1$	$I_0 + 2$	
2—17	2.011	1.580	1.336	1.350	1.591	44
3—17	1.131	0.628	0.353	0.640	1.094	43
4—17	0.889	0.499	0.357	0.628	0.994	43
5—17	0.842	0.510	0.313	0.444	0.728	43
6—17	0.784	0.511	0.311	0.329	0.526	43

σ 为方均根偏差, 定义同文献[5]。

表 1 是一个典型的例子, 给出了 $^{150}\text{Gd}(\text{yrast})$ 带的拟合结果, 实验数据取自文献[7], 其中 I_0 是 σ 最小时对应 $E_r(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 780\text{keV}$ 的 γ 跃迁能级的自旋值, 由实验数据第一点 $E_r = 780\text{keV}$ 误差为 $\pm 1.0\text{keV}$, $J^{(2)}$ 异常增大, 表明带的内禀性质发生了变化, 显然应该去掉。用 $J^{(2)}$ 变化相对光滑的 2—17 点进行拟合, $\sigma = 1.336 \times 10^{-3}$ 最小, 对应 $I_0 = 44\hbar$ 。但是用 (1) 式描写超形变转动带, 对 $A \sim 150$ 区精度一般在 $\sigma \leq 10^{-3}$ (对应 E_r 绝对偏差 $\leq 1\text{keV}$), 因此去掉第二点, 用 3—17 点拟合, 此时理论值已小于实验误差, 因此认为第 3—第 17 条 E_r 构成 $^{150}\text{Gd}(\text{yrast})$ 纯超形变转动带, 这样指定的退激自旋 $I_0 = 43\hbar$ 才是可靠的, 由于 $\sigma \approx 0.3 \times 10^{-3} - 0.6 \times 10^{-3}$ 都在实验误差范围内, 我们同时给出了 4—17, 5—17, 6—17 点拟合的结果, 确信 $I_0 = 43\hbar$ (理由见下)。文献[7]估计退激自旋 $I_0 = 30\hbar$ 。取 $I_0 = 30\hbar$, 用最小二乘法对 3—17 点进行了拟合。图 1 给出了 $I_0 = 43\hbar$ 和 $30\hbar$ 的两类转动惯量的理论值与实验值的比较, 转动惯量的理论值为:

$$J^{(1)}(I) = \hbar^2 \frac{\sqrt{1 + bI(I + 1)}}{ab}, \quad (2)$$

$$J^{(2)}(I) = \hbar^2 \frac{[1 + bI(I + 1)]^{3/2}}{ab}. \quad (3)$$

转动惯量的实验值由

$$J^{(1)}(I - 1) = \frac{2I - 1}{E_r(I)} \hbar^2, \quad (4)$$

$$J^{(2)}(I) = \frac{4\hbar^2}{E_r(I + 2) - E_r(I)} \quad (5)$$

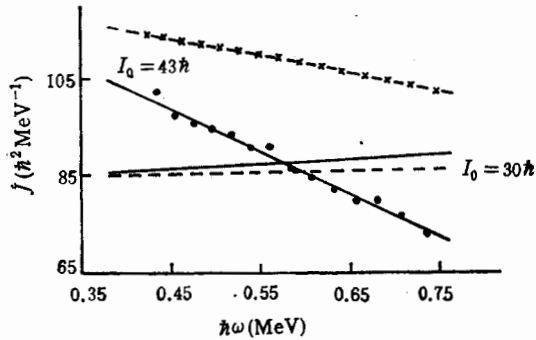


图1 $^{150}\text{Gd}(\gamma\text{rast})$ 两类转动惯量的理论值
与实验值的比较

- 运动学转动惯量 $J^{(1)}$
- 动力学转动惯量 $J^{(2)}$
- × $J^{(1)}$ 的实验值(取 $I_0 = 43\hbar$)
- $J^{(2)}$ 的实验值.

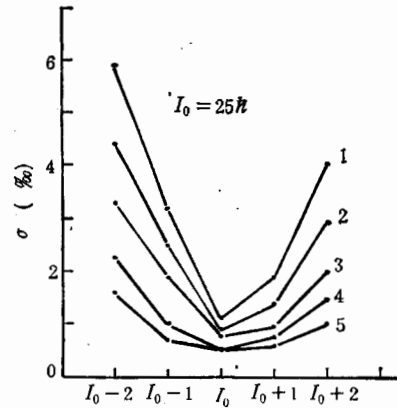


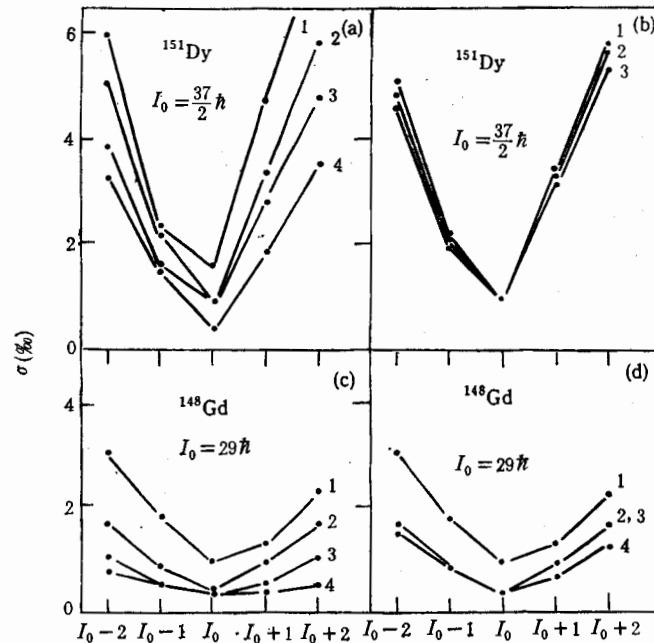
图2 确定 ^{152}Dy SD 带退激自旋 I_0 的
多重V形图

曲线1,2,3,4,5分别表示用1—19,2—
19,3—19,4—19,5—19拟合的结果.

提取。图1清楚地表明 $I_0 = 43\hbar$ 是可信的。

在正确地排除了误差较大的实验点后,进行最小二乘法拟合,在 $E_r(I)$ 对 I_0 的变化不太灵敏时如何指定 I_0 ? 为了模拟带头自旋的增加对 $\sigma-I$ 图形的影响,对正常形变基态转动带和 $A \sim 190$ 区超形变转动带依次去掉第1条,第2条,…… E_r 进行了最小二乘法拟合,发现随着带头自旋的增加, $\sigma-I$ 图的V形曲线越来越平坦,致使 I_0 改变 $\pm 1\hbar$ 时 σ 的变化在实验误差范围之内,但是在 I_0 小于一定值时,不同 I_0 的V形曲线的顶点不变,其顶点的 I 值正是带头自旋值。把这一结果推广到 $A \sim 150$ 区,建议利用多重V形图(至少双V)的共同顶点来指定 $A \sim 150$ 区SD带退激自旋值。作为一个例子,图2给出了 ^{152}Dy SD带的多重V形图,其中曲线1,2,3,4,5分别表示用1—19,2—19,3—19,4—19,5—19条 E_r 拟合的结果,实验值取自文献[8]。其特征和 $A \sim 190$ 区完全相同,即随着带头自旋的增加,V形图越来越平坦,例如仅根据曲线3很难判定 I_0 是 $25\hbar$ 还是 $26\hbar$ ($E_r(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 602.3\text{keV}$),但是由曲线2,3,4,5的共同顶点可以指定 $I_0 = 25\hbar$ 。因此在 $E_r(I)$ 对 I_0 的变化不太灵敏时(如 $A \sim 150$ 区),建议采用下述步骤来指定SD带的退激自旋 I_0 : 1) 由于(1)式能极其精确地($\sigma \approx 1 \times 10^{-3}$)描写超形变纯转动带 E_r 谱,根据 σ 的数值排除两端误差较大的实验点。2) 采用尽可能多的实验点进行最小二乘法拟合(实验点的减小使 $E_r(I)$ 对 I_0 的变化更不灵敏,增加了 I_0 的不确定性)。3) 退激自旋 I_0 的确定应与拟合中选用的实验点无关,根据多重V形图(至少双V)的共同顶点确定 I_0 ,必要时进行动力学转动惯量的计算来确认 I_0 。4) 如果多重V形图没有共同的顶点,表明这条超形变带 I_0 还不能唯一确定。

利用上述步骤指定了 $A \sim 150$ 区全部19条SD带的退激自旋 I_0 ($^{146}\text{Gd}(\gamma)$ 除外),计算了级联 γ 跃迁能量 $E_r(I)$ 及两类转动惯量,并与实验进行了比较。为了保证指定 I_0 的正确性,从两个方向进行拟合,即固定高自旋端的实验点改变低自旋端实验点和固定低自旋端实验点改变高自旋端实验点进行拟合。以 $^{151}\text{Dy}^{[9]}$ 和 $^{148}\text{Gd}(\gamma)^{[10]}$ 为例进行讨论。图3给出了 ^{151}Dy 和 $^{148}\text{Gd}(\gamma)$ 从两个方向进行最小二乘法拟合时的多重V形图。图

图 3 ^{151}Dy 和 $^{148}\text{Gd}(\gamma)$ SD 带多重 V 形图

- (a) 曲线 1,2,3,4 分别用 1-18,2-18,3-18,4-18 点拟合。
 (b) 曲线 1,2,3 分别用 2-18,2-17,2-16 点拟合。
 (c) 曲线 1,2,3,4 分别用 1-13,2-13,3-13,4-13 点拟合。
 (d) 曲线 1,2,3,4 分别用 1-13,2-13,2-12,2-11 点拟合。

形清楚表明对 ^{151}Dy 退激自旋 $I_0 = 37/2\hbar$, ($E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 522.4\text{keV}$), 对 $^{148}\text{Gd}(\gamma)$ 退激自旋 $I_0 = 29\hbar$ ($E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 701\text{keV}$)。另一方面从实验上估计退激自旋, 对 ^{151}Dy 有 $I_0 = 51/2\hbar$ ^[9], 对 $^{148}\text{Gd}(\gamma)$ 有 $I_0 = 24\hbar$ ^[10], 两者有较大差别。计算表明对 ^{151}Dy 和 $^{148}\text{Gd}(\gamma)$ 退激自旋如采用本文指定值, 即对 ^{151}Dy , $I_0 = 37/2\hbar$, 对 $^{148}\text{Gd}(\gamma)$, $I_0 = 29\hbar$, 则均方根偏差 σ 将小一个数量级。图 4 给出了级联 γ 跃迁能量的绝对偏差 $E_\gamma(\text{exp}, I) - E_\gamma(\text{cal}, I)$ 与 $I - I_0$ 的关系, 图 5 给出了两类转动惯量的理论值与实验值的比较。结果清楚表明, 为了拟合现有实验数据, 对 ^{151}Dy 退激自旋 $I_0 = 37/2\hbar$, 对 $^{148}\text{Gd}(\gamma)$, $I_0 = 29\hbar$ 。这一结果是与微观理论计算一致的, Nazarewicz 等^[11]指出, 若 ^{151}Dy $I_0 = 51/2\hbar$ 的指定是正确的, 这将是一个严重的问题, 将使建立在高 N 轨道基础上的超形变态理论发生动摇。因为理论计算表明, 对 ^{151}Dy SD 带的 $I_x \sim \hbar\omega$ 曲线, 理论值系统偏低 $6.5\hbar$, 这是无法理解的, 除非 I_0 的指定值降低 $4-6\hbar$ ^[11], 才能使理论值与实验值相一致。而我们指定的 $I_0 = 37/2\hbar$ 是与微观理论的估计是一致的。

利用多重 V 形图, 已确定了除 $^{146}\text{Gd}(\gamma)$ 以外 $A \sim 150$ 区所有 SD 带的退激自旋值, 对所有 SD 带的多重 V 形图, 在高自旋端和低自旋端两个方向进行了拟合, 相应的转动惯量及 $E_\gamma(I)$ 谱也进行了计算。对 $^{146}\text{Gd}(\gamma)$ 测量的 $J^{(2)}$ 很不规则, 在 $\hbar\omega \approx 0.65\text{MeV}$ 处上凸达到最大, 是典型带交叉的特征。由于 (1) 式只能描写纯转动带, 不能描写带交叉, 因此当用 (1) 式作最小二乘法拟合时, 只有低自旋端 5-6 个实验点可以利用。由于实验点少,

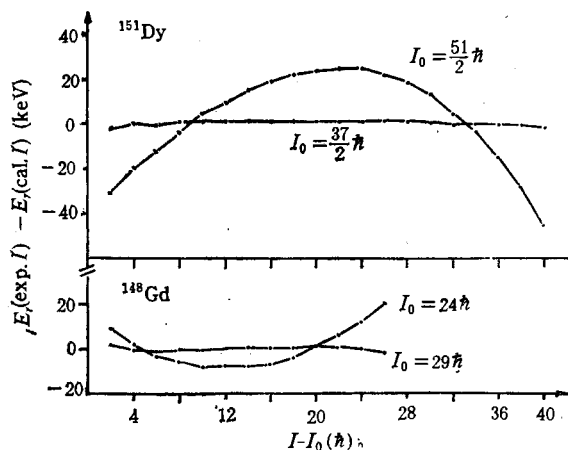


图4 ^{151}Dy 和 $^{148}\text{Gd}(y)$ SD 带级联 γ 跃迁能量理论值与实验值的比较

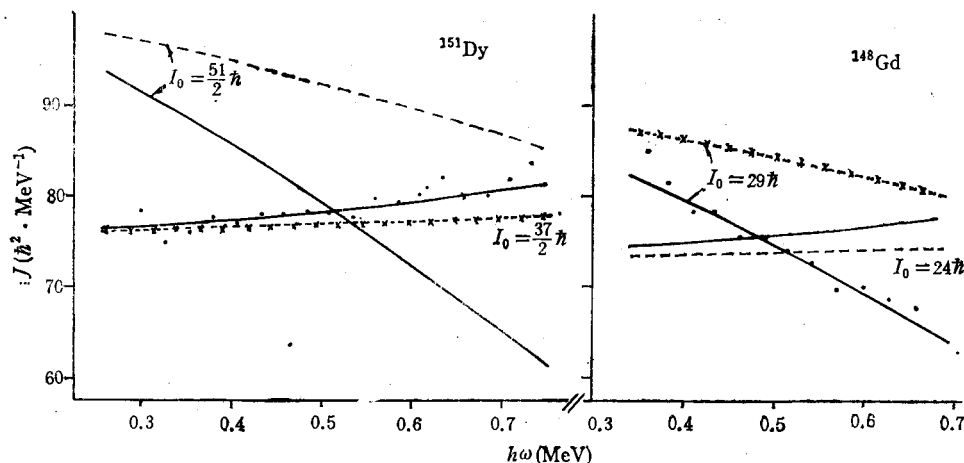


图5 ^{151}Dy 和 $^{148}\text{Gd}(y)$ 两类转动惯量理论值与实验值的比较

虚线和实线分别是 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 的理论值, \times 和 \bullet 分别是 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 的实验值 (提取 $J^{(1)}$ 实验值时, 对 ^{151}Dy , 假定 $I_0 = 37/2\hbar$, 对 $^{148}\text{Gd}(y)$, 假定 $I_0 = 29\hbar$).

而退激自旋又高, 因而 σ 对 I_0 变化不灵敏, σ 最小时的 I_0 值与拟合点选取有关, 不能得到具有共同顶点的多重 V 形图, I_0 不能唯一地确定. 作为一种估计, 用 1—6 点进行拟合, 得到 $I_0 = 35\hbar$. 表 2 给出了 $A \sim 150$ 区 SD 带的退激自旋 I_0 . 对 ^{146}Gd 由于 $I_0 = 35\hbar$ 具有不确定性, 用一括号表示. 表 2 中所有 I_0 的指定都由多重 V 形图的共同顶点给出, 对每一条超形变带给出了最小二乘法使用的一组典型的实验点及相应的方均根偏差 σ . 本文指定的退激自旋 I_0 与文献 [6]¹⁾ 相比较, 主要差别在: a) 对 $^{147}\text{Gd}(b2)$, 认为其 $I_0 = 31.5\hbar$ 不是 $33.5\hbar$. b) 对 $^{149}\text{Gd}(b2)$, $^{153}\text{Dy}(b1)$, $^{153}\text{Dy}(b3)$, 得到了确切的 I_0 , 没有不确定性. c) $^{146}\text{Gd}(y)$ 由于 I_0 的指定强烈地依赖于实验点的选取, 多重 V 形图没

¹⁾ 本文完成后, 见到了吴崇试等^[20]转引孟杰等计算的新结果, 与我们的相比较, 他们认为 $^{146}\text{Gd}(y)$ $I_0 = 34\hbar$, $^{149}\text{Gd}(b2)$ $I_0 = 41.5\hbar$.

表 2 $A \sim 150$ 区 SD 带退激自旋 I_0

超形变带	$E_r(I_0 + 2 \rightarrow I_0)$ (keV)	I_0 (\hbar)	一组拟合数据		参考文献
			使用实验点 (现有实验点)	$\sigma \times 10^3$	
$^{146}\text{Gd}(y)$	826.7	(35)	1-6 (1-13)	0.526	[12]
$^{146}\text{Gd}(e)$	856	31	1-13 (1-13)	0.909	[13]
$^{147}\text{Gd}(b1)$	663.9	27.5	2-9 (1-16)	0.427	[14]
$^{147}\text{Gd}(b2)$	779.1	31.5	2-13 (1-13)	0.679	[14]
$^{148}\text{Gd}(y)$	701	29	2-13 (1-13)	0.462	[10]
$^{148}\text{Gd}(e)$	789	30	1-7 (1-14)	0.382	[19]
$^{149}\text{Gd}(b1)$	617.4	25.5	2-18 (1-21)	0.937	[15]
$^{149}\text{Gd}(b2)$	877.0	42.5	3-11 (1-14)	0.325	[15]
$^{149}\text{Gd}(b3)$	895.9	34.5	2-11 (1-12)	0.198	[15]
$^{150}\text{Gd}(y)$	780.0	43	3-17 (1-17)	0.355	[7]
$^{150}\text{Gd}(e)$	770	38	1-11 (1-14)	0.361	[16]
^{150}Tb	598.0	23	1-15 (1-18)	0.892	[15]
$^{151}\text{Tb}(y)$	728.0	36.5	1-13 (1-16)	0.663	[17]
$^{151}\text{Tb}(e)$	647.0	27.5	1-16 (1-16)	0.698	[16]
^{151}Dy	522.4	18.5	2-18 (1-20)	0.907	[9]
^{152}Dy	602.3	25	2-19 (1-19)	0.916	[8]
$^{153}\text{Dy}(b1)$	809.6	35.5	1-13 (1-14)	0.481	[18]
$^{153}\text{Dy}(b2)$	816.5	33.5	1-12 (1-13)	0.664	[18]
$^{153}\text{Dy}(b3)$	894.6	36.5	3-11 (1-12)	0.505	[18]

有共同顶点, 因此 $I_0 = 35\hbar$ 只能是一种猜测. 值得指出, 对 $^{153}\text{Dy}(b2)$, $I_0 = 33.5\hbar$, 对 $^{153}\text{Dy}(b3)$, $I_0 = 36.5\hbar$, 表明这一对 SD 带分别具有 $\alpha = -1/2$ 和 $\alpha = +1/2$, 与文献 [11, 18] 的估计它们是 Signature 伙伴带是一致的. 而对 $^{149}\text{Gd}(b2)$, $I_0 = 42.5\hbar$, 与文献 [15] $\alpha = +1/2$ 的估计是一致的. 文献 [14] 认为 $^{147}\text{Gd}(b1)$, $^{147}\text{Gd}(b2)$, ^{148}Gd 相对于 $^{146}\text{Gd}(y)$ 的顺排角动量分别为 $i = 1/2, -3/2, -1$, 在我们指定的自旋下, 相应的顺排角动量 $i = -1/2, -3/2, -1$, 也是基本一致的, 因此对 $^{146}\text{Gd}(y)$, $I_0 = 35\hbar$ 的猜测是有一定理由的.

简短的结论: 对 $A \sim 150$ 区的超形变带, 由于高的退激自旋和普遍存在的带间相互作用, 因而 $E_r(I)$ 随 I_0 的变化不太灵敏, 甚至 I_0 的指定与实验点的选取有关. 为了克服这些困难, 采用纯超形变转动带的多重 V 形图的共同顶点来确定 $A \sim 150$ 区的退激自旋 I_0 . 由此确定了除 $^{146}\text{Gd}(y)$ 以外的全部 SD 带的退激自旋 I_0 , 计算的 $E_r(I)$ 谱和两类转动惯量与实验进行了比较, 得到了满意的结果.

参 考 文 献

- [1] 邢 正、陈星堃, 高能物理与核物理, 15(1991)1020.
- [2] C. S. Wu and J. Y. Zeng, *Commun. in Theor. Phys.*, 8(1987) 51.
- [3] 陈星堃、邢 正, 高能物理与核物理, 15(1991)1094.
- [4] C. S. Wu, J. Y. Zeng, Z. Xing, X. Q. Chen and J. Meng, *Phys. Rev.*, C45(1992) 261.
- [5] J. Y. Zeng, J. Meng, C. S. Wu, E. G. Zhao, Z. Xing and X. Q. Chen, *Phys. Rev.*, C44(1991) R1745.
- [6] 孟 杰, 北京大学博士论文, 1991, 5.

- [7] P. Fallon et al., *Phys. Lett.*, **B257**(1991)269.
- [8] M.A. Bentley et al., *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987)2141.
- [9] C.E. Rathke et al., *Phys. Lett.*, **B209**(1988)177.
- [10] M.A. Deleplanque et al., *Phys. Rev. Lett.*, **60** (1988) 1626.
- [11] W. Nazarewicz et al., *Nucl. Phys.*, **A503**(1989) 331.
- [12] G.Hebbinghaus et al., *Phys. Lett.*, **240B** (1990)311.
- [13] T. Razaca-Urban et al., *Z. Phys.*, **A339**(1991)421.
- [14] K. Zuber et al., *Nucl. Phys.*, **A520** (1990)195c.
- [15] B.Hass et al., *Phys. Rev.*, **42C**(1990) R1817.
- [16] T. Byrski et al., *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990)1650.
- [17] P. Fallon et al., *Phys. Lett.*, **B218** (1989)137.
- [18] J.K. Johansson et al., *Phys. Rev. Lett.*, **63** (1989)2200.
- [19] V.P. Janzen et al., Proc. Int. Conf. on High Spin Phys. and Gamma-Soft Nuclei, Pittsburgh, World Scientific, 1991, p. 225.
- [20] C.S. Wu, L. Cheng, C.Z. Lin and J.Y.Zeng, *Phys. Rev.*, **C45**(1992) 2507.

Phenomenological Analysis of Superdeformed Bands in the Mass~150 Region

Chen Xingqu Xing Zheng Wang Yangli

(Department of Modern Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000)

Received on July 7, 1992

Abstract

The deexcitation spins of the superdeformed bands in the mass~150 region are determined by using multiple V-shaped plot. The agreement between the calculated and observed transition energies, the kinematic and dynamic moments of inertia is quite well when a correct spin assignment is made.

Key Words Nuclear structure, Superdeformed bands, Moments of inertia, Deexcitation spin, Spin assignment.