

$^{235}\text{U}(\text{n},\text{f})$ 裂变的三通道理论研究*

樊铁栓 胡济民 包尚联

(北京大学技术物理系 北京 100871)

1993 年 10 月 4 日收到

摘 要

将裂变的多通道模型和无规颈断裂模型相结合,系统地计算了 $0 \leq E_n \leq 6.0$ MeV 中子诱发 ^{235}U 裂变的碎片质量分布和平均总动能分布。通过最小二乘法与实验数据拟合,得到了 $^{235}\text{U}(\text{n},\text{f})$ 裂变的三个通道道概率随中子能量变化的规律。理论计算结果与实验数据符合得较好。

关键词 多通道模型,无规颈断裂模型, $^{235}\text{U}(\text{n},\text{f})$ 。

1 引 言

^{235}U 中子诱发裂变出射中子前碎片的质量分布及平均总动能分布的理论计算,是人们一直非常感兴趣的问题。应用统计模型,特别是断点平衡模型^[1],能对 $^{235}\text{U}(\text{n},\text{f})$ 的碎片质量分布和平均总动能分布作半定量解释。这一类模型的理论基础比较薄弱,计算结果与实验偏离很大,对热中子诱发 ^{235}U 裂变的平均总动能分布在对称质量区间存在的大于 22MeV 的“凹陷”则难以说明。

对裂变现象的实验研究逐步显示出,低能裂变可能通过几个通道进行,因而发展了裂变的多种模式模型。首先是把裂变分为对称和非对称的两模式模型^[2,3],然后逐渐发展为多模式模型^[4,5]。特别是文献[5],通过分析大量的实验数据,为这种模型提供了很强的实验证据。Brosa 等人更应用裂变的三通道模型和 Weststone 的无规颈断裂模型,在这方面做了重要的研究工作^[6-11]。他们用壳修正方法计算了铀系元素的势能曲面,得到了从基态到断点形变的裂变核势能,并且把势能曲面上的沟道看成是裂变通道。不同的裂变体系,通道的数目可能不同,对 $^{235}\text{U}(\text{n},\text{f})$ 裂变,他们得到了三个裂变通道。

Brosa 等人工作的特点是他们发展了一套根据势能曲面确定断点形状,以及由断点形状计算碎片质量分布、平均总动能分布等裂变后现象的方法。从原则上讲,每一个通道对应一种断点构形,并具有相应的碎片质量和动能分布等。根据这种理论,唯一要从实验上决定的是裂变按每一通道进行的概率,其它物理量均可由理论计算得到。然而作者所根据的模型未必能适用到很大的形变区,应用势能曲面的沟道来确定裂变通道也缺乏充分

* 国家教委博士点基金支持。

的理论根据。事实上,根据文献[6]所作的对热中子诱发 ^{235}U 裂变的分析,平均总动能分布与实验还有很大的差别。而且即使这样的分析,也不是应用文献[6]中 8.5 表所给出的断前形状参量算出的。实际上,如果应用该表给出的断前形状,就根本得不到任何与实验符合的质量分布,不管是对哪一个裂变系统。

因此,我们建议采用的模型是:①假设裂变是分若干通道进行的(即 ^{235}U 中子裂变存在三个通道);②假设每一个通道的质量及动能分布等均可由一个断前形状应用 Brosa 所给出的理论计算;③断前形状参照实验测定的质量和动能分布,对 Brosa 的计算结果作必要的调整;④各通道的概率由拟合实验数据来确定。本工作将遵循上述思路,来研究 0—6MeV 低能中子引起 ^{235}U 裂变的碎片质量分布与平均总动能分布,以验证这种模型,并且通过与实验数据拟合,求出各通道的分布概率随入射中子能量的变化规律。

2 无规颈断裂模型和断前形状

无规颈断裂模型假定,每一裂变通道的断前形状,看起来像两个球由一个很粗的颈子相连接。当裂变核伸长超过断前形状时,颈子发生断裂,而“无规”意味着颈子断裂位置可沿颈子伸长方向随机涨落。这是由于核的形变,除了受库仑排斥力作用之外,还受到很强的表面张力影响。正是这种表面张力形成了核液滴沿颈的表面振动。由此概念出发,假定伸长的核液滴为一长圆柱体,进行流体力学计算,并加上一些理论上的修正,可得到修正过的瑞利关系式^[6]:

$$2l \approx 11r, \quad (1)$$

该式确定了各通道断前形状的半长度量 l 与颈子半径 r 的关系。注意到推导(1)式时所用形状与实际形状的差异,而且把流体力学概念直接在核体系中应用有明显的不合理性,所以瑞利关系(1)只有参考意义,即它说明了 l 应比 r 大 5, 6 倍。

本工作所使用的断前形状由下式确定:

$$\rho(\zeta) = \begin{cases} (r_1^2 - \zeta^2)^{1/2} & -r_1 \leq \zeta \leq \zeta_1, \\ r + a^2c(\text{ch}(\zeta - z - l + r_1)/a - 1) & \zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_2, \\ [r_2^2 - (2l - r_1 - r_2 - \zeta)^2]^{1/2} & \zeta_2 \leq \zeta \leq l - r_1. \end{cases} \quad (2)$$

该公式包含了 7 个参量 (l, r, z, c, a, r_1, r_2) 和 2 个连结点 ζ_1, ζ_2 , 其中 l 为形变核断前形状的半长度, r 为颈子半径, z 为颈子最细处位置, c 为颈子沿伸长方向的曲率。 a 为一参量。 r_1 和 r_2 分别为左、右球的半径。应用 $\rho(\zeta)$ 及其一阶导数在 ζ_1 和 ζ_2 的连续条件,并要求形变前后核体积守恒,即可确定 $r_1, r_2, \zeta_1, \zeta_2$ 和 a 的值。剩下的 4 个形状参量 l, r, c, z 值本来可由 Brosa 等人的方法获得,但是由此所得形状参量无法计算出正确的碎片质量分布。

我们认为,断前形状的 l 值应与碎片平均总动能相对应。据此,对文献[6]表 8.5 的 l 值进行调整,获得新值。再参照瑞利关系(1)式,得到三个通道的颈子半径 r 值。

其次,认为断点位置 z , 决定了复合核 A_{cn} 分裂为碎片对 A 和 $(A_{cn}-A)$ 的比值大小。而 z 值的随机涨落决定了碎片质量分布的宽度。在确定最可几断点位置 z 值时,我们利用了分析实验测量结果所得三通道的最可几质量 \bar{A} 值。 \bar{A} 与 z 的联系由下列方程建立:

$$\bar{A} = \frac{3A_{cn}}{4r_{cn}^3} \int_{-r_1}^z \rho^2(\zeta) d\zeta, \quad (3)$$

其中: $r_{cn} = r_0 A_{cn}^{1/3}$ 为复合核的核半径, $r_0 = 1.15\text{fm}$. $\rho(\zeta)$ 由(2)式确定. A_{cn} , \bar{A} , z 和 r_1 同前所述.

要获得合理的质量分布, 断点处的曲率 c 是一个重要的参量. 我们使用下式重新计算 c 值^[6]:

$$c = 2c_{rel} \frac{R_1 + R_2 - 2r + 2[(R_1 - r)(R_2 - r)]^{1/2}}{(2l - R_1 - R_2)^2}, \quad (4)$$

其中: $R_1 = r_0 \bar{A}^{1/3}$, $R_2 = r_0 (A_{cn} - \bar{A})^{1/3}$ 分别为碎片对的核半径. 可调参量 c_{rel} 的取值范围为 $0.03 \leq c_{rel} \leq 0.3$. 由(4)式计算的各通道的 c 值得到了合理的降低. 如此, 经过反复调整, 最后得到断前形状参量. 图 1 画出了我们在分析 0—6MeV 中子诱发 ^{235}U 裂变现象时所使用的断前形状. 在表 1 中列出了本工作的断前形状参量值及文献[6]表 8.5

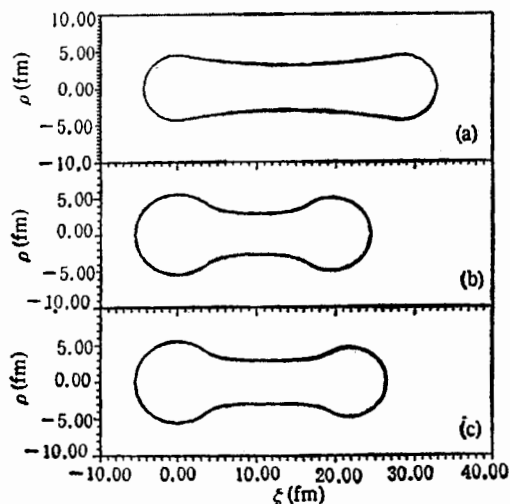


图 1 $^{235}\text{U}(n,f)$ 的三个通道的断前形状

(a)超道长道; (b)标准 1 道; (c)标准 2 道

表 1 $^{235}\text{U}(n,f)$ 裂变的三个通道的断前形状参量值

参 量		超道长道	标准 1 道	标准 2 道
$l(\text{fm})$	本工作	18.6	15.0	16.0
	Brosa	21.2	15.4	16.4
$r(\text{fm})$	本工作	3.08	2.75	2.90
	Brosa	1.8	1.5	1.5
c (fm^{-1})	本工作	0.014	0.03	0.009
	Brosa	0.192	0.044	0.063
$z(\text{fm})$	本工作	0.0	0.695	1.12
	Brosa	0.0	0.3	1.3

的值。由表可见, Brosa 等人所给值的主要缺点在于曲率太大, 而颈子半径太小。实际上, 应该说表 8.5 所给的形状更接近实际的断点, 但是已经越过了无规颈断裂的阶段。所以决定分布的断前形状, 是在断裂前某阶段的形状, 即断前形状, 而非真正的断点形状。

3 碎片质量分布的计算

根据无规颈断裂模型, 若已知颈子在任意断裂位置 z_r 处断开的概率, 就得到对应碎片质量 A 出现的概率。认为 z_r 处核断裂所需要的能量为^[12]

$$E(z_r) = 2\pi\gamma_0\rho^2(z_r),$$

$$\gamma_0 = 0.9517[1 - 1.7826(N_{cn} - Z_{cn})^2/A_{cn}^2]. \quad (5)$$

其中: γ_0 为表面张力系数, 单位为 $\text{MeV} \cdot \text{fm}^{-1}$ 。 N_{cn} , Z_{cn} 和 A_{cn} 分别为裂变核的总中子数、总质子数和总质量数。

碎片质量 A 出现的概率由玻尔兹曼因子表示

$$Y_i \propto \exp\{-2\pi\gamma_0(\rho^2(z_r) - \rho^2(z))/T_i\}, \quad (6)$$

其中: $i = 1, 2, 3$ 用来标记超长道, 标准 1 道和标准 2 道所对应的物理量。 z 和 z_r 分别为最可几断裂位置和随机断裂位置。在断裂位置 z_r 处断裂所得到的质量 A 由 (3) 式计算, 只是要把其中的积分上限 z 改为 z_r 。 $T_i/\text{MeV} = [8(E_i^*/\text{MeV})A_{cn}^{-1}]^{1/2}$ 为断前形状的核温度, 其中 $E_i^* = 3(E_{des} + E_n)/8$ 为断前激发能, 而 E_{des} 为断前形状和基态之间的势能差, 其值取自文献[6]中的表 8.5。 E_n 为入射中子能量。因子 $3/8$ 为总能量 $(E_{des} + E_n)$ 中转换为内部激发能的大体比例^[13,14](其余部分为集体运动的动能)。

当与实验数据比较时, 将三个裂变通道叠加, 理论计算的碎片质量分布公式取为

$$Y(A) = \sum Y_i(A) = \sum_{i=1}^3 \frac{W_i}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_i}}} \exp\{-2\pi\gamma_0(\rho^2(z_r) - \rho^2(z))/T_i\} \quad (7)$$

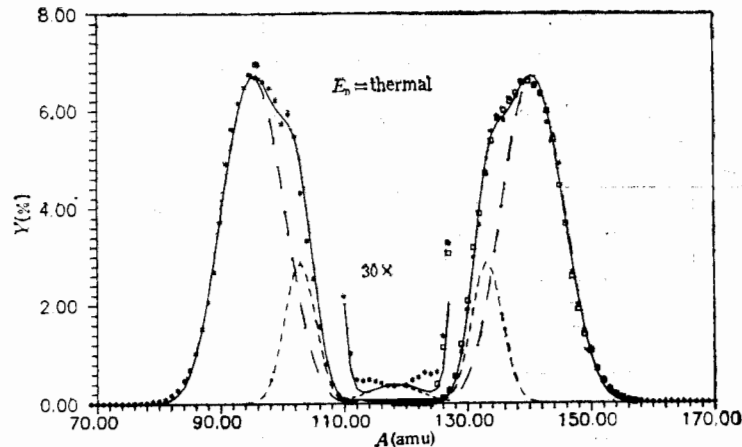


图 2 热中子诱发 ^{235}U 裂变的碎片质量分布

* Straede 的实验结果^[13]; \square Dyachenko 等人的实验结果^[14]。虚线分别表示超长道, 标准 1 道和标准 2 道的计算结果, 实线为三个通道的叠加结果。

式中: W_i 为第 i 道的道概率. 因子 $\sqrt{2\pi\sigma_{A_i}}$ 为第 i 道的玻尔兹曼函数的归一化系数, 由于算出的分布均接近高斯分布¹⁾, σ_{A_i} 近似为该通道的质量分布宽度. $Y_i(A), T_i, z_r$ 和

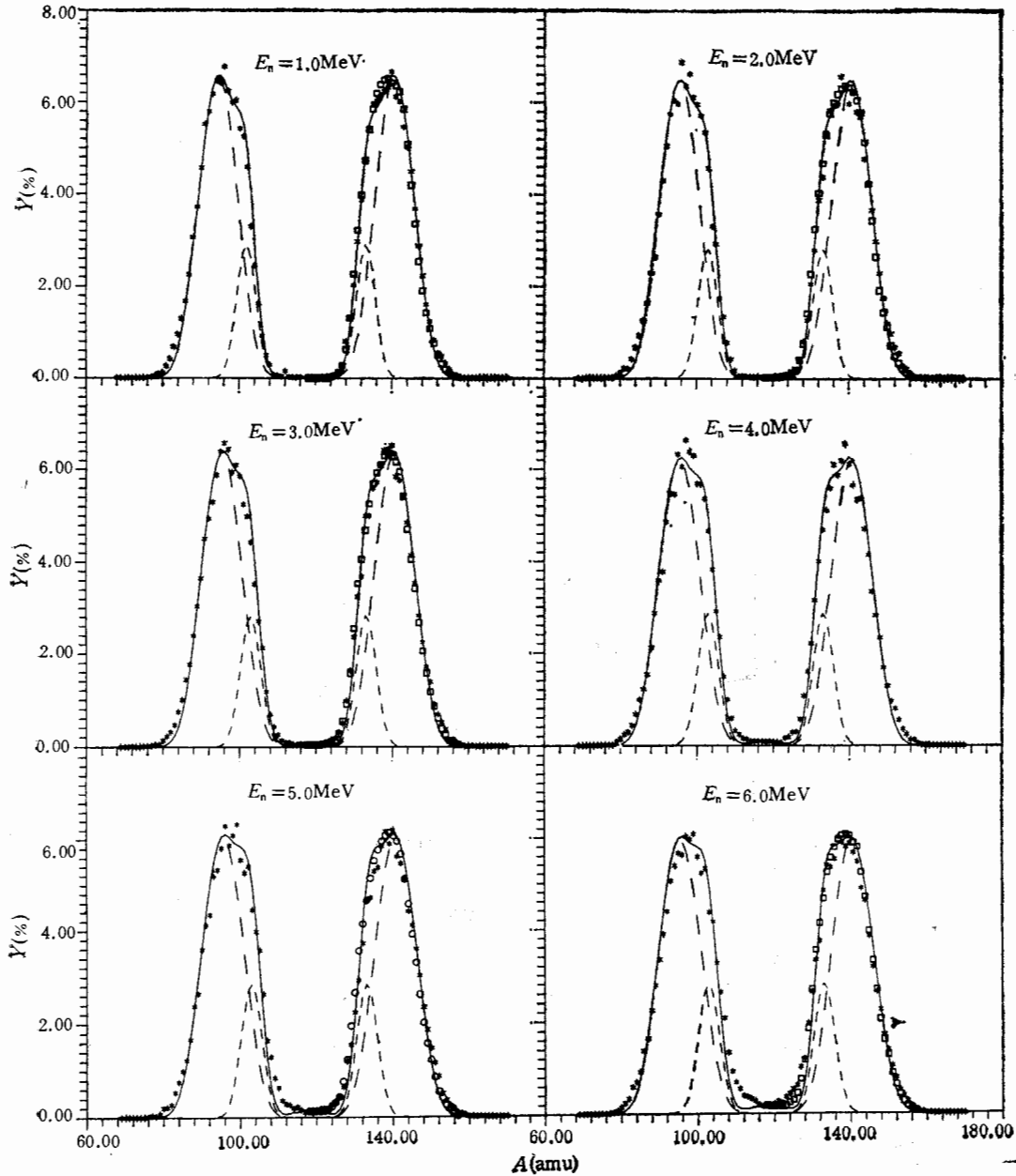


图3 $1.0\text{MeV} \leq E_n \leq 6.0\text{MeV}$ 中子诱发 ^{235}U 裂变的碎片质量分布

* Straede 等人的实验结果^[15]; □ Dyachenko 等人的实验结果^[16]. 虚线分别表示超长道, 标准 1 道和标准 2 道的计算结果, 实线为三个通道的叠加结果.

1) $\rho^1(z_r)$ 应为碎片质量 A 的函数, 当 A 与 \bar{A} 相差不大时, 将 $\rho^1(z_r)$ 按 $A - \bar{A}$ 展开, 很容易证明, 分布(7)式在 \bar{A} 附近为高斯分布.

z 的意义如前所述。

根据(7)式对实验数据进行最小二乘法拟合,对不同中子能量得到相应的道概率及可与实验比较的出射中子前碎片质量分布 $Y(A)$ 。图2和3给出了0—6MeV中子诱发 ^{235}U 裂变的计算结果和实验数据。

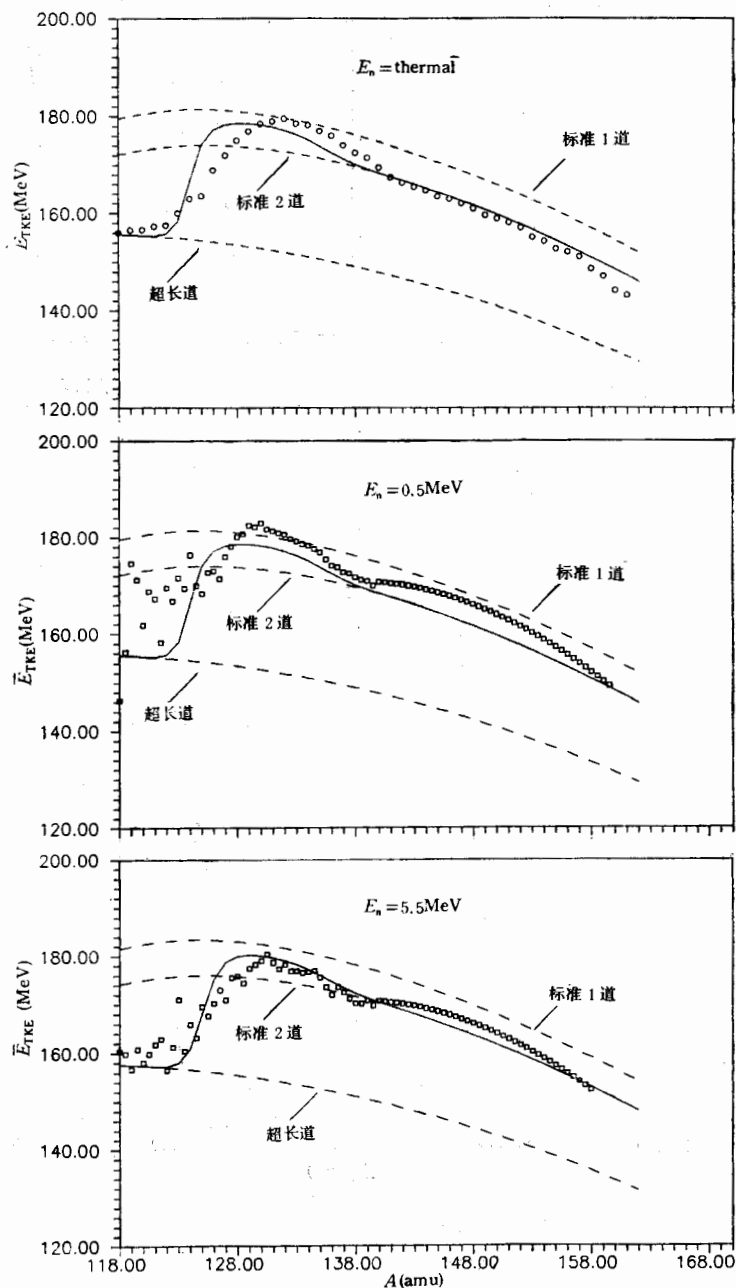


图4 $E_n = 0.0, 0.5\text{MeV}$ 和 5.5MeV 时的平均总动能分布

○ Knitter 等人的实验结果^[11]; □ Müller 等人的实验结果^[12]。虚线表示超长道,标准1道和标准2道的计算结果,实线是理论计算的最后结果。

为了考察理论计算与实验的符合情况,我们计算了理论结果与 Straede 等人^[15], Dyachenko 等人^[16]和 Müller 等人^[17]实验值相应的 χ^2 值. 结果发现,对 Straede 等人的实验, $\chi^2 \leq 195$; 对 Dyachenko 等人的实验, $\chi^2 \leq 1$; 对 Müller 等人的实验, $\chi^2 \leq 15$. 注意到图 2 所给出的热中子 ^{235}U 裂变的质量分布,可见 Straede 等人的实验结果在对称部分相对偏差较大,似乎不宜用玻尔兹曼分布来拟合,这是 χ^2 急剧增大的主要原因. 看来对接近于对称部分的质量分布,应该进行更仔细的测量,这对验证无规颈断模型有重要的意义.

4 碎片平均总动能分布的计算

裂变碎片的平均总动能分布使用下式计算^[6],

$$\bar{E}_{\text{TKE}}(A) = V_{\text{Coul}} + V_{\text{nuc}} + K_s, \quad (8)$$

其中,第一、二项之和 ($V_{\text{Coul}} + V_{\text{nuc}}$) 为由库仑势能和核作用能构成的排斥能,第三项为形变核的断前动能. 式(8)的计算方法与文献[6]相同.

为了与实验测得的 $\bar{E}_{\text{TKE}}(A)$ 分布相比较,将三个通道的 $\bar{E}_{\text{TKE}i}(A)$ 如下叠加:

$$\bar{E}_{\text{TKE}}(A) = \sum_{i=1}^3 W_i \bar{E}_{\text{TKE}i}(A) Y_i(A) / Y(A), \quad (9)$$

其中各道概率 W_i 使用了计算碎片质量分布时获得的数值. 考虑到我们现有的实验数据,图 4 仅给出了对应 $E_n = 0, 0.5, 5.5 \text{MeV}$ 中子的平均总动能分布的计算结果. 由图可见,理论计算与实验符合得较好. 只是对 0.5MeV 中子,由于实验数据本身涨落过大,符合稍差一些.

5 道概率随入射中子能量变化的规律及讨论

对 $0-6 \text{MeV}$ 中子诱发的 ^{235}U 裂变所得到的各通道概率值,用最小二乘法进行拟合,可得到各通道概率随入射中子能量的变化规律如下:

$$\begin{aligned} W_{s1} &= -0.514 + 0.547 \exp(0.266 E_n(\text{MeV})), \\ W_{s11} &= 24.886 - 7.545 \exp(-0.053 E_n(\text{MeV})), \quad 0 \leq E_n \leq 6 \text{MeV}, \\ W_{s12} &= 85.450 - 2.879 \exp(0.154 E_n(\text{MeV})). \end{aligned} \quad (10)$$

其中, W_{s1} , W_{s11} 和 W_{s12} 分别代表超长道,标准 1 道和标准 2 道的道概率. 由式(10)所绘成的曲线如图 5 所示.

如果单从质量分布看,用本文的方法和用高斯分布拟合差别并不大. 有些点,用高斯分布拟合甚至还要更好一些. 但是,与高斯拟合不同的是: 第一,本工作得出了各通道断裂前的形状,由此可以计算平均总动能分布等; 第二,当用来研究不同能量入射中子引起裂变且中子能量变化不大时,可采用相同的断裂前形状. 这样对每一中子能量,用来拟合的参量只有两个. 而用高斯拟合的方法,每个能量点要用 7 个参量. 对于不十分准确的实验数据,拟合参量太多会导致参量虚假的变化. 例如在文献[15]中给出标准 1 道概率

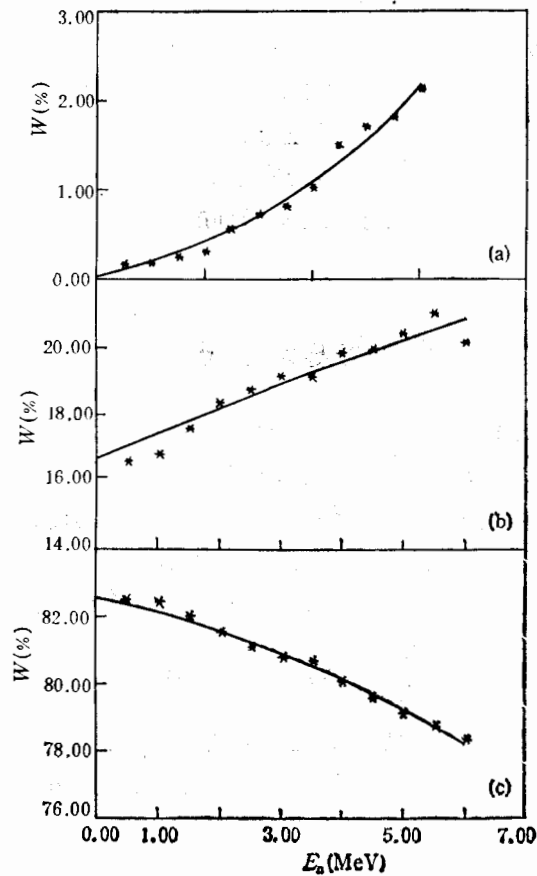


图5 $^{235}\text{U}(n, f)$ 的三个通道道概率随入射中子能量变化的规律
(a) 超道长; (b) 标准1道; (c) 标准2道.

从0—6MeV减少了12个百分点,而标准2道的概率增加了11个百分点。但是,若把0—6MeV中子的质量分布实验数据画在同一张图上,则除对称部分产额随中子能量变化有明显增加,质量分布曲线的高度有所下降外,分布曲线的最可几质量与分布宽度并无明显变化。

综上所述,应用裂变的多通道和无规预断裂模型,研究0—6MeV中子诱发的 ^{235}U 裂变的碎片质量分布和平均总动能分布,具有物理概念较清楚,理论基础较坚实,计算结果与实验符合较好的特点。利用该模型还可以计算每个碎片动能分布和碎片平均瞬发中子数等,这部分工作以及对其它核素的裂变研究正在进行中。

本工作曾与 H. -H. Knitter 教授进行过有益的讨论,高能物理研究所朱启明和北京大学黄斐增曾在计算机和程序方面给予帮助,中国原子能研究院包宗渝教授提供了部分实验数据,作者在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- [1] B. D. Wilkins, E. P. Steinberg and R. R. Chasman, *Phys. Rev.*, **e14** (1976) 1832.
[2] A. Turkevich et al., *Phys. Rev.*, **84** (1951) 52.
[3] H. C. Britt et al., *Phys. Rev.*, **129** (1963) 2239.
[4] J. L. Cook et al., *Aust. J. Phys.*, **29** (1976) 125.
[5] Wang Fu-cheng and Hu Ji-min, *J. Phys.*, **G15** (1989) 829—848.
[6] U. Brosa, S. Grossmann and A. Müller, *Phys. Repts.*, **197** (1990) 167—262.
[7] S. L. Whetstone Jr., *Phys. Rev.*, **114** (1959) 581.
[8] U. Brosa, S. Grossmann and A. Müller, *Z. Naturforsch.*, **a41** (1986) 1341.
[9] U. Brosa, S. Grossmann and A. Müller, *Z. Phys.*, **a325** (1987) 241.
[10] U. Brosa, S. Grossmann and A. Müller, Proc. 16th Intern. Symp. on Nuclear Physics, Gsige, Dresden GRR, 1986.
[11] H.-H. Knitter, F.-H. Hamsch and C. Budtz-Jorgensen, *Z. Naturforsch.*, **a42** (1987) 786—790.
[12] U. Brosa and S. Grossmann, *Z. Phys.*, **a310** (1983) 177—187.
[13] N. Nifeneder, G. Mariolopoulos et al., *Z. Phys.*, **a308** (1982) 39.
[14] F. J. Gonnwein, *Radiation effects*, **94** (1986) 205.
[15] Ch. Straede et al., *Nucl. Phys.*, **a462** (1987) 83—108.
[16] P. P. Dyachenko et al., *Yad. Fiz.*, **7** (1968) 778.
[17] R. Müller, A. A. Naqvi, F. F. Kappeler and Z. Y. Bao, 内部报告, KFK 3320 (1981).

The Multichannel Fission Model Applied to $^{235}\text{U}(\text{n}, \text{f})$

Fan Tieshuan Hu Jimin Bao Shanglian

(Departments of Technical Physics, Peking University, Beijing 100871)

Received on October 4, 1993

Abstract

In the frame of the multichannel fission model with the random neck rupture, the fragment yield and total kinetic energy distributions of the neutron induced $^{235}\text{U}(\text{n},\text{f})$ fission covering the incident neutron energy range from 0 to 6 MeV are calculated. The change of channel probabilities with the neutron incident energy is obtained by fitting experimental data. The theoretical results are in accord with the experimental data.

Key words multichannel fission model, random neck rupture, $^{235}\text{U}(\text{n},\text{f})$.