

# 北京谱仪中的初级顶点拟合

姜志进<sup>1)</sup> 王泰杰 黄涛

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1993-09-21收稿

## 摘 要

本文介绍了初级顶点拟合的基本原理,对原有程序作了一些修改,给出了部分实验事例的初级顶点分布。

**关键词** 简单顶点拟合,束流约束顶点拟合,最小二乘法。

## 1 引 言

北京谱仪(BES)是北京正负电子对撞机(BEPC)第一对撞点上的大型通用磁探测器<sup>[1]</sup>,用于2.8—5.6GeV能区的高能物理实验研究。

北京谱仪主漂移室的径迹重建过程给出了荷电径迹的径迹参数及其误差矩阵。初级顶点拟合就是要在该工作的基础上寻找出每一事例的顶点坐标。它对于检验束流的工作状态及物理分析工作都是重要的。

初级顶点拟合包括两种拟合方式:简单顶点拟合与束流约束顶点拟合。

## 2 简单顶点拟合原理

简单顶点拟合的工作程序如下:

(1) 对事例的荷电径迹进行筛选,挑选出适合如下径迹条件的事例: 1)在  $x-y$  平面内,径迹在  $(CA_x, CA_y)$  点(径迹上距原点最近的点)处的曲率半径  $\rho_{xy} \geq 0.6\text{m}$  (相当于  $H = 0.4\text{T}$  时  $p_{xy} \geq 72\text{MeV}$ ); 2)径迹  $CA$  点处的  $R_{CA} = \sqrt{CA_x^2 + CA_y^2} \leq 0.12\text{m}$ ,而对  $CA_x$  没有限制; 3)满足上述两条件的径迹数  $\geq 2$ 。

(2) 对由过程(1)选出的事例的荷电径迹作对对比较,如果两径迹的方位角满足  $0^\circ < |\phi_1 - \phi_2| < 180^\circ$ ,则两径迹在  $x-y$  平面上相交,求出其交点  $(C_x, C_y)$ ,并要求  $\Delta R = \sqrt{(C_x - B_x)^2 + (C_y - B_y)^2} \leq 0.12\text{m}$ ,其中  $(B_x, B_y, B_z)$  是束流在对撞点的中心位置,对于北京谱仪(见第4节),取

$$B_x = 0.0032\text{m}, B_y = 0, B_z = 0. \quad (1)$$

<sup>1)</sup> 现在地址: 山东聊城师范学院物理系,聊城252000。

对于两径迹的  $z$  坐标,要求  $\Delta z = |z_1 - z_2| \leq 0.35\text{m}$ , 且取  $z_1, z_2$  的平均值作为两径迹交点的  $z$  坐标  $C_z$ .

计算出每一事例荷电径迹所有可能交点的平均值,该平均值即被作为事例初级顶点的初始值  $(V_x, V_y, V_z)$ . 如果事例的诸荷电径迹的交点找不到(如背对背事例),则取所有径迹  $CA$  点坐标的平均值作为  $(V_x, V_y, V_z)$ .

在原程序中,初级顶点的初始值  $(V_x, V_y, V_z)$  是由两条方位角之差满足  $20^\circ < |\phi_1 - \phi_2| < 160^\circ$  的径迹的交点来确定的. 这样做的结果,使得初级顶点的分布在原点处出现一个非常窄的尖峰,远远偏离了正态分布,当  $(V_x, V_y, V_z)$  按上述方法确定时,其尖峰消失.

(3) 利用最小二乘法方法,对  $(V_x, V_y, V_z)$  作进一步修正.

当荷电粒子在穿过各子探测器的物质时要发生多次库仑散射,因此粒子的出射方向将偏离其入射方向,通常用方位角  $\phi$  的均方值

$$\langle \phi_i^2(N) \rangle = \left( \frac{0.015}{p_N \beta_N} \right)^2 \frac{t_i}{\sin \theta_N} \quad (2)$$

来描述这一效应. 上式中的  $p_N$  是粒子  $N$  的动量,  $\beta_N$  为其速度,  $\theta_N$  为极角,  $t_i$  是散射体  $i$  的辐射长度. 对于北京谱仪,共有 5 个散射体:束流管、中心漂移室、主漂移室内壁、主漂移室中的气体及主漂移室中的丝,这些散射体的辐射长度可参见文献[2]. 而由多次库仑散射在  $r$  方向上引起的误差可以写成

$$\sigma_{m,r}^2(N) = \sum_{i=1}^5 \langle \phi_i^2(N) \rangle \frac{R_i^2}{\sin \theta_N}, \quad (3)$$

其中  $R_i$  为散射体  $i$  的有效半径(参见文献[2]),在  $z$  方向上

$$\sigma_{m,z}^2(N) = \sum_{i=1}^5 \langle \phi_i^2(N) \rangle \frac{R_i^2}{\sin^2 \theta_N}. \quad (4)$$

另外,  $r$  方向上的测量误差为<sup>[1]</sup>  $\sigma_{mer} = 0.2 \times 10^{-3}\text{m}$ ,  $z$  方向上为  $\sigma_{mez} = 2.5 \times 10^{-3}\text{m}$ ,那么径迹  $N$  的  $\chi^2$  可以写成

$$\chi^2(N; V) = \frac{D_r^2(N; V)}{\sigma_{m,r}^2(N) + \sigma_{mer}^2} + \frac{D_z^2(N; V)}{\sigma_{m,z}^2(N) + \sigma_{mez}^2}, \quad (5)$$

其中  $D_r$  是在  $x$ - $y$  平面内  $(CA_x, CA_y)$  点处的曲率半径  $\rho_{xy}$  与初始顶点  $(V_x, V_y)$  到曲率中心  $(CC_x, CC_y)$  距离之差,  $D_z$  是  $V_z$  与  $CA_z$  之差. 显然上式中的第一项与第二项分别为  $r$  与  $z$  方向上的  $\chi^2$ . 那么对于某一事例,其  $\chi^2$  为

$$\chi^2(V) = \sum_{N=1} \chi^2(N; V), \quad (6)$$

式中求和是对事例的所有荷电径迹进行的. 求使上式为最小的  $(V_x, V_y, V_z)$ , 则该点即被认为是该事例的初级顶点.

### 3 束流约束顶点拟合原理

束流约束顶点拟合工作程序如下:

(1) 对事例的荷电径迹进行判选, 挑选出适合如下径迹条件的事例: 1) 在  $x-y$  平面内, 径迹在  $(CA_x, CA_y)$  点处的曲率半径  $\rho_{xy} \geq 0.6\text{m}$ ; 2)  $\rho_{xy}$  与束流中心  $(B_x, B_y)$  到曲率中心  $(CC_x, CC_y)$  的距离之差  $|D_{rb}| \leq 0.012\text{m}$ , 且  $B_x$  与  $CA_x$  之差  $|D_{xb}| \leq 0.12\text{m}$ ; 3) 满足上述两条条件的径迹数  $\geq 2$ .

(2) 利用与简单顶点拟合步骤(2)相同的方法, 求出事例初级顶点的初始值  $(V_x, V_y, V_z)$ .

在原程序中, 该顶点拟合方式中的事例初级顶点的初始值  $(V_x, V_y, V_z)$  是由该事例所有荷电径迹在  $CA$  点坐标的平均值来确定的, 其结果使得初级顶点的分布在原点处出现一个前面提到的非常窄的尖峰, 且拟合效果不是太好. 当  $(V_x, V_y, V_z)$  的求法作上述修改后, 其尖峰消失, 拟合效果得到较大的改善(见第 5 节).

(3) 利用最小二乘法, 对  $(V_x, V_y, V_z)$  处的径迹参数进行修正.

一条荷电径迹通常用如下  $CA$  点处的 5 个参数来描述<sup>[3,4]</sup>:  $\phi, k = \frac{1}{p \cos \lambda}, s = \tan \lambda, \eta$  及  $\xi$ , 其中  $\phi$  是径迹的方位角,  $\lambda$  为径迹方向与  $x-y$  平面的夹角,  $p$  为径迹的动量,  $\eta$  为径迹沿磁场方向的坐标,  $\xi$  为径迹沿  $\mathbf{t} \times \mathbf{h}$  方向的坐标(其中  $\mathbf{t}$  与  $\mathbf{h}$  分别为径迹与磁场方向的单位矢量), 那么对于径迹  $N$ , 其  $\chi^2$  可以写成

$$\chi^2(N; P_V) = \sum_{I, J=1}^5 (P_{CA}(I, N) - P_V(I, N)) E(I, J, N) (P_{CA}(J, N) - P_V(J, N)), \quad (7)$$

其中  $P_{CA}$  为径迹在  $CA$  点处的径迹参数,  $P_V$  为  $(V_x, V_y, V_z)$  点处的径迹参数,  $E$  为径迹参数的误差矩阵. 那么对于某一事例, 其  $\chi^2$  可以写成

$$\chi_{\text{trk}}^2(P_V) = \sum_{N=1} \chi^2(N; P_V), \quad (8)$$

其中求和是对事例的所有荷电径迹进行的. 另外, 由束流分布, 可以构成如下的  $\chi^2$

$$\chi_b^2(P_V) = \sum_{i=1}^3 \frac{(B_i - V_i)^2}{\sigma_{bi}^2}, \quad (9)$$

其中  $i = 1, 2, 3$  分别对应于  $x, y, z, \sigma_b$  为束流分布的标准误差, 对于北京谱仪(见第 4 节), 取

$$\sigma_{bx} = 0.0019\text{m}, \quad \sigma_{by} = 0.0015\text{m}, \quad \sigma_{bz} = 0.04\text{m}. \quad (10)$$

那么对于某一事例, 其总的  $\chi^2$  为

$$\chi^2(P_V) = \chi_{\text{trk}}^2(P_V) + \chi_b^2(P_V). \quad (11)$$

求使上式为最小的  $P_V(I) (I = 1, 2, 3, 4, 5)$ , 则  $P_V(I)$  即被认为是事例在初级顶点处的径迹参数.

## 4 讨 论

### 4.1 两种顶点拟合方式的比较

由前两节的讨论可以看出, 束流约束顶点拟合对事例径迹的挑选比较严格, 误差矩阵

是由径迹的重建过程得到的,且束流的大小也被包括在该拟合方式中以对顶点的分布范围加以限制。而简单顶点拟合对事例径迹的挑选及误差的处理都比较粗糙,且束流的分布没有参与拟合,因此可以预期,前者较后者给出的顶点分布将更精确。但简单顶点拟合也有其优点,主要是它的数学处理比较简单,物理意义清晰,且具有较高的效率(见下节)。

#### 4.2 顶点拟合与事例径迹数的依赖关系

由统计理论知道,最小二乘法给出结果的可靠性依赖于样本的大小,样本越大,其结果越可靠。由式(6)与(8)可知,顶点拟合样本的大小等于事例的径迹数,因此可以预期多径迹事例较少径迹事例的顶点分布更可靠。

#### 4.3 束流大小的确定

这里有必要解释一下,描述束流分布范围的式(1)与(10)的由来。

式(11)右边的两项中,第一项反映了径迹重建对顶点分布的贡献,第二项描述束流大小对顶点分布的限制。这里不能将束流的实际大小代入式(11)中,因为在这种情况下,式(11)中右边的第一项相对于第二项可以被忽略,使得顶点分布的范围就等于束流的大小,这是一种理想情况,实际上,由于径迹重建所引起的误差,这一情况是不可能实现的,所以式(11)中束流的大小应能反映出径迹重建对束流分布范围的“放大”效应,显然被“放大”了的束流大小应由式(11)右边的第一项确定的顶点分布范围给出,式(1)与(10)正是该顶点的顶点分布范围。这一分布范围被作为束流的大小而代入式(11)右边的第二项以对顶点的分布范围作进一步限制。由此可见,顶点的分布范围取决于径迹重建的质量,后者引起的误差越小,前者越接近束流的实际大小,反之偏离束流的真实范围越大。

### 5 初级顶点拟合可靠性检验

为了检验修改后初级顶点拟合程序的可靠性,分别分析了5000个两叉与四叉事例的Monte Carlo数据。两叉事例由过程  $J/\psi \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$  产生,四叉事例由  $J/\psi \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$  产生。束流的大小定为  $B_x = B_y = B_z = 0, \sigma_{b_x} = 0.0019\text{m}, \sigma_{b_y} = 0.0013\text{m}, \sigma_{b_z} = 0.35\text{m}$ 。得到的结果列于表1中。

这里,先说明一下顶点拟合可靠性的判别标准。当  $e^+e^-$  对撞时,事例或初级顶点将在整个束流的分布空间内产生,因此一个理想的初级顶点拟合程序给出的顶点分布范围应该等于给定的束流分布范围。按照这一要求,由表1可以看出,四叉事例好于两叉事例的顶点分布,束流约束顶点拟合好于简单顶点拟合给出的分布,这些特点与4.1和4.2节中的讨论是一致的。将束流约束顶点拟合给出的顶点分布与CA点坐标的分布相比较,可以看出前者好于后者。

表中给出的效率定义为通过每种拟合方式步骤(1)的事例数与总事例数的比。由表1可以看出,四叉事例较两叉事例具有较高的效率,这是因为前者较后者较容易满足各步骤(1)中对事例径迹数的要求(条件3),简单顶点拟合较束流约束顶点拟合具有较高的效率,这与4.1节中的讨论是一致的。

表1 Monte Carlo 模拟数据的初级顶点分布(单位为 m)

拟合方式	特征量	$J/\psi \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$ (两叉事例)		$J/\psi \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$ (四叉事例)	
简单 顶点 拟合	$\bar{V}_x \sigma_x$	$-8.368 \times 10^{-5}$	$5.322 \times 10^{-3}$	$7.695 \times 10^{-5}$	$3.049 \times 10^{-3}$
	$\bar{V}_y \sigma_y$	$-1.357 \times 10^{-4}$	$5.054 \times 10^{-3}$	$-2.124 \times 10^{-5}$	$2.675 \times 10^{-3}$
	$\bar{V}_z \sigma_z$	$8.717 \times 10^{-4}$	$3.717 \times 10^{-2}$	$7.791 \times 10^{-4}$	$3.530 \times 10^{-2}$
	效率	99.89%		99.98%	
束流 约束 顶点 拟合	$\bar{V}_x \sigma_x$	$-3.786 \times 10^{-5}$	$1.752 \times 10^{-3}$	$-4.055 \times 10^{-5}$	$1.934 \times 10^{-3}$
	$\bar{V}_y \sigma_y$	$-3.811 \times 10^{-5}$	$1.273 \times 10^{-3}$	$4.427 \times 10^{-5}$	$1.394 \times 10^{-3}$
	$\bar{V}_z \sigma_z$	$9.641 \times 10^{-4}$	$3.524 \times 10^{-2}$	$8.352 \times 10^{-4}$	$3.515 \times 10^{-2}$
	效率	99.01%		99.43%	
CA点 坐标 分布	$\bar{C}_x \sigma_x$	$1.331 \times 10^{-5}$	$1.740 \times 10^{-3}$	$5.404 \times 10^{-5}$	$1.961 \times 10^{-3}$
	$\bar{C}_y \sigma_y$	$-6.290 \times 10^{-5}$	$1.486 \times 10^{-3}$	$9.615 \times 10^{-6}$	$1.690 \times 10^{-3}$
	$\bar{C}_z \sigma_z$	$5.239 \times 10^{-4}$	$3.708 \times 10^{-2}$	$1.001 \times 10^{-3}$	$3.818 \times 10^{-2}$

## 6 实验事例的顶点分布

利用修改后的初级顶点拟合程序,分析了 Run462—961 实验事例的顶点分布,其结果如表2、图1及图2所示。

表2 Run486 实验事例的初级顶点分布(单位为 m)

拟合方式	特征量	两叉事例		四叉事例	
简单 顶点 拟合	$\bar{V}_x \sigma_x$	$2.468 \times 10^{-3}$	$3.094 \times 10^{-3}$	$2.370 \times 10^{-3}$	$2.591 \times 10^{-3}$
	$\bar{V}_y \sigma_y$	$2.084 \times 10^{-4}$	$2.927 \times 10^{-3}$	$8.755 \times 10^{-7}$	$2.128 \times 10^{-3}$
	$\bar{V}_z \sigma_z$	$2.885 \times 10^{-4}$	$3.865 \times 10^{-2}$	$2.558 \times 10^{-3}$	$3.774 \times 10^{-2}$
	效率	98.39%		99.71%	
束流 约束 顶点 拟合	$\bar{V}_x \sigma_x$	$2.473 \times 10^{-3}$	$1.393 \times 10^{-3}$	$2.549 \times 10^{-3}$	$1.463 \times 10^{-3}$
	$\bar{V}_y \sigma_y$	$5.262 \times 10^{-5}$	$1.245 \times 10^{-3}$	$5.968 \times 10^{-5}$	$1.386 \times 10^{-3}$
	$\bar{V}_z \sigma_z$	$1.243 \times 10^{-3}$	$3.661 \times 10^{-2}$	$4.478 \times 10^{-3}$	$3.563 \times 10^{-2}$
	效率	87.02%		97.64%	
CA点 坐标 分布	$\bar{C}_x \sigma_x$	$1.152 \times 10^{-3}$	$1.448 \times 10^{-3}$	$1.090 \times 10^{-3}$	$1.597 \times 10^{-3}$
	$\bar{C}_y \sigma_y$	$1.259 \times 10^{-4}$	$1.264 \times 10^{-3}$	$1.836 \times 10^{-4}$	$1.486 \times 10^{-3}$
	$\bar{C}_z \sigma_z$	$2.469 \times 10^{-3}$	$3.694 \times 10^{-2}$	$2.795 \times 10^{-3}$	$3.793 \times 10^{-2}$

表2是 Run486 事例顶点分布的有关数据,图1与图2分别为两叉与四叉事例的顶点分布随 Run 号的变化。

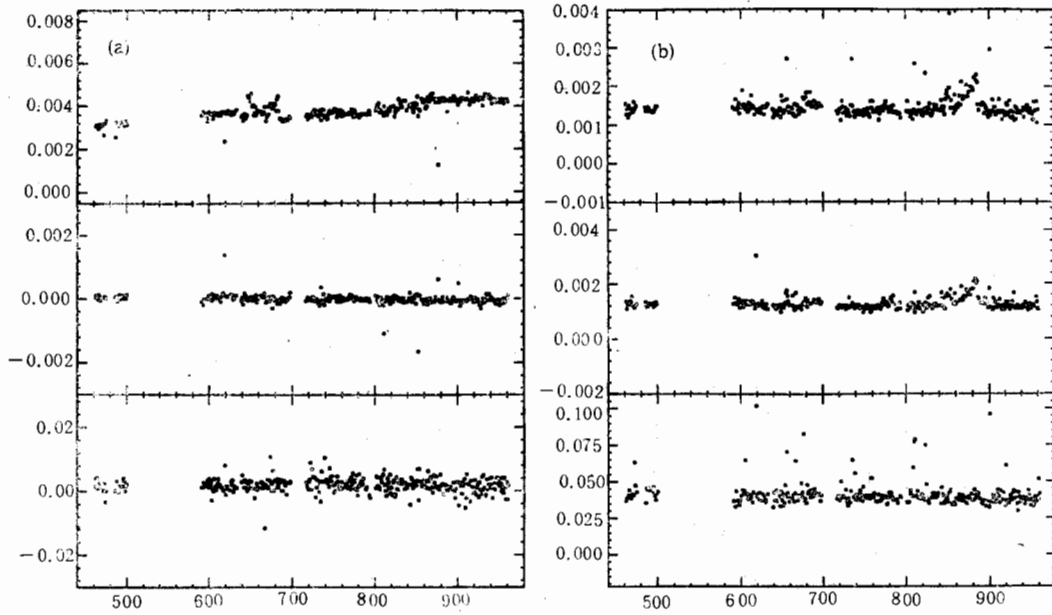


图1 两叉实验事例的初级顶点分布。

横轴为 Run 号, 纵轴为特征量(单位是 m)。(a)图为顶点分布的中心位置, 由上至下依次为  $\bar{V}_x, \bar{V}_y, \bar{V}_z$ ; (b)图为顶点分布的标准误差, 由上至下依次为  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 。

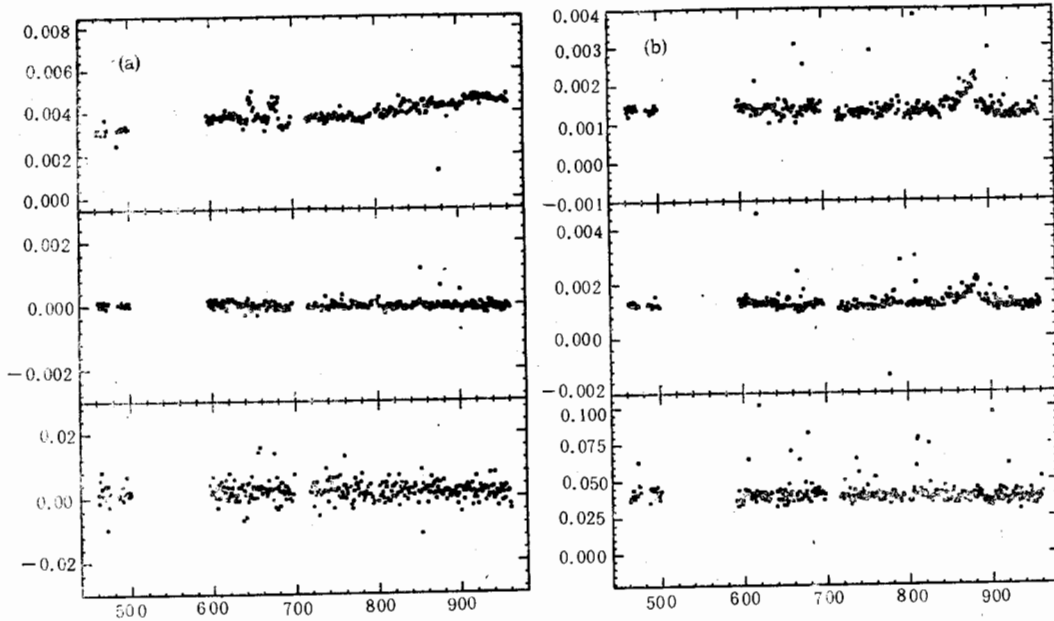


图2 四叉实验事例的初级顶点分布

横轴为 Run 号, 纵轴为特征量(单位是 m)。(a)图为顶点分布的中心位置, 由上至下依次为  $\bar{V}_x, \bar{V}_y, \bar{V}_z$ ; (b)图为顶点分布的标准误差, 由上至下依次为  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 。

由各图顶点的中心位置分布(或表2)可以看出, 事例的顶点分布在  $y, z$  两方向上对

于原点对称的,而在  $x$  正方向上有个小位移。由于束流的对撞区域直接影响初级顶点的分布范围,所以初级顶点的这种分布形式表明束流的对撞区域在  $y$ 、 $z$  两方向上是对原点对称的,而在  $x$  正方向上有一个小偏离。

## 7 结 论

由第 5 节的讨论知道,束流约束顶点拟合给出的初级顶点分布是可靠的(特别是当事例的径迹数  $\geq 4$  时)。当将修改后的程序用于实验事例时,发现顶点分布在  $y$ 、 $z$  两方向上对原点对称的,而在  $x$  正方向上有一个小偏离。这样的顶点分布形式是由束流对撞区域的类似分布形式所决定的。

感谢李卫国、毛泽普等对本工作的关心与有益的讨论。

## 参 考 文 献

- [1] 北京谱仪合作组,高能物理与核物理,16(1992)770.
- [2] 姜志进,“粒子分辨的判别分析法研究及在  $\tau$  数据分析中的应用”,中科院高能物理所博士学位论文,1993.
- [3] A. D. Johnson, G.H. Trilling, Lawrence Berkeley Laboratory-University of California, Physics notes TG-301.
- [4] 毛泽普等,高能物理与核物理,17(1991)193.

## Primary Vertex Fitting in BES

Jiang Zhijin    Wang Taijie    Huang Tao

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences Beijing 100039)

Received 21 September 1993

### Abstract

In this paper, the principle of primary vertex fitting of BES has been described. Some modifications to the original program are made and the vertex distributions for the experimental data of Run462—961 are presented.

**Key words** simple vertex fitting, beam constrained vertex fitting, chi-square minimization technique.