

# 宇宙线 $\mu$ 子的大气契仑柯夫光像

姜印琳

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1993-12-15 收稿

## 摘要

给出理想条件下聚光镜焦平面上单个 $\mu$ 子大气契仑柯夫光像的理论结果。简要地介绍在标定第二代大气契仑柯夫光成像望远镜中的应用。

**关键词** 宇宙线,  $\mu$ 子, 大气契仑柯夫光像, 聚光镜, 望远镜。

## 1 引言

在甚高能 $\gamma$ 射线天文观测中, 第二代大气契仑柯夫光成像望远镜已经取得了很大的成功, 并得到迅速的发展和广泛的使用<sup>[1-3]</sup>。这种望远镜由一个大口径的聚光镜和焦平面上的光电倍增管阵列组成, 具有较大的视场角和很好的像分辨率。它能记录广延大气簇射大气契仑柯夫光的像。根据像的形状、位置和强度分布等参量, 测定初级粒子的能量和推断它的种类(质子或 $\gamma$ 射线)。以前采用记录强子簇射大气契仑柯夫光像的方法, 粗略地估算望远镜的探测阈能; 或者用脉冲光源测量望远镜的光探测阈值, 同 $\gamma$ 射线簇射大气契仑柯夫光模拟的结果相比较, 确定它的探测阈能<sup>[4]</sup>。这两种方法有较大的误差。后来有人建议用记录单个宇宙线 $\mu$ 子的大气契仑柯夫光像, 对望远镜进行标定<sup>[5]</sup>。该方法的优点在于:  $\mu$ 子大气契仑柯夫光的发射光谱与广延大气簇射大气契仑柯夫光的光谱极为相似, 而且它的发光强度是可以精确计算的; 其次, 理论上能严格地计算焦平面上 $\mu$ 子大气契仑柯夫光像的基本性质, 能定量地与实验结果相比较。因此, 它是一种理想的直接标定方法。本文讨论理想条件下,  $\mu$ 子大气契仑柯夫光像的性质与 $\mu$ 子入射参量的关系。最后简要地介绍在标定第二代大气契仑柯夫光成像望远镜中的应用。

## 2 $\mu$ 子平行光轴入射的结果

为了简化计算, 假设聚光镜的光学性能是完美的; 忽略 $\mu$ 子的多次散射和契仑柯夫光传播的衰减; 认为契仑柯夫光的产额和发射角是常数。

### 2.1 $\mu$ 子大气契仑柯夫光像的光子数

当 $\mu$ 子平行光轴地通过镜口平面的A点时, 图1示意地给出 $\mu$ 子大气契仑柯夫光的

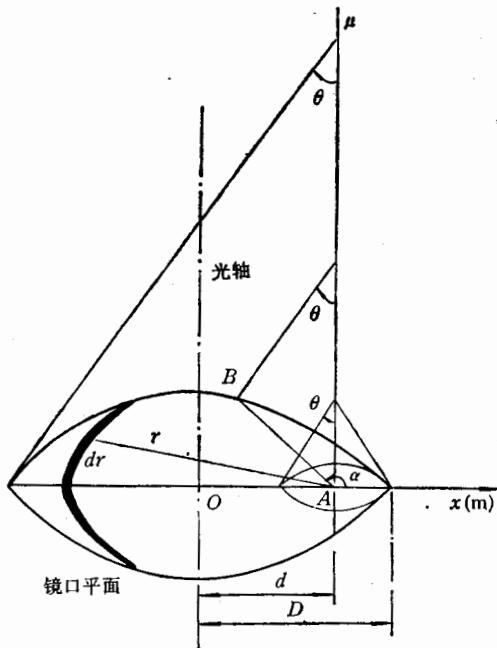


图 1  $\mu$  子平行光轴入射时( $d < D$ ), 入射到镜面上的大气契仑柯夫光光路示意图

光路。其中  $O$  点是  $A$  点到光轴的垂足;  $OA$  连线取做  $x$  轴;  $OA$  线段的长度称为  $\mu$  子的入射距离, 以  $d$  表示;  $D$  是聚光镜的半径。在这种情况下, 入射到镜面上的  $\mu$  子大气契仑柯夫光由两部分组成。第一部分是一个完整的契仑柯夫光锥。光锥的半径等于  $D-d$ 。由于契仑柯夫光发射角  $\theta$  很小, 光锥的高度近似地等于  $(D-d)/\theta$ 。第二部分光是两个契仑柯夫光锥之间的一部分。这两个光锥的高度分别是  $(D-d)/\theta$  和  $(D+d)/\theta$ 。因此, 能到达焦平面的契仑柯夫光光子数  $N(d)$  如下式:

$$N(d) = \frac{\gamma y}{\theta} \left\{ (D-d) + \frac{1}{\pi} \int_{D-d}^{D+d} \cos^{-1} \left[ \frac{r^2 + d^2 - D^2}{2dr} \right] dr \right\} \text{ (光子)},$$

其中  $\gamma$  是镜面的反射系数;  $y$  是契仑柯夫光的光子产额。

当  $\mu$  子的径迹与光轴重合时 ( $d=0$ ),  $N(0) = \frac{\gamma y D}{\theta}$ 。这时到达焦平面的契仑柯夫

光光子数是极大值。例如一个在海平面的聚光镜 ( $D=5\text{m}$ ,  $\gamma=0.8$ ), 当入射  $\mu$  子的契仑柯夫光发射角是极大时,  $N_{\max}(0) \approx 5300$  个光子。

当  $d \geq D$  时, 只有属于第二部分的契仑柯夫光被反射到焦平面。因此, 到达焦平面的光子数  $N(d)$  如下式:

$$N(d) = \frac{\gamma y}{\pi \theta} \int_{d-D}^{d+D} \cos^{-1} \left[ \frac{r^2 + d^2 - D^2}{2dr} \right] dr \text{ (光子)}.$$

显然,  $\mu$  子大气契仑柯夫光像的光子数正比于镜面半径和反射系数以及光子产额; 反比于契仑柯夫光发射角; 并随入射距离的增加而下降。

## 2.2 $\mu$ 子大气契伦柯夫光像的性质

在理想条件下,根据几何光学原理和契伦柯夫光发射特性,讨论不同入射距离时  $\mu$  子契伦柯夫光像的形状、位置和光子强度分布。

当  $d = 0$  时,镜面所张契伦柯夫光锥内的光被聚焦到焦平面。焦平面上的像是一个完整的圆环。像环的圆心与焦点重合,圆的半径等于契伦柯夫光发射角  $\theta$ 。像环上各点光子强度  $I(0)$  的分布是均匀的,其表达式为:

$$I(0) = \gamma y D / 2\pi\theta \text{ (光子/rad)}.$$

当  $d < D$  时,与图 1 对应的  $\mu$  子大气契伦柯夫光像如图 2(a) 所示。由图 1 可见,落

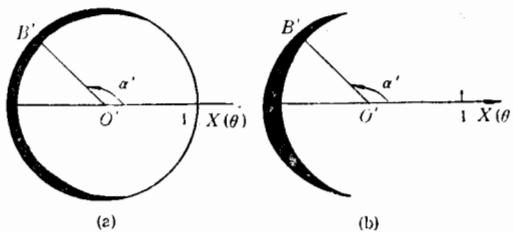


图 2  $\mu$  子平行入射时,焦平面上  $\mu$  子大气契伦柯夫光像和它的光子强度分布示意图

图中的  $X$  轴与光路图中的  $x$  轴相对应,焦点  $O'$  是原点,以发射角  $\theta$  为单位。

(a)  $d < D$ ; (b)  $d \geq D$ .

到线段  $AB$  上的契伦柯夫光将聚焦到焦平面上的同一点  $B'$ 。 $B'$  像点到焦点的径向距离等于发射角  $\theta$ ,它的方位角  $\alpha'$  与线段  $AB$  的方位角  $\alpha$  相同。线段  $AB$  的长度代表  $B'$  像点的相对光子强度。因此,  $B'$  像点光子强度  $I(d, \alpha')$  的表达式为:

$$I(d, \alpha') = I(0) \frac{d \cos(\pi - \alpha') + \sqrt{D^2 - d^2 \sin^2(\pi - \alpha')}}{D} \text{ 光子/rad.}$$

这时的像也是以焦点  $O'$  为圆心,以发射角  $\theta$  为半径的圆环。但是,光子强度沿像环的分布是不均匀的。

当  $d \geq D$  时,类似的分析表明,像的形状是一段圆弧,如图 2(b) 所示。像弧的圆心和半径仍然是焦点  $O'$  和发射角  $\theta$ 。像弧的长度等于  $2 \sin^{-1}(D/d) \text{ rad}$ 。 $\mu$  子的入射距离越大,像弧越短,像弧上的光子强度分布越不均匀。像弧上  $B'$  像点光子强度  $I(d, \alpha')$  的表达式为:

$$I(d, \alpha') = 2I(0) \sqrt{D^2 - d^2 \sin^2 \alpha'} / D \text{ (光子/rad),}$$

其中  $\alpha'$  在  $\pi \pm \sin^{-1}(D/d)$  之间取值。

当  $d = D$  时,  $I(D, \alpha') = 2I(0) \cos \alpha'$ 。这时像弧是一个光子强度分布不均匀的半圆弧。

综合上述分析,在理想条件下和平行入射时,焦平面上  $\mu$  子大气契伦柯夫光像是一个圆环或者一段圆弧。像环和像弧有共同的圆心和半径——焦点  $O'$  和发射角  $\theta$ 。像的总光量和形状以及光子强度分布与  $\mu$  子的入射距离密切相关。

### 3 $\mu$ 介子倾斜入射的结果

当 $\mu$ 子相对于光轴的入射角 $Z$ 大于零时, 焦平面上 $\mu$ 子大气契伦柯夫光像将随入射角 $Z$ 和入射方位角 $\varphi$ 而改变。下面, 在入射角 $Z$ 很小的条件下, 讨论像的变化规律。

当 $d < D$ 时, 图3示意地给出 $\mu$ 子大气契伦柯夫光的光路。 $\mu$ 子通过镜口平面的A点。 $Z$ 和 $\varphi$ 是它的入射角和方位角。在入射角 $Z$ 很小的条件下, 射到镜面上的契伦柯夫光量近似地与平行入射时的光量相同。因此, 焦平面上像的总光量没有变化, 等于相同 $d$ 和平行入射时的总光量。根据图3所示的光路, 落在线段AB上的契伦柯夫光将被聚焦到焦平面上同一个像点B'。该像点到焦点的径向距离等于 $\theta'$ 。它的方位角是入射方位角 $\varphi$ 与 $\varphi'$ 之和。 $AB$ 的长度代表该像点的相对光子强度。这样, 当 $\alpha$ 从0到 $2\pi$ 改变时, 求出对应的未知参量( $AB$ 的长度,  $\theta'$ 和 $\varphi'$ ), 就能在焦平面上绘出 $\mu$ 子大气契伦柯夫光像的全貌。可以列出含有七个未知参量的七个方程。在入射角很小的条件下, 计算的结果示于图4(a)。

当 $d \geq D$ 时, 通过类似地分析, 需列出包含八个未知参量的八个方程, 获得的结果示于图4(b)。

图4显示的结果表明, 在入射角很小和入射距离相同时,  $\mu$ 子大气契伦柯夫光像的形状、大小和光子强度分布以及总光量与平行入射时完全相同。仅仅像环或像弧圆心的位置随入射角和方位角改变。它们的变化规律是: 圆心相对于焦点的径向移动等于入射角; 圆心相对于X轴的方位角等于入射方位角与 $\pi$ 之和。因此, 在入射距离相同时, 能从平行入射的结果获得非平行入射时像的全部信息。

### 4 应用

为了用 $\mu$ 子大气契伦柯夫光像标定大气契伦柯夫光成像望远镜, 需要有一个辅助的 $\mu$ 子选择触发器。它能安置在望远镜的光轴附近, 选择入射角小并能产生契伦柯夫光的 $\mu$ 子, 触发成像望远镜记录它的大气契伦柯夫光像。这个触发器具有测定 $\mu$ 子入射参量的功能。根据入射参量计算 $\mu$ 子像的基本性质, 与实验结果相比较, 实现望远镜的直接

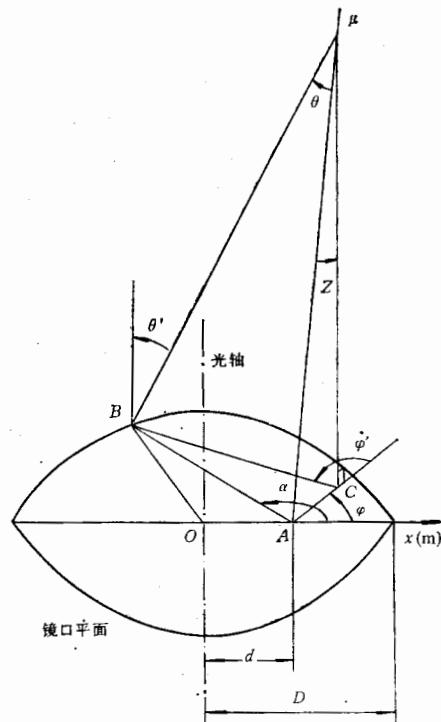


图3  $\mu$ 子非平行入射时( $d < D$ ), 入射到镜面上的大气契伦柯夫光光路示意图

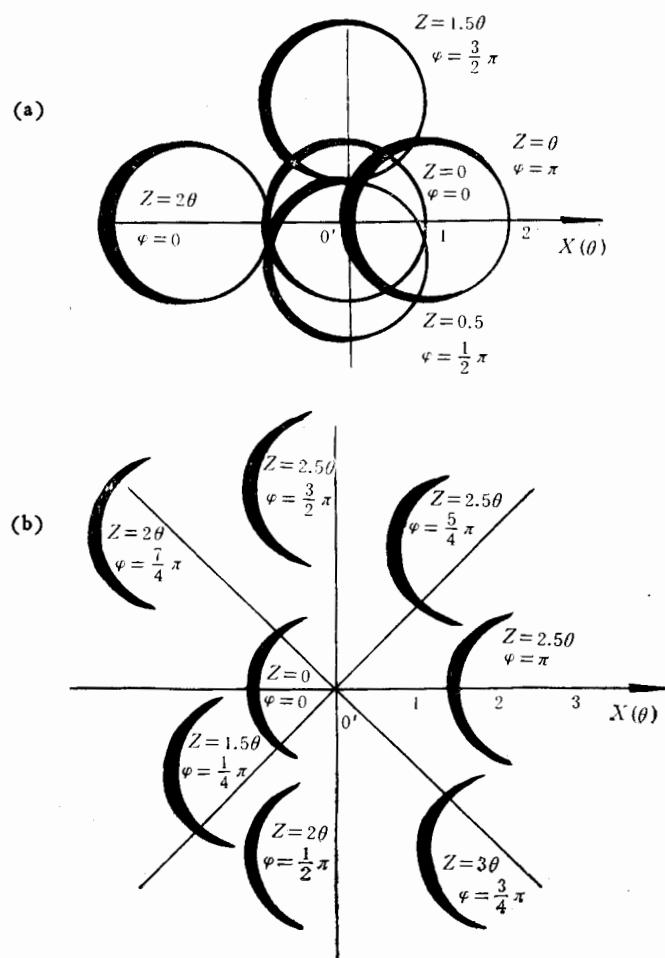


图 4  $\mu$  子非平行入射时, 焦平面上  $\mu$  子大气契伦柯夫光像的形状、位置和光子强度分布与入射参量的关系

图中的  $X$  轴与光路图中的  $x$  轴相对应, 焦点  $O'$  是原点, 并以发射角  $\theta$  为单位。

(a)  $d < D$ ; (b)  $d \geq D$ .

标定。

作者在 92 年访问美国 Whipple 天文台期间, 用一个比较简单的  $\mu$  子选择触发器, 对世界最先进的 Whipple 天文台 10m 高分辨大气契伦柯夫光成像望远镜进行了成功的标定<sup>[6]</sup>。这次标定的结果, 用于推算 Crab Nebula 和 Mark421 源的能谱, 结果与 GRO 卫星观测的高能  $\gamma$  射线能谱相符合<sup>[8,9]</sup>。另外, 首次用 10m 成像望远镜记录到清晰的  $\mu$  子大气契伦柯夫光像, 证明它具有很高的灵敏度和良好的成像功能。因此, 这个方法不但能标定望远镜, 还能对它的光学性能和电子学系统进行严格的检验。

## 参 考 文 献

- [1] Cawley, M.F., et. al., *Exper. Astr.*, 1(1990)173.

- [2] Vacanti, G. et. al., *Ap. J.*, **377**(1991)467.
- [3] Kifune, T., Proc. 1st International Workshop of Towards a Major Atmospheric Cherenkov Detector. Palaiseau, France (1992.6)229.
- [4] Mirzoyan, R., Proc. 1st International Workshop of Towards a Major Atmospheric Cherenkov Detector. Palaiseau, France (1992.6)239.
- [5] Weekes, T.C., *Space Sci. Rev.*, **59**(1992)315.
- [6] Jiang, Y., et. al., *Proc. 23rd ICRC*, **4**(1993)662.
- [7] Hilles, A.M., Very High Energy Gamma Ray Astronomy, edited by K.E. Turver, (1986)243.
- [8] Lewis, D.A., et. al., *Proc. 23rd ICRC*, **1**(1993)279.
- [9] Mobanty, G., et. al., *Proc. 23rd ICRC*, **1**(1993)440.

## Atmospheric Cherenkov Images of Cosmic Ray Muons

Jiang Yinlin

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Received 15 December 1993

### Abstract

The theoretical results of the atmospheric Cherenkov images of a muon on the focal plane of a reflector are given under the ideal conditions. The use to calibrate second-generation atmospheric Cherenkov imaging telescope is introduced briefly.

**Key words** cosmic ray, muon, atmospheric Cherenkov image, reflector, telescope.