

# 三体 heritage 混合相互作用 和核转动惯量的变化\*

狄尧民

(徐州师范学院 徐州 221009)

1994-03-25 收稿

## 摘 要

讨论了在费米子动力学对称模型中大形变区核转动惯量的变化机制。指出在无  $I_1$  带和基带交叉的情况下, heritage 混合本身也可以引起转动惯量的变化,但引起混合的相互作用形式是重要的,引入某种三体相互作用后能很好地解释实验事实。

**关键词** 费米子动力学对称模型,核转动惯量, heritage 混合。

## 1 引 言

核结构的代数模型已在核理论的研究中占有相当重要的地位。费米子动力学对称模型<sup>[1]</sup> (FDSM) 是八十年代提出的新的代数模型,由于该模型是一种建立在费米子基础上的模型,并且与核结构的基本模型——球型壳模型有着紧密的联系,因此用 FDSM 来研究各种核现象是值得探讨的课题。

众所周知,原子核转动惯量不是固定不变的,而是随着角动量的增大而增大。一般认为在 FDSM 的框架下,大形变区转动惯量的变化机制为带交叉和 heritage 混合<sup>[2]</sup>。其具体的物理图象为:在回弯以下转动惯量变化的机制为正常宇称能级上有一破对的态形成的带 ( $I_1$  带,一些文献上称作 CAP 带)与基带的交叉以及较强的 heritage 混合,而反常宇称能级上有一破对的态形成的带 ( $I_0$  带)与  $I_1$  带的交叉以及较弱的 heritage 混合形成第一个回弯。但由于动力学泡利效应<sup>[3]</sup>,有一些核无相应的  $I_1$  带,那转动惯量变化的机制又将如何?我们的工作表明没有  $I_1$  带和基带的交叉,heritage 混合本身也可以引起转动惯量的变化,但引起混合的相互作用形式是重要的,集体自由度与单粒子自由度之间的四极相互作用对转动惯量的影响很小,引入某种三体相互作用后能很好地解释实验事实。

本文第2节概述了与 heritage 混合密切相关的基本概念,并给出了无  $I_1$  带情形混合 heritage 的哈密顿。第3节讨论了不同形式的相互作用对核转动惯量的影响。第4节给出了一些计算结果,这些结果表明引入三体相互作用后确能成功地再现一些核素的

\* 江苏省教委自然科学基金部分资助。

能级、转动惯量和  $E2$  跃迁几率。

## 2 无 $I_1$ 带情形混合 heritage 的哈密顿

在 FDSM 中,核集体运动由相干的  $S$ 、 $D$ (角动量分别为 0、2,占据正常宇称能级)和  $\mathcal{S}$ (角动量为 0,占据反常宇称能级)核子对来描述。Heritage 量子数  $u$  定义为没有形成  $S$ 、 $D$ 和  $\mathcal{S}$ 对的核子数。如在正常宇称能级上没有形成  $S$ 、 $D$ 对的核子数为  $u_1$ ,位于反常宇称能级上没有形成  $\mathcal{S}$ 对的核子数为  $u_0$ ,则

$$u = u_1 + u_0. \quad (1)$$

引入了该量子数, FDSM 可按  $u$  分成许多不同的子空间。

动力学泡利效应是 FDSM 的重要特性之一。它要求  $u_1 = 0$  时  $Sp^\rho(6)$  对称  $SU^\rho(3)$  极限存在 ( $n_1^0$ ) 不可约表示的条件为  $n_1 \leq \frac{2}{3} Q_{1\rho}$ , 这里  $\rho = \pi, \nu$ ,  $n_1^0$  为在正常宇称能级上的核子数,  $Q_{1\rho} = \sum_{i_\rho} \frac{1}{2} (2k+1)(2i_\rho+1)$ 。当  $n_1^0 = \frac{2}{3} Q_{1\rho}$  时,  $u_1 = 2$  态中就不再有  $SU^\rho(3)$  的 ( $n_1^0$ ) 表示, 这时相应的  $I_1$  带 (CAP 带) 就不再存在。对于  $SO(8)$  对称情形则无类似的限制存在。

在具体的计算中价核子相对于正常宇称能级和反常宇称能级的分布是重要的。文献 [4] 中给出了价核子在基态分布的经验公式(该文献中(3.49)式)。根据公式进行计算,一些大形变核素的  $n_1^0$  近似地等于甚至略超过  $\frac{2}{3} Q_{1\rho}$ 。鉴于典型的转动核均有基带存在是众所周知的实验事实,可以认为: 该经验公式在这一区域仅近似成立,在该区域(定量地,我们选择的范围为  $\frac{4}{3} Q_{1\rho} - 5 \leq n^0 \leq \frac{2}{3} Q_{1\rho} + 2Q_{0\rho}$ ) 选取  $n_1^0 = \frac{2}{3} Q_{1\rho}$ , 括号里式子中的  $n^0$  为某种核子的总的价核子数,  $Q_{0\rho} = \frac{1}{2} (2j_{0\rho} + 1)$ 。在这种情况下就没有  $I_1$  带。

为了定量地讨论不同 heritage 组态之间的混合,把哈密顿分成两部分

$$H = H_0 + H', \quad (2)$$

其中  $H_0$  不破坏集体自由度子空间的对称性并保持 heritage 数守恒,  $H'$  可以使不同的 heritage 组态混合。在无  $I_1$  带的情况下,主要考虑  $u = 0$  与  $u = u_0 = 2$  的组态之间的混合。这时  $H_0$  有如下形式

$$H_0 = \Delta(v_0^0) + H_0^c + \gamma_0 J_0^2 - \delta_0 L \cdot J_0, \quad (\rho = \pi, \nu) \quad (3)$$

其中  $L$  为总的集体角动量,  $J_0$  为单粒子自由度的角动量, 也就是反常宇称能级上核子的总角动量。  $H_0^c$  为无破对情形 ( $u = 0$ ) 的哈密顿, 对  $k$  激发模式且在集体自由度中不区分质子和中子时它可以写成如下形式

$$H_0^c = h_0^c - \epsilon S^+ S + \alpha L^2 + \beta C_{SU_3} \quad (4)$$

$h_0^c$  仅对基态结合能的绝对值有贡献而与激发能无关,  $C_{SU_3}$  为  $SU(3)$  群的二次 Casimir 算符。对大形变核区可令  $\epsilon$  等于零, 即只考虑  $SU(3)$  极限情形。

什么样的相互作用引起 heritage 混合是值得研究的,集体自由度与单粒子自由度之间的四极相互作用应该考虑,但其它一些相互作用也必须考虑,它对我们的研究是至关重要的. 在 FDSM 中,集体自由度由  $S$ 、 $D$  对来描述. 但对一些情形,特别是在大形变区,高角动量核子对(例如  $G$  对)对集体自由度也有贡献. 与  $S$ 、 $D$  对相比,这些对集体模式激发的重要性要小一些,因此我们可以不明显的引进这些对而考虑它们的重整化效应,三体相互作用就是由这样的效应导出的等效相互作用. 关于这一点在研究相互作用玻色子模型 (IBM) 的扩展形式时,一些作者已作了类似的论述. 例如 P. Van Isacker 等指出<sup>[5]</sup>: IBM 中的三体相互作用可以归结为  $g$  玻色子对于  $sd$  玻色空间的重整化. 因此采用如下形式的  $H'$

$$\begin{aligned} H' &= H'_1 + H'_2 \\ &= -\kappa_0 P^2(k) \cdot P^2(i_0) + \kappa'_0 [D^+ \tilde{D}]^2 \cdot P^2(i_0), \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$P_m^2(i_0) = \sum_{\rho} \sqrt{Q_{0\rho}} [a_{i_0\rho}^+ \tilde{a}_{i_0\rho}]^2_m. \quad (6)$$

为反常宇称能级上的核子的四极算符.  $H'_1$  为二体的四极-四极相互作用,  $H'_2$  为三体相互作用. 同样选取  $E2$  跃迁算符如下

$$T(E2) = q_1 P^2(k) + q_2 [D^+ \tilde{D}]^2, \quad (7)$$

其中第一项为二体算符,第二项为三体项.

### 3 不同相互作用形式对核转动惯量的影响

在 FDSM 中,实际的情形是多  $i$  的,即在  $k-i$  基中,对于同一赝轨道  $k$ ,有数个赝自旋与之对应. 单  $i$  情形  $Sp(6)$  生成元的约化矩阵元已由文献[6]给出,  $P^2(i_0)$  的约化矩阵元的计算与壳层模型中的计算方法相同. 如在集体自由度中不区分质子和中子,利用文献[7]中的多  $i$  波函数作基矢和利用标准的群论方法即可求得  $H$  的矩阵元,将矩阵对角化即可求得能谱和相应的波函数,由波函数可进一步计算跃迁几率,核转动惯量可由能谱直接推算出来. UTXCHS 程序可以用来进行这一计算.

进行实际的计算前,考察  $H'$  中两种不同的相互作用对转动惯量的影响. 为此选取适当参量,用 UTXCHS Code 进行计算,即可得到转动惯量与参数  $\kappa_0$  和  $\kappa'_0$  的关系,其结果列于表 1 和表 2 中. 各种情况下计算所得的第一  $0^+$  态的本征值的绝对数值列于表 3 和表 4 中. 进行这些计算所用的参数为  $\alpha = 16.0\text{keV}$ ,  $\gamma_0 = \delta_0 = 2.0\text{keV}$ , 反常宇称能级上的破对能  $\Delta_{\nu_b}^{\nu_b} = \Delta_{\nu_b}^{\nu_b} = 2400\text{keV}$ .

从表中所列结果可以看出,在  $\kappa_0, \kappa'_0$  均等于零(无 heritage 混合)的情况下,在带交叉之前转动惯量不发生变化. 这里的带交叉是  $I_0$  带与基带的交叉,将与第一个回弯相应.  $H'_1$  和  $H'_2$  均能使  $u = 0$  的态与  $u = \nu_0 = 2$  的态相混合,但  $H'_1$  不能显著地改变系统的转动惯量,但它能使能谱整体地下降从而对系统的结合能有较大影响;而  $H'_2$  对转动惯量的影响显著而对系统的结合能影响较小. 因此引入了三体相互作用后才能较好地解释实验事实.

表 1  $H'_1$  对转动惯量 ( $2\mathcal{I}/\hbar^2$  单位  $\text{MeV}^{-1}$ ) 的影响

$J$	$\kappa_0 = -400.0$	$\kappa_0 = -200.0$	$\kappa_0 = 0.0$	$\kappa_0 = 200.0$	$\kappa_0 = 400.0$
2	60.57	61.93	62.50	61.92	60.47
4	60.55	61.92	62.50	61.91	60.45
6	60.52	61.91	62.50	61.89	60.42
8	60.47	61.89	62.50	61.87	60.35
10	60.40	61.86	62.50	61.84	60.27
12	60.31	61.86	62.50	61.80	60.15
14	73.15	129.79	204.55	159.41	90.01
16	256.73	313.54	352.27	360.16	349.54
18	212.81	224.07	230.26	232.48	231.99

表 2  $H'_2$  对转动惯量 ( $2\mathcal{I}/\hbar^2$  单位  $\text{MeV}^{-1}$ ) 的影响

$J$	$\kappa'_0 = -20.0$	$\kappa'_0 = -10.0$	$\kappa'_0 = 0.0$	$\kappa'_0 = 10.0$	$\kappa'_0 = 20.0$
2	66.58	63.47	62.50	63.47	66.58
4	69.06	64.03	62.50	64.03	69.03
6	71.84	64.65	62.50	64.64	71.76
8	75.83	65.53	62.50	65.51	75.67
10	80.87	66.68	62.50	66.64	80.68
12	86.70	68.10	62.50	68.04	86.66
14	92.85	131.58	204.55	136.51	93.36
16	155.04	327.70	352.27	380.75	193.45
18	206.92	224.07	230.26	244.01	259.49

表 3  $H'_1$  对  $E_{\min}$  的影响(单位 keV)

$\kappa_0$	-400.0	-200.0	0.0	200.0	400.0
$E_{\min}$	-550.77	-153.54	0.00	-155.03	-553.86

表 4  $H'_2$  对  $E_{\min}$  的影响(单位 keV)

$\kappa'_0$	-20.0	-10.0	0.0	10.0	20.0
$E_{\min}$	-0.83	-0.21	0.00	-0.21	-0.83

## 4 计算结果和讨论

考察一些典型的转动核,发现一些核素满足第二节中所讨论的无  $I_1$  带条件。例如在第七主壳层,  $k=1, i=\frac{1}{2}, \frac{7}{2}$ ,  $Q_{1\rho}=15, Q_{0\rho}=7$ 。如  $n^\rho$  分别为 16、18、20、22、24, 则按文献[4]中的经验公式计算,并取其最为接近的偶数,则  $n_1^\rho$  分别为 10、10、12、12、14。由

于动力学泡利效应的制约,按第2节讨论的标准,均取  $n_1^0 = \frac{2}{3} Q_{1\rho} = 10$ . 显然在这些情形中是没有相应的  $I_1$  带的.

这里计算了 Er, Yb 同位素价中子数超过 16 的核素的能谱,转动惯量和  $E2$  跃迁几率. 由于  $H'$  对转动惯量的影响甚小,选取固定值  $\kappa_0 = 40\text{keV}$ . 计算表明,转动惯量对  $\delta_0$  和  $\gamma_0$  也不敏感,它仅对  $\alpha, \kappa'_0$  较敏感,而破对能  $\Delta_{0b}^0$  对回弯出现的位置直接有关. 计算时,  $\gamma_0$  也固定在某一合理数值,  $\alpha, \kappa'_0, \Delta_{0b}^0$  和  $\delta_0$  允许变化,并用 IMSL 数学库中 BCPOL 程序进行优选以求得最佳结果. 除  $\kappa_0$  外计算所用的参量列于表 5 中. 图 1 和图 2 分别给出了  $^{166}\text{Er}$  的转动惯量和  $E2$  跃迁的理论和实验之间的比较,其余结果均列于表 6 中. 这些结果表明,不仅能谱和转动惯量的理论和实验符合得很好,而且  $E2$  跃迁几率符合得也不差.

表 5 计算能级和跃迁几率的参数

核 素	能量参量(单位 keV)					跃迁几率 (单位 eb)	
	$\alpha$	$\gamma_0$	$\delta_0$	$\kappa'_0$	$\Delta_{0b}^0 = \Delta_{0b}^0$	$q_1$	$q_2$
$^{166}\text{Er}$	13.39	4.00	1.30	-13.11	2527.5	0.137	-0.010
$^{168}\text{Er}$	13.60	4.00	1.19	-9.50	2141.1	0.156	-0.015
$^{170}\text{Er}$	12.88	4.00	0.83	-7.78	2017.7	0.138	-0.005
$^{168}\text{Yb}$	14.39	5.00	0.17	-15.69	2553.2	—	—
$^{170}\text{Yb}$	14.37	4.00	2.41	-17.84	2340.1	—	—
$^{172}\text{Yb}$	12.64	4.00	0.16	-9.97	2595.4	0.148	-0.015
$^{174}\text{Yb}$	12.57	4.00	0.00	-10.53	2596.1	0.180	-0.004
$^{176}\text{Yb}$	13.62	4.00	0.07	-18.00	2597.5	0.143	-0.012

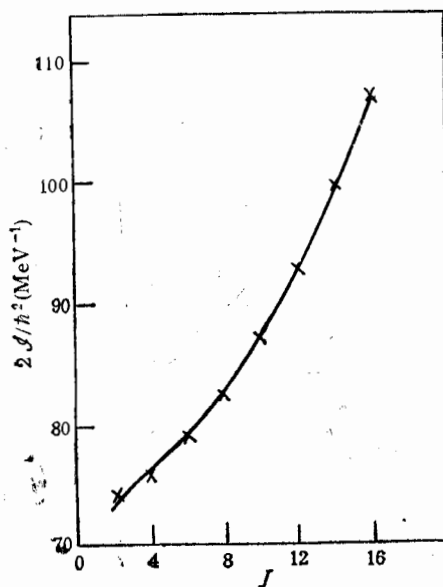


图 1  $^{166}\text{Er}$  的转动惯量理论和实验的比较  
× Exp. — Th.

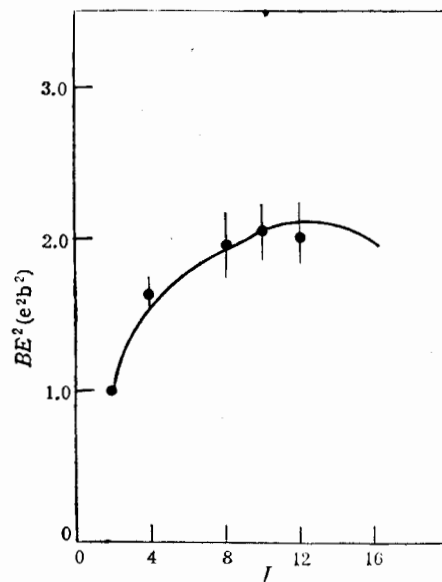


图 2  $^{166}\text{Er}$  的  $E2$  跃迁几率理论和实验的比较  
● Exp. — Th.

表 6 能级、转动惯量和  $E2$  跃迁几率的理论和实验的比较\*

$I^\pi$	$Ex(\text{keV})$		$2\mathcal{J}/\hbar^2(\text{MeV}^{-1})$		$B(E2; I \rightarrow I-2)$ ( $e^2b^2$ )	
	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.
$^{166}\text{Er}$						
2+	81	83	74.1	72.6	$1.00 \pm 0.02$	1.00
4+	265	266	76.0	76.2	$1.63 \pm 0.10$	1.56
6+	545	545	78.6	79.0		1.80
8+	911	909	81.9	82.4	$1.97 \pm 0.19$	1.90
10+	1350	1347	86.6	86.8	$2.05 \pm 0.18$	2.05
12+	1847	1845	92.6	92.4	$2.00 \pm 0.15$	2.11
14+	2390	2389	99.4	99.2		
16+	2969	2969	107	106		
$^{168}\text{Er}$						
2+	80	80	75.0	75.2	$1.18 \pm 0.02$	1.18
4+	264	263	76.1	76.2	$1.71 \pm 0.10$	1.71
6+	549	547	77.2	77.4		1.87
8+	928	927	78.9	79.0	$2.0 \pm 0.2$	1.92
10+	1404	1395	81.0	81.2	$1.74 \pm 0.10$	1.91
12+	1942	1943	84.0	83.9	$1.86 \pm 0.12$	1.85
$^{170}\text{Er}$						
2+	79	78	75.7	75.2	$1.04 \pm 0.03$	1.03
4+	261	261	77.3	77.3		1.62
6+	540	540	78.9	78.7		1.87
8+	913	914	80.4	80.2	$2.1 \pm 0.2$	2.01
10+	1374	1377	82.4	82.1	$1.83 \pm 0.12$	2.07
12+	1916	1920	84.9	84.6	$2.11 \pm 0.15$	2.08
$^{168}\text{Yb}$						
2+	88	88	68.4	68.2	$1.26 \pm 0.06$	
4+	287	284	70.4	71.5		
6+	585	579	73.6	74.4		
8+	970	964	78.0	77.9		
10+	1425	1423	83.4	82.8		
12+	1936	1938	90.1	89.4		
14+	2489	2491	97.7	97.7		
16+	3073	3068	106	107		
18+	3687	3662	114	117		
20+	4337	4268	120	128		

续表 6

$I^\pi$	$E_x(\text{keV})$		$2\mathcal{F}/\hbar^2(\text{MeV}^{-1})$		$B(E2; I \rightarrow I-2)$ ( $e^2b^2$ )	
	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.
$^{170}\text{Yb}$						
2 <sup>+</sup>	84	86	71.2	69.9	1.12±0.14	
4 <sup>+</sup>	278	279	72.4	72.4		
6 <sup>+</sup>	573	575	74.4	74.3		
8 <sup>+</sup>	963	966	77.0	76.7	2.0±0.2	
10 <sup>+</sup>	1437	1442	80.2	80.0	2.00±0.14	
12 <sup>+</sup>	1983	1986	84.3	84.5	1.5±0.15	
14 <sup>+</sup>	2580	2583	90.4	90.4		
16 <sup>+</sup>	3196	3217	101	98		
18 <sup>+</sup>	3808	3875	114	106		
$^{172}\text{Yb}$						
2 <sup>+</sup>	79	79	76.2	76.0	1.16±0.04	1.16
4 <sup>+</sup>	260	260	77.1	77.3	1.8±1.3	1.80
6 <sup>+</sup>	540	538	78.6	79.1	1.76±0.09	2.06
8 <sup>+</sup>	912	909	80.8	80.9	2.18±0.19	2.17
10 <sup>+</sup>	1370	1365	82.9	83.3	2.08±0.13	2.13
12 <sup>+</sup>	1896	1892	85.5	85.8	2.6±0.4	2.24
$^{174}\text{Yb}$						
2 <sup>+</sup>	76	77	78.9	78.2	1.18±0.07	1.54
4 <sup>+</sup>	253	252	79.1	79.9	1.68±0.12	2.20
6 <sup>+</sup>	526	523	80.6	81.1	2.4±0.3	2.38
8 <sup>+</sup>	889	887	82.6	82.5	2.3±0.2	2.37
10 <sup>+</sup>	1337	1336	84.8	84.6	2.10±0.10	2.21
12 <sup>+</sup>	1862	1861	87.6	87.6	2.20±0.12	2.20
14 <sup>+</sup>	2458	2448	90.6	92.0	1.8±0.2	2.04
16 <sup>+</sup>	3118	3079	93.9	98.3		
$^{176}\text{Yb}$						
2 <sup>+</sup>	82	82	73.1	73.0	1.06±0.02	1.06
4 <sup>+</sup>	272	270	74.1	74.6	1.57±0.08	1.62
6 <sup>+</sup>	565	560	75.1	75.8	1.9±0.3	1.8
8 <sup>+</sup>	954	949	77.1	77.0	2.00±0.16	1.93
10 <sup>+</sup>	1431	1432	79.1	78.6	1.91±0.08	1.86
12 <sup>+</sup>	1985	2005	83.0	80.3	1.84±0.10	1.84
14 <sup>+</sup>	2602	2661	87.5	82.3	1.66±0.15	1.67
16 <sup>+</sup>	3270	3396	92.8	84.4		
18 <sup>+</sup>	3979	4112	98.7	97.8		

\* 实验数据引自文献[8].

本文的工作表明,引入混合 heritage 的三体相互作用,在没有  $I_1$  带与基带交叉的情况下,回弯以下的角动量变化规律可以得到较好的解释。

作者感谢 M. Guidry 教授的盛情接待和有益讨论,感谢吴成礼教授、冯达旋教授以及李振平博士、潘兴旺博士的有益讨论。

### 参 考 文 献

- [1] C. L. Wu et al., *Phys. Rev.*, **C36** (1987) 1157.
- [2] M. Guidry et al., *Phys. Lett.*, **B187** (1987) 210.
- [3] D. H. Feng et al., *Phys. Lett.*, **B205** (1988) 157.
- [4] C. L. Wu, D. H. Feng, M. Guidry, *Nucl. Phys.*, **21**(1994) 227.
- [5] K. Heyde et al., *Phys. Rev.*, **C29** (1984) 1420.
- [6] J. Q. Chen et al., *Phys. Rev.*, **C40** (1989) 2844.
- [7] K. T. Hecht, J. Q. Chen, *Nucl. Phys.*, **A512** (1990) 365.
- [8] M. J. A. de Voigt, J. Dudek, Z. Szymanski, *Rev. Mod. Phys.*, **55**(1983) 949.

## Three-Body Heritage Mixing Interaction and the Variance of Nuclear Moment of Inertia

Di Yaomin

(Xuzhou Teachers' College, Xuzhou 221009)

Received 25 March 1994

### Abstract

The mechanism of the variance of moment of inertia for well deformed nuclei in the Fermi Dynamical Symmetry Model is discussed. It is shown that without the crossing between  $I_1$  band and ground band, the heritage mixture itself also can cause the variance of nuclear moment of inertia. Nevertheless, the form of interaction is important, and the experimental data can be well reproduced by introducing three-body heritage mixing interaction.

**Key words** the fermi dynamical symmetry model, nuclear moment of inertia, heritage mixing.