第20卷 第1期 高能物理与核物理 Vol.20, No.1
1996年1月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Jan., 1996

原子核振动与转动模型 (I) 推转玻尔-莫特逊哈密顿量和偶偶核正常转动谱分析*

胡济民　许甫荣　郑春开

(北京大学技术物理系　北京　100871)

1995-01-10 收稿

摘　要

从推转壳模型出发，导出了转动频率未量子化的集体振动-转动哈密顿量，称为推转玻尔-莫特逊哈密顿量(CBMH). 引入合理的集体运动位势，由CBMH可以得到解析形式的转动谱公式. 应用这一振动-转动模型，对偶偶变形核的正常转动能谱进行了分析，取得了满意的结果.

关键词　推转壳模型，推转玻尔-莫特逊哈密顿量，偶偶核转动谱.

1 引　言

正常变形核转动谱是核结构研究中最具吸引力和最富有成效的研究领域之一. 在这方面已经从实验和理论两方面作了大量研究，并取得成功，但已有的理论研究方法或模型还不尽完善. 例如，代数方法 (IBM)[1,2]，它能给出能谱规律，但只提供核结构对称性方面的信息. 几何方法能定量描写转动谱并得到一些核结构集体运动的信息. K. Kumar 等人对几何方法作了大量研究[3-6]，他的工作成功表明，通常的玻尔-莫特逊哈密顿量 (BMH) 可以描述偶偶核的各种集体运动能谱，但他们的计算工作很繁，因为需要微观计算集体位势和质量参量. 吴崇试、曾谨言从BMH出发，导出了二参数的转动谱公式[7,8]，也取得了很好的结果，但公式中的参数，物理意义还不够明确，而且对一给定的核，本质上相联系的基带、β 和 γ 带的参数，还要分别确定. 还有一些经验公式，如 ω^2 的级数展开式 (Harris 公式)[9] 和 $I(I+1)$ 的展开式[10]，虽能很好地描写转动谱，但从这些公式中，除了转动惯量外，很难提取其它核结构的信息. 因此，具有良好物理背景、并很好描述转动能谱的简单模型还需要进一步发展.

我们的目标，是要建立一个描写原子核集体运动的模型，它具有较好的动力学基础，而且能得到定量描写转动谱的简单公式，式中所含参量能与核的微观结构相联系. 为

* 国家教委博士点基金和国家自然科学基金资助.

此，从推转壳模型出发，采用类似于通常 BMH 一样的方法[11,12]，在转动参考系中导出了一个转动频率未量子化的集体振动－转动的哈密顿量，称之为推转玻尔－莫特逊哈密顿量（CBMH），然后假定合理的集体位势，导得振动－转动相耦合的能谱公式. 应用这一能谱公式分析了偶偶核正常转动带，结果表明，对绝大多数情况，直到很高自旋(在发生回弯以前）都能精确地重现转动谱，而且对基带、β 和 γ 激发带基本上能够用同一组参数统一地描述. 最后也简要地讨论有关核结构信息. 本文提出的振动与转动模型，也可以应用于奇 A 核正常转动带和超形变带的研究，这些将在另文陆续发表.

2 推转Bohr－Mottelson 哈密顿量（CBMH）

本节的推导方法与通常的 BMH 相类似[11,12]，不同的是，推导和计算是在转动参考系中进行. 推转壳模型（CSM）给出在转动参考系中的哈密顿量[13]

$$H' = H(a_0,\ a_2) - \omega \cdot \boldsymbol{J}, \tag{2.1}$$

式中 $H(a_0, a_2)$ 为没有转动时的哈密顿量，具有四极形变时为

$$\begin{aligned} H(a_0, a_2) = \sum_{i=1}^{N} \Big\{ & -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_i^2 + V_i(r_i) + f_i(r_i)[a_0 Y_{20}(\theta_i, \varphi_i) \\ & + a_2 Y_{22}(\theta_i, \varphi_i) + a_2 Y_{2-2}(\theta_i, \varphi_i)] \Big\}, \end{aligned} \tag{2.2}$$

因为四极形变参量 a_0, a_2 是变化缓慢的，取绝热近似后得

$$\left[H(a_0, a_2) - \omega \cdot \boldsymbol{J} - \mathrm{i}\hbar \left(\dot{a}_0 \frac{\partial}{\partial a_0} + \dot{a}_2 \frac{\partial}{\partial a_2} \right) \right] \Phi = \Lambda \Phi, \tag{2.3}$$

令
$$U = -\omega \cdot \boldsymbol{J} - \mathrm{i}\hbar \left(\dot{a}_0 \frac{\partial}{\partial a_0} + \dot{a}_2 \frac{\partial}{\partial a_2} \right), \tag{2.4}$$

并将 U 作为微扰，可得

$$\Phi = \psi_0(a_0, a_2) - \sum_{n \neq 0} \frac{\langle \psi_n | U | \psi_0 \rangle}{E_n - E_0} \psi_n(a_0, a_2) \tag{2.5}$$

和
$$\Lambda = E_0(a_0, a_2) + \langle \psi_0 | U | \psi_0 \rangle - \sum_{n \neq 0} \frac{|\langle \psi_n | U | \psi_0 \rangle|^2}{E_n - E_0}, \tag{2.6}$$

其中 $\psi_n(a_0, a_2)$ 和 $E_n(a_0, a_2)$ 分别为 a_0, a_2 取定值，而且当 $\omega = 0$ 时（即未微扰）为体系的本征波函数和本征能量. 于是，转动参考系中的能量为

$$E' = \langle \Phi | H' | \Phi \rangle = \Lambda + \mathrm{i}\hbar \left\langle \Phi \left| \dot{a}_0 \frac{\partial}{\partial a_0} + \dot{a}_2 \frac{\partial}{\partial a_2} \right| \Phi \right\rangle, \tag{2.7}$$

利用 $H(a_0, a_2)$ 的对称性及有关的关系式，上式可简化为

$$E' = \frac{1}{2} B_0 \dot{a}_0^2 + B_2 \dot{a}_2^2 + B_{02} \dot{a}_0 \dot{a}_2 - \frac{1}{2} B_x (\sqrt{3}\, a_0 + \sqrt{2}\, a_2)^2 \omega_x^2$$
$$- \frac{1}{2} B_y (\sqrt{3}\, a_0 - \sqrt{2}\, a_2)^2 \omega_y^2 - 4 B_z a_2^2 \omega_z^2 + E_0(a_0, a_2), \tag{2.8}$$

式中 B_0、B_2、B_{02}、B_x、B_y、B_z 为质量参量．对低激发的集体运动态，a_0、a_2 保持在基态形变$\overline{a}_0$、$\overline{a}_2$ 附近，这些质量参量近似地固定在基态形变时的值．对于轴对称形变，$\overline{a}_2 = 0$，而且有

$$B_{02} = 0, \qquad B_x = B_y = B_1, \quad B_z = B_2.$$

质量参量 B_0、B_1、B_2 由下式给出

$$B_k = 2h^2 \sum_{N \neq 0} \frac{|\langle \psi_0(\overline{a}_0, 0) | \Sigma_i f_i(r_i) Y_{2k}(\theta_i, \varphi_i) | \psi_n(\overline{a}_0, 0) \rangle|^2}{[E_n(\overline{a}_0, 0) - E_0(\overline{a}_0, 0)]^3}.$$
$$(k = 0, 1, 2) \tag{2.9}$$

对于轴对称变形核，可假定 ω 垂直于对称轴（z 轴)，这时平均值 $\omega_x = \omega_y = \omega / \sqrt{2}$，$\omega_z = 0$，将它代入（2.8）式，并对 a_0、a_2 量子化后，可得在转动坐标系中的集体运动的哈密顿量

$$H' = -\frac{\hbar^2}{2B_0} \frac{\partial^2}{\partial a_0^2} - \frac{\hbar^2}{4B_2} \frac{\partial^2}{\partial a_2^2} - \frac{1}{2} B_1 (3a_0^2 + 2a_2^2) \omega^2 + E_0(a_0, a_2), \tag{2.10}$$

我们称（2.10）式为推转 Bohr－Mottelson 哈密顿量（CBMH)．如果在 $H(a_0, a_2)$ 中考虑对相互作用，上述推导仍保持不变．

3 振动与转动模型的能谱公式

对于轴对称变形的偶偶核，$E_0(a_0, a_2)$ 在 $a_0 = \overline{a}_0$，$a_2 = \overline{a}_2 = 0$ 附近可以假定为谐振子形式[5]

$$E_0(a_0, a_2) = \frac{1}{2} C_0 (a_0 - \overline{a}_0)^2 + \frac{1}{2} C_2 a_2^2, \tag{3.1}$$

将（3.1）式代入（2.10）式，这时 H'是由两个独立的一维谐振子组成的，它可分解为 a_0 振动（β 振动)和 a_2 振动（γ 振动)．很容易由 H'的本征方程得到系统在转动参考系中的能量

$$E'(n_\beta, n_\gamma) = \left(n_\beta + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_\beta \left(1 - \frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)^{1/2} + \left(n_\gamma + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_\gamma \left(1 - \frac{B_1\omega^2}{B_2\omega_\gamma^2}\right)^{1/2}$$
$$- \frac{3}{2} B_1 \overline{a}_0^2 \omega^2 \left(1 - \frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)^{-1}, \tag{3.2}$$

式中 $\omega_\beta=\sqrt{C_0/B_0}$，$\omega_\gamma=\sqrt{C_2/2B_2}$ 分别为 β 和 γ 振动频率，n_β、n_γ 分别为 β 和 γ 振动量子数.

根据 CSM[13]，在实验室系中的集体运动能量 E 和 ω 方向的平均角动量 $\langle J\rangle$ 可以由 E' 计算得到，其关系式为

$$E=E'-\omega\frac{\partial E'}{\partial\omega}=E'+\hbar\omega\sqrt{I(I+1)-K^2}\ , \tag{3.3}$$

$$\langle J\rangle=\sqrt{I(I+1)-K^2}=-\frac{1}{\hbar}\frac{\partial E'}{\partial\omega}\ , \tag{3.4}$$

这里 I 和 K 为体系的角动量及其在对称轴上投影的量子数. 将 (3.2) 式代入 (3.3) 和 (3.4) 式，则

$$\begin{aligned}E=&\left(n_\beta+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_\beta\left(1-\frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)^{-1/2}+\left(n_\gamma+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_\gamma\left(1-\frac{B_1\omega^2}{B_2\omega_\gamma^2}\right)^{-1/2}\\&+\frac{3}{2}B_1\overline{a}_0^2\omega^2\left(1+\frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)\left(1-\frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)^{-2},\end{aligned}\tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}\langle J\rangle=&\sqrt{I(I+1)-K^2}\\=&\left(n_\beta+\frac{1}{2}\right)\frac{3B_1\omega}{B_0\omega_\beta}\left(1-\frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)^{-1/2}+\left(n_\gamma+\frac{1}{2}\right)\frac{B_1\omega}{B_2\omega_\gamma}\left(1-\frac{B_1\omega^2}{B_2\omega_\gamma^2}\right)^{-1/2}\\&+\frac{1}{\hbar}3B_1\overline{a}_0^2\omega\left(1-\frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)^{-2}.\end{aligned}\tag{3.6}$$

(3.5) 式就是由 CBMH 导得的振动与转动模型的能谱公式. 这个公式的物理意义非常明确：第一、二项分别为 β 和 γ 振动能，其中包含了转动 (ω) 对振动的影响；第三项为转动能，其中也包含了振动 (ω_β) 对转动的耦合影响，相应的转动惯量

$$\mathscr{I}=3B_1\overline{a}_0^2\left(1+\frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)\left(1-\frac{3B_1\omega^2}{B_0\omega_\beta^2}\right)^{-2}. \tag{3.7}$$

显然，$\mathscr{I}$ 是随 ω 变化的，而且还与 β 振动相耦合. (3.5) 能谱公式中所含的参量是与核结构的微观信息相联系的.

4　偶偶变形核转动谱分析与讨论

(3.5) 和 (3.6) 式可以用来分析偶偶变形核的转动谱，尤其适用于确定基带和 β、γ 激发带. 式中 $\hbar\omega_\beta$ 可以取实验的 β 带首能量，$\hbar\omega_\gamma$ 可以从 (3.5)、(3.6) 式及实验的 γ 带首能量共同确定. (3.6) 式右边前两项影响很小，在确定 $\hbar\omega_\gamma$ 时可以忽略，又因为 γ

表 1 偶偶变形核转动谱的拟合参数及计算的能谱与实验测量值之间的均方根偏差

核	$\bar{a}_0$	B_1 ($\hbar^2$ MeV^{-1})	B_0 ($\hbar^2$ MeV^{-1})	C_0 (MeV)	$D\times10^2$ 基带	γ带	β带
^{154}Sm	0.3410	100.0	118.5	143.3	(7) 0.22	(3) 1.7	(3) 1.0
^{158}Gd	0.3484	100.0	163.8	234.4	(7) 0.12	(4) 0.60	(3) 2.2
^{158}Dy	0.3255	88.24	102.4	100.5	(9) 0.41	(7) 0.16	(5) 2.6
^{160}Dy	0.3365	95.96	100.0	162.7	(8) 0.23	(5) 0.71	(2) 0.52
^{162}Dy	0.3407	102.4	132.9	260.5	(10) 0.05	(13) 2.8	(3) 0.20
^{164}Dy	0.3481	107.2	91.32	250.2	(8) 0.04	(5) 1.4	
^{162}Er	0.3222	87.63	106.2	125.6	(8) 0.40	(11) 0.60	(2) 0.90
^{164}Er	0.3333	93.4	128.3	199.2	(12) 0.39	(10) 1.7	(5) 5.8
^{166}Er	0.3420	99.18	77.19	164.5	(9) 0.45	(10) 2.3	(5) 3.6
^{168}Er	0.3381	106.3	297.6	440.9	(6) 0.03	(7) 1.0	(5) 7.9
^{170}Er	0.3363	109.5	538.2	427.3	(7) 0.10	(6) 0.90	(4) 1.4
^{164}Yb	0.2890	86.88	93.61	89.15	(7) 0.50	(4) 2.8	(3) 0.90
^{166}Yb	0.3120	94.28	135.4	147.3	(10) 0.39	(6) 1.3	(4) 2.5
^{168}Yb	0.3267	99.79	105.8	140.8	(9) 0.44	(5) 1.3	(3) 1.6
^{170}Yb	0.3235	109.4	250.9	287.0	(8) 0.22	(8) 1.5	(7) 11
^{172}Yb	0.3302	113.9	390.9	425.3	(9) 0.11	(4) 0.53	(8) 6.5
^{174}Yb	0.3250	120.5	200.4	443.4	(10) 0.03	(4) 0.22	(4) 2.7
^{170}Hf	0.2960	104.0	130.7	101.1	(9) 0.10	(3) 3.1	(3) 1.6
^{172}Hf	0.2740	132.2	261.0	198.1	(9) 0.23	(4) 1.4	(3) 2.3
^{174}Hf	0.2840	129.4	302.8	207.7	(9) 0.47	(4) 3.0	(8) 8.6
^{176}Hf	0.2953	124.7	220.1	291.1	(8) 0.13	(7) 2.0	(6) 7.4
^{178}Hf	0.2803	130.8	243.7	350.6	(7) 0.21	(5) 0.45	(4) 3.1
^{180}Hf	0.2733	139.8	573.7	703.3	(7) 0.14	(2) 0.71	(3) 0.07
^{180}W	0.2520	140.8	110.4	253.6	(7) 0.46	(7) 1.1	(2) 1.4
^{182}W	0.2494	155.8	509.0	656.5	(8) 0.10	(5) 1.1	(3) 2.8
^{184}W	0.2347	156.7	568.8	571.6	(6) 0.15	(5) 2.0	(3) 0.72
^{186}W	0.2238	155.7	668.8	520.3	(6) 0.46	(3) 2.0	(2) 1.0
^{228}Th	0.2302	305.5	229.5	158.8	(8) 0.21	(3) 0.5	(2) 1.0
^{230}Th	0.2441	303.8	573.7	231.0	(12) 0.19	(3) 1.7	(3) 3.0
^{232}Th	0.2608	285.0	373.3	200.0	(15) 0.62	(13) 2.9	(8) 3.3
^{232}U	0.2640	291.2	485.2	231.7	(10) 0.06	(3) 0.35	(6) 1.7
^{234}U	0.2719	299.6	335.2	220.0	(15) 0.23	(5) 0.26	(5) 0.26
^{236}U	0.2821	266.7	286.7	242.2	(16) 0.34	(4) 0.48	(3) 0.80
^{238}U	0.2863	260.8	239.2	235.8	(16) 0.37	(3) 0.26	(3) 1.0
^{238}Pu	0.2861	270.7	428.8	380.1	(10) 0.10	(3) 0.27	(2) 0.80
^{240}Pu	0.2891	272.4	422.6	313.0	(8) 0.03	(3) 0.23	(3) 0.42
^{242}Pu	0.2719	256.5	345.2	315.5	(14) 0.15		(2) 0.50
^{244}Pu	0.2931	245.1	295.5	283.8	(11) 0.20		
^{244}Cm	0.2972	257.1	367.2	356.2	(5) 0.04		
^{246}Cm	0.2983	254.9	244.8	337.8	(5) 0.08	(3) 0.17	(2) 0.45
^{248}Cm	0.2972	251.4	239.9	281.9	(15) 0.48	(2) 0.53	(3) 0.04

偏差 D 值前面括号里的数字表示计算的转动带所含的能级数目.

表 2　几个偶偶变形核转动谱的计算值（cal.）与实验值(exp.)的比较

核		自旋	2(3)[a]	4(4)	6(5)	8(6)	10(7)	12(8)	14(9)	16(10)	18(11)	20(12)	22(13)	24(14)	26(15)	28(16)	D
^{234}U	g	exp.[b]	43.48	143.34	296.04	497.02	741.2	1024.0	1340.8	1688.0	2063.0	2664.2	2889.7	3339	3808	4297	
		cal.	43.48	143.32	296.05	497.12	741.7	1025.0	1342.8	1691.2	2067.1	2467.4	2889.8	3332.1	3792.6	4269.6	0.0023
		har.	43.49	143.31	296.06	497.52	743.4	1029.7	1353.0	1710.1	2098.5	2515.9	2960.4	3430.2	3923.8	4440.0	0.0177
	β	exp.[b]	851.72	947.85	1095.8	1292.6											
		cal.	851.40	946.88	1093.4	1286.9	1523.1	1797.6	2106.6								
	γ	exp.[b]	969.1	1023.6	1091.6	1172.3	1262.2										
		cal.	969.4	1025.7	1095.2	1177.2	1271.3	1376.8	1493.1	1619.7							
^{232}Th	g	exp.[c]	49.37	162.12	333.2	556.9	827.0	1137.1	1482.8	1858.6	2262.9	2691.5	3144.2	3619.6	4116.2	4631.8	
		cal.	49.37	162.12	333.2	556.3	825.2	1133.8	1477.3	1851.3	2252.1	2676.7	3122.6	3587.5	4069.7	4568.6	0.0062
		har.	49.38	162.09	333.2	557.0	828.0	1141.4	1493.2	1879.8	2298.5	2746.8	3222.6	3724.2	4250.0	4798.6	0.0183
	β	exp.[c]	774.1	873.0	1023.1	1221.1	1469.3	1755.0	2080.3	2440.7	2831.6	3249					
		cal.	777.3	884.9	1048.7	1263.3	1523.0	1822.4	2156.6	2521.5	2913.7	3330.0	3768.0	4225.4	4700.4		
	γ	exp.[c]	829.6	890.1	960.4	1049.9		1258.7	1370	1511.9	1640	1801.2		2117.3		2445.7	
		cal.	833.5	896.8	974.6	1066.1	1170.5	1287.1	1415.1	1553.7	1702.2	1860.1	2026.6	2201.2	2383.5	2572.9	
^{176}Hf	g	exp.[d]	88.35	290.18	597.0	998.0	1481.3	2034.9	2646.7								
		cal.	88.34	290.25	597.0	997.5	1480.8	2036.4	2655.3	3329.8	4053.3	4820.3					0.0013
		har.	88.35	290.19	597.0	998.7	1485.6	2049.3	2682.4	3378.8	4133.3	4941.6					0.0060
	β	exp.[d]	1226.6	1390.2	1628.6	1932.7	2295.0										
		cal.	1234.6	1428.6	1724.2	2111.7	2580.9	3122.1	3726.7	4387.2							
	γ	exp.[d]	1445.8	1540.2	1727.7	1861.9	2106.6	2285.0									
		cal.	1427.4	1540.7	1679.9	1843.8	2031.1	2240.2	2470.0	2719.0	2986.0						
^{164}Er	g	exp.[e]	91.39	299.46	614.4	1024.57	1518.00	2082.73	2702.5	3411.2	4121.2	4868.4	5651.5				
		cal.	91.37	299.56	614.32	1023.24	1514.03	2075.65	2698.6	3375.1	4098.5	4863.3	5665.0	6499.7	7364.2		0.0039
		har.	91.38	299.49	614.39	1024.86	1520.44	2092.10	2732.3	3434.8	4194.4	5006.6	5867.8	6774.8	7724.7		0.0159
	β	exp.[e]	1314.54	1469.6	1706.6	2068.9											
		cal.	1332.69	1531.0	1832.2	2225.4	2699.5	3244.2	3850.6								
	γ	exp.[e]	946.31	1058.25	1197.49	1358.8	1545.11	1744.59	1977.12	2184.1	2479.45	2733.0					
		cal.	948.19	1063.60	1205.21	1371.59	1561.22	1772.61	2004.31	2254.9	2523.22	2807.9	3108.0	3422.4	3750.2	4090.6	

(a) 括号里的数字表示γ带的自旋值，(b) 参考文献 [15]，(c) 参考文献 [16]，(d) 参考文献 [17]，(e) 参考文献 [18].

Har. 为二参数 Harris 公式计算值，D 为均方根偏差.

带首能级 ω 很小，在第三项中只要取 ω 的最低次项. 已知 γ 带首的 $I=K=2$，则由 (3.6) 式可得

$$\omega=\sqrt{2}\ \hbar/(3B_1\overline{a}_0^2), \tag{4.1}$$

将 (4.1) 式代入 (3.5) 式，计算 γ 带首能量时取 $n_\beta=0$，$n_\gamma=1$，而且在式中减去振动的零点能，并取 ω 的最低次项，则有

$$\hbar\omega_\gamma=E_{\gamma首}-\hbar^2/(3B_1\overline{a}_0^2), \tag{4.2}$$

这里 $E_{\gamma首}$用实验值，这样在 (3.5) 和 (3.6) 式中只剩下三个参数 B_0/B_1、B_2/B_1 和 $B_1\overline{a}_0^2$ 需要从拟合转动能谱确定. 计算发现，B_2 在拟合中很不敏感，而且对不太大的形变，三个质量参量的差别不会很大. 因此，为了减少拟合参数，可以取 $B_2=B_0$. 这样只剩下两个参数 $B_1\overline{a}_0^2$ 和 B_0/B_1 需要通过拟合基带最低的三条能级确定. 整个基带（回弯以前）和 β、γ 激发带，就由最佳拟合确定的这两个参数全部计算得到.

应用上述方法，我们分析了所有稀土区和锕系区的正常变形偶偶核的基带和 β、γ 激发带，结果是令人满意的.

表 1 显示了对偶偶变形核转动谱作最佳拟合时的参数及计算能谱 $E_{cal}(I)$ 与实验值 $E_{exp}(I)$ 之间的均方根偏差 D，其定义为

$$D=\left[\frac{1}{N}\sum_I\{[E_{cal}(I)-E_{exp}(I)]/E_{exp}(I)\}^2\right]^{1/2}, \tag{4.3}$$

这里 N 为所计算的能级数目. 表中$\overline{a}_0$ 值是由实验的约化跃迁几率 $B(E2,\ 0_g^+\rightarrow 2_g^+)$ 求得[14]，质量参量 B_1、B_0 值由最佳拟合参数 $B_1\overline{a}_0^2$ 和 B_0/B_1 确定，硬度参数 C_0 值由 $\omega_\beta=\sqrt{C_0/B_0}$ 得到. 由表 1 可见，基带(g)的均方根偏差一般小于 0.3%，β 带偏差一般小于6%，γ 带偏差小于 3%，β 带偏差比 γ 带大，也许是由 β 振动偏离谐振形式引起的.

表 2 列出了几个偶偶变形核转动谱计算值与实验值比较的例子. 为了比较，表中也列出了用二参数 Harris 公式[9]，采用相同方法拟合基带的结果. 很明显，我们模型拟合的结果比 Harris 二参数公式的好.

本文模型也可用来分析偶偶变形核的其它激发带（不属于基带、β 和 γ 激发带）的转动谱. 这时相应的振动态是不清楚的，可以忽略 (3.5) 和 (3.6) 式中的前两项（因为这两项影响很小），只用其中的第三项（转动能项）来分析这些转动谱，现在的拟合参数是 $B_1\overline{a}_0^2$ 和 $\sqrt{B_0/B_1}\ \omega_\beta$. 表 3 给出了用这种办法拟合的两个例子，结果也相当满意，确定的参数值与基态确定的也相差不大.

从以上的计算可以看出，本文提出的 CBMH 可以很容易地处理原子核的集体运动. 因为在转动参考系中，转动运动的 Coriolis 力和离心力的作用可以很清楚地表示，而且也容易处理. 在推转壳模型中，ω 不是动力学量，因而不需要量子化，这样使问题的处理大大简化. 这是 CBMH 与通常 BMH 的主要区别. 从我们计算的结果看，角动量的半经典处理所引起的误差并不严重，而且这个模型可以很好地描述变形核振动－转动的耦合，尤其是基带（回弯之前）和 β、γ 带，对其它带的应用结果也很满意. 当然，这一模型只能适用于具有较大四极形变的核，对接近过渡区和处在回弯区的转动带是不适

表3　^{176}Hf $K=3^+$ 和 2^- 带实验 (exp.) 和计算 (cal.) 的能量

	能量 (keV)								$B_1\overline{a_0^2}/\hbar^2$ (keV^{-1})	$\hbar\sqrt{B_0/B_1}\,\omega_\beta$ (keV)
I^π	3^+	4^+	5^+	6^+	(7^+)	(8^+)				
exp.[17]	1577.5	1675.8	1798.4	1944.3	2116.9	2304.9				
cal.	1577.5	1676.2	1798.9	1945.1	2114.4	2306.2			0.01345	2381
I^π	2^-	3^-	4^-	5^-	6^-	7^-	(8^-)	(9^-)		
exp.[17]	1247.7	1313.3	1404.5	1508.6	1652.9	1785.0	1992.5	2137.3		
cal.	1247.7	1315.5	1405.0	1515.5	1646.4	1796.7	1965.5	2152.1	0.01465	1477

基带相应的参数值 $B_1\overline{a_0^2}/\hbar^2=0.01088\ \mathrm{keV}^{-1}$, $\hbar\sqrt{B_0/B_1}\,\omega_\beta=1528\mathrm{keV}$.

用的.

这个模型的另一特点是, 能谱公式中所含参数与核的微观结构相联系. 因此可以从拟合参数中提取有关核结构信息. 这些信息主要包含在质量参量和势参数中. 从本节计算的结果看, 对 β 带的描述不够满意, 其拟合偏差一般地比 γ 带的大. 这可能是由于 β 振动偏离谐振子势形式引起的. 对这种偏离的研究, 有可能导得有关位能曲面更细致的知识.

参　考　文　献

[1] A. Arima, F. Iachello, *Ann. Phys.* (*N. Y*), **115** (1978)325.
[2] A. E. L. Dieperik, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **9** (1983)121.
[3] K. Kumar, M. Baranger, *Nucl. Phys.*, **A110** (1968)529.
[4] K. Kumar, *Nucl. Phys.*, **A231** (1974)189.
[5] J. B. Gupta, K. Kumar, J. H. Hamilton, *Phys. Rev.*, **C16** (1977)427.
[6] K. Kumar, J. B. Gupta, *Nucl. Phys.*, **A304** (1978)295.
[7] C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Commun. Theor. Phys.*, **8** (1987)51.
[8] H. X. Huang, C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C39** (1989)1617.
[9] S. M. Harris, *Phys. Rev. Lett.*, **13** (1964)663.
[10] A. Bohrand, B. R. Mottelson, Nuclear Structure (Benjamin, New York, 1965), Vol.II, p.22—36.
[11] 胡济民、杨伯君、郑春开, 原子核理论 (第一卷), 原子能出版社, 1993 修订版 p.116—118.
[12] 徐躬耦、杨亚天, 原子核理论 (核结构与核衰变部分), 高等教育出版社, 1989 p.286—297.
[13] P. Ring, P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem (Spring-Verlay, Berlin, 1980) p.271—279.
[14] S. Raman, C. H. Malarkey, W. T. Milner, *et al.*, *At Data Nucl. Data Tables*, **36** (1987)1.
[15] Y. A. Ellis-Akovali, *Nucl. Data Sheets*, **40** (1983)523.
[16] M. R. Schmorak, *Nucl. Data Sheets*, **63** (1991)139.
[17] D. J. Horen, B. Harmatz, *Nucl. Data Sheets*, **19** (1976)383.
[18] E. N. Shurshikov, *Nucl. Data Sheets*, **47** (1986)433.

Vibrational and Rotational Motions Model of Nucleus (I) Cranking Bohr - Mottelson Hamiltonian and Analyses of the Rotational Bands of Even - Even Nuclei

Hu Jimin Xu Furong Zheng Chunkai

(*Department of Technical Physics, Peking University, Beijing* 100871)

Received 10 January 1995

Abstract

Starting from cranking shell model, a collective vibrational and rotational Hamiltonian (cranking Bohr - Mottelson Hamiltonian CBMH) is derived, in which the rotational frequency is not quantized. Introducing a reasonable collective potential, the formula for the rotational spectrum can be obtained. The formula is applied to analyze the rotational bands of even - even nuclei with satisfactory results.

Key words cranking shell model, cranking Bohr - Mottelson Hamiltonian, rotational spectrum of even - even nuclei.