第21卷 第6期 1997年6月
高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS
Vol.21, No.6 June, 1997

规范理论中的量子守恒荷*

高海啸　李子平[1)]

(北京工业大学应用物理系　北京　100022)

1996-05-27 收稿

摘　要

从 Faddeev-Popov(F-P)方法对规范理论导致的位形空间生成泛函出发，导出了规范系统在量子情形下的守恒律，用于非 Abel Chern-Simons (CS)理论，得到了CS场与Fermi场耦合系统的量子BRS守恒荷和量子守恒角动量．对CS理论中的分数自旋性质给予了讨论．

关键词　路径积分，对称性和守恒律，规范场，Chern-Simons 理论．

1 引　言

对称性和守恒律的联系在经典理论中是由Noether定理给出的．近来大量的工作中研究了(2+1)维Abel CS规范场与物质场耦合呈现的分数自旋和分数统计性质[1,2]，该性质在解释分数量子Hall效应乃至高温超导中有重要意义[3]．然而，在关于任意子(anyon)角动量的计算中，均是基于经典Noether定理得到的，其结果在量子水平上是否有效，这就需要研究系统的量子守恒律．

在路径积分量子化理论中，出现的是经典数，这对研究系统的量子对称性质提供了方便．量子系统的性质由Green函数的生成泛函导出，而相空间生成泛函比位形空间生成泛函更基本[4]．当对正则动量的路径积分为Gauss型时，相空间路径积分可化为位形空间的路径积分．一般来说要作出对正则动量的路径积分常常是十分困难的(特别是对约束Hamilton系统)，甚至是不可能的．最近已建立了系统的整体正则对称性和量子守恒律的联系[5]．规范不变系统为约束Hamilton系统[6]，该系统的量子化应按约束Hamilton系统的量子理论来实现．在某些情形下，也可用直观的Faddeev-Popov(F-P)方法来完成．对杨-Mills理论，按约束Hamilton系统路径积分量子化，作出对正则动量的路径积分后，恰好可以化为F-P方法所得结果．F-P方法虽不严格，但直观简便，对一些实际物理系统的应用也是可行的．

* 国家自然科学基金和北京市自然科学基金资助．

1) 中国高等科学技术中心(CCAST)(世界实验室)协联成员．

506—512

本文基于 F–P 方法对规范不变系统导致的位形空间中的生成泛函，考虑系统在位形空间中的对称性，导出了规范系统的量子守恒律，用于非 Abel–CS 理论，求出了该系统的量子 BRS 荷和量子守恒角动量，此时均需计及鬼粒子的贡献，最后对 CS 理论中的分数自旋性质作了讨论.

2 量子守恒律

路径积分量子化理论在实际应用中通常是通过将相空间生成泛函中对动量的路径积分积出，转化为位形空间生成泛函，从而由位形空间有效拉氏量得到系统的量子理论、Feynman 规则、Ward–Takahashi 恒等式及重整化的证明等. 其中，较直观和简便的是采用 F–P 方法.

这里将从 F–P 方法所给出的位形空间中规范理论的 Green 函数的生成泛函出发，从位形空间整体对称变换导出系统的量子守恒律.

设非 Abel 规范场 $A_\mu^\alpha(x)$ 和物质场 $\phi(x)$ 耦合的规范不变拉氏量为 $\mathscr{L}(\phi, A_\mu^\alpha, \partial_\nu\phi, \partial_\nu A_\mu^\alpha)$. 选取规范条件 $F^\alpha[A_\mu^\alpha]=0$, 按 F–P 方法，得到该系统的 Green 函数的位形空间生成泛函为[6]

$$Z[J]=\int \mathscr{D}\phi\mathscr{D}A_\mu^\alpha \exp\{\mathrm{i}\int \mathrm{d}^4x(\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}+J\phi+J_\alpha^\mu A_\mu^\alpha)\}, \tag{1}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathscr{L}_{\mathrm{eff}} &= \mathscr{L}+\mathscr{L}_{\mathrm{gh}}+\mathscr{L}_{\mathrm{m}}, \\ \mathscr{L}_{\mathrm{gh}} &= C_\alpha+M_{\mathrm{F}}^{\alpha\beta}C_\beta, \\ \mathscr{L}_m &= -\frac{1}{2\alpha}(F^\alpha[A_\mu^\alpha])^2, \end{aligned} \tag{2}$$

$M_{\mathrm{F}}^{\alpha\beta}$ 取决于规范变换和规范条件的具体形式. 为简化记号，让 $\psi^\alpha=(\phi, A_\mu^\alpha, C_\alpha, C_\alpha^+)$. 设位形空间无穷小整体变换为

$$\begin{cases} x^{\mu'}=x^\mu+\varepsilon_\sigma\tau^{\mu\sigma}(x, \psi^\alpha, \psi^\alpha_{,\mu}), \\ \psi^{\alpha'}=\psi^\alpha+\varepsilon_\sigma\xi^{\alpha\sigma}(x, \psi^\alpha, \psi^\alpha_{,\mu}). \end{cases} \tag{3}$$

假设有效作用量 I_{eff} 在 (3) 式变换下不变，由经典 Noether 定理，可以导出系统相应的经典守恒量. 下面在量子水平上考察对称性和量子守恒律的联系. 将 (3) 式整体变换定域化，考虑如下定域变换:

$$\begin{cases} x^{\mu'}=x^\mu+\varepsilon_\sigma(x)\tau^{\mu\sigma}(x, \psi^\alpha, \psi^\alpha_{,\mu}), \\ \psi^{\alpha'}=\psi^\alpha+\varepsilon_\sigma(x)\xi^{\alpha\sigma}(x,\psi^\alpha, \psi^\alpha_{,\mu}), \end{cases} \tag{4}$$

其中 $\varepsilon_\sigma(x)$ 为无穷小任意函数，它们及其各级微商在时空区域边界上为零. 当 $\varepsilon_\sigma(x)=\varepsilon$(参数)时，有效作用量 $I_{\mathrm{eff}}=\int \mathrm{d}^4x\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}$ 在 (3) 式变换下不变. 在 (4) 式变换下，有效作用量的变分为[5]

$$\Delta I_{\mathrm{eff}} = \int \mathrm{d}^4 x \varepsilon_\sigma(x) \left\{ \frac{\delta I_{\mathrm{eff}}}{\delta \psi^\alpha} (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\mu} \tau^{\mu\sigma}) \right.$$
$$\left. + \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}}{\partial \psi^\alpha_{;\mu}} (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\nu} \tau^{\nu\sigma}) \right] + \partial_\mu (\mathscr{L}_{\mathrm{eff}} \tau^{\mu\sigma}) \right\} \tag{5}$$
$$+ \int \mathrm{d}^4 x \left\{ \left[\mathscr{L}_{\mathrm{eff}} \tau^{\mu\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}}{\partial \psi^\alpha_{;\mu}} (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\nu} \tau^{\nu\sigma}) \right] \partial_\mu \varepsilon_\sigma(x) \right\},$$

其中

$$\frac{\delta I_{\mathrm{eff}}}{\delta \psi^\alpha} = \frac{\partial \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}}{\partial \psi^\alpha} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}}{\partial \psi^\alpha_{;\mu}} \right). \tag{6}$$

由于有效作用量在(3)式的变换下不变，因此(5)式中的第一个积分为零．根据 $\varepsilon_\sigma(x)$ 的边界条件，(5)式又可写为

$$\Delta I_{\mathrm{eff}} = -\int \mathrm{d}^4 x \varepsilon_\sigma(x) \partial_\mu \left[\mathscr{L}_{\mathrm{eff}} \tau^{\mu\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}}{\partial \psi^\alpha_{;\mu}} (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\nu} \tau^{\nu\sigma}) \right]. \tag{7}$$

设变换(4)式的 Jacobi 行列式为 1，由于生成泛函(1)式在(4)式变换下不变，不计散度项 $\partial_\mu [J_\alpha \psi^\alpha \tau^{\mu\sigma} \varepsilon_\sigma(x)]$，有

$$Z[J] = \int \mathscr{D} \psi^\alpha \left\{ 1 - \mathrm{i} \int \mathrm{d}^4 x \varepsilon_\sigma(x) \partial_\mu \left[\mathscr{L}_{\mathrm{eff}} \tau^{\mu\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}}{\partial \psi^\alpha_{;\mu}} (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\nu} \tau^{\nu\sigma}) \right] \right.$$
$$\left. + \mathrm{i} \int \mathrm{d}^4 x J_\alpha \varepsilon_\sigma(x) (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\mu} \tau^{\mu\sigma}) \right\} \cdot \exp \left\{ \mathrm{i} I_{\mathrm{eff}} + \mathrm{i} \int \mathrm{d}^4 x J_\alpha \psi^\alpha \right\}. \tag{8}$$

将(8)式关于 $\varepsilon_\sigma(x)$ 求泛函微商，得

$$\int \mathscr{D} \psi^\alpha \left\{ \partial_\mu \left[\mathscr{L}_{\mathrm{eff}} \tau^{\mu\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}}{\partial \psi^\alpha_{;\mu}} (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\nu} \tau^{\nu\sigma}) \right] - J_\alpha (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\mu} \tau^{\mu\sigma}) \right\}$$
$$\cdot \exp \left\{ \mathrm{i} I_{\mathrm{eff}} + \mathrm{i} \int \mathrm{d}^4 x J_\alpha \psi^\alpha \right\} = 0. \tag{9}$$

将(9)式关于 $J(x_j)$ 求 n 次泛函微商，可得

$$\int \mathscr{D} \psi^\alpha \left(\left\{ \partial_\mu \left[\mathscr{L}_{\mathrm{eff}} \tau^{\mu\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\mathrm{eff}}}{\partial \psi^\alpha_{;\mu}} (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\nu} \tau^{\nu\sigma}) \right] - J_\alpha (\xi^{\alpha\sigma} - \psi^\alpha_{;\mu} \tau^{\mu\sigma}) \right\} \psi^\alpha(x_1) \psi^\alpha(x_2) \cdots \psi^\alpha(x_n) \right.$$
$$\left. + (-\mathrm{i}) \sum_j \psi^\alpha(x_1) \cdots \psi^\alpha(x_{j-1}) \psi^\alpha(x_{j+1}) \cdots \psi^\alpha(x_n) N^\sigma \delta(x - x_j) \right)$$
$$\cdot \exp \left\{ \mathrm{i} I_{\mathrm{eff}} + \mathrm{i} \int \mathrm{d}^4 x J_\alpha \psi^\alpha \right\} = 0, \tag{10}$$

其中

$$N^{\sigma} = -(\xi^{\alpha\sigma} - \psi^{\alpha}_{;\mu}\tau^{\mu\sigma}). \tag{11}$$

在(10)式中，让外源 $J_{\alpha} = 0$，得

$$\left\langle 0 \left| T^{*}\left\{\partial_{\mu}\left[\mathscr{L}_{\text{eff}}\tau^{\mu\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\text{eff}}}{\partial \psi^{\alpha}_{;\mu}}(\xi^{\alpha\sigma} - \psi^{\alpha}_{;\nu}\tau^{\nu\sigma})\right]\right\}\psi^{\alpha}(x_1)\cdots\psi^{\alpha}(x_n)\right| 0 \right\rangle$$

$$= \mathrm{i}\sum_{j}\left\langle 0|T^{*}[\psi^{\alpha}(x_1)\cdots\psi^{\alpha}(x_{j-1})\psi^{\alpha}(x_{j+1})\cdots\psi^{\alpha}(x_n)N^{\sigma}]|\, 0\right\rangle\delta(x - x_j), \tag{12}$$

其中 T^{*} 是一种特定的编时乘积[7]．固定 t，让 $t_1,\ t_2,\cdots t_m \to +\infty,\ t_{m+1},\ t_{m+2},\ \cdots\ t_n \to -\infty$，考虑到

$$\langle 0|\psi^{\alpha}(\boldsymbol{x},\ \infty) = \langle \text{out}|, \qquad \psi(\boldsymbol{x},\ -\infty)|0\rangle = |\text{in}\rangle, \tag{13}$$

(12)式就成为[7]

$$\left\langle \text{out},\ m \left| \left\{\partial_{\mu}\left[\mathscr{L}_{\text{eff}}\tau^{\mu\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\text{eff}}}{\partial \psi^{\alpha}_{;\mu}}(\xi^{\alpha\sigma} - \psi^{\alpha}_{;\nu}\tau^{\nu\sigma})\right]\right\} \right| n - m,\ \text{in} \right\rangle = 0. \tag{14}$$

由于 m 和 n 是任意的，于是有

$$\partial_{\mu}\left[\mathscr{L}_{\text{eff}}\tau^{\mu\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\text{eff}}}{\partial \psi^{\alpha}_{;\mu}}(\xi^{\alpha\sigma} - \psi^{\alpha}_{;\nu}\tau^{\nu\sigma})\right] = 0. \tag{15}$$

对(15)式在场所在的区域积分，利用 Gauss 定理及场在区域的边界上为零的性质，可得守恒量(算符)为

$$Q^{\sigma} = \int \mathrm{d}^3x\left[\mathscr{L}_{\text{eff}}\tau^{0\sigma} + \frac{\partial \mathscr{L}_{\text{eff}}}{\partial \psi^{\alpha}_{;0}}(\xi^{\alpha\sigma} - \psi^{\alpha}_{;\nu}\tau^{\nu\sigma})\right]. \tag{16}$$

上式表明，在位形空间的整体变换下，如果系统的有效作用量保持不变，且对应的变换(4)式的 Jacobi 行列式为 1，则该系统存在守恒量(16)式，这就是位形空间中的量子水平 Noether 定理(此结果在理论中无反常时成立)．

位形空间量子水平 Noether 定理是在 F–P 方法有效的前提下导出的．也就是说，当相空间生成泛函中对正则动量的积分为 Gauss 型时，上述结果成立，对正则动量不可积的情况，则必须从相空间中的对称性来分析[5]．

3　非 Abel–CS 场

将上述结果用于(2＋1)维非 Abel–CS 场与 Fermi 场耦合模型[8]，利用 F–P 方法导出该系统的量子 BRS 荷和量子守恒角动量．

系统的拉氏量密度为[8]

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_{\text{top}} + \mathscr{L}_{\text{f}},$$

$$\mathscr{L}_{\text{top}} = -\frac{1}{4}F^{\alpha}_{\mu\nu}F^{\alpha\mu\nu} + \frac{K}{4\pi}\varepsilon^{\mu\nu\rho}\left(\partial_{\mu}A^{\alpha}_{\nu}A^{\alpha}_{\rho} + \frac{1}{3}f^{\alpha\beta\gamma}A^{\alpha}_{\mu}A^{\beta}_{\nu}A^{\gamma}_{\rho}\right),$$

$$\mathscr{L}_{\mathrm{f}} = -\mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\mathrm{D}_{\mu}\psi - m\bar{\psi}\psi, \tag{17}$$

其中 $f^{\alpha\beta\gamma}$ 为规范群的结构常数，D_{μ} 为协变微商，

$$F^{\alpha}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A^{\alpha}_{\nu} - \partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu} + f^{\alpha\beta}_{\gamma}A^{\beta}_{\mu}A^{\gamma}_{\nu}. \tag{18}$$

在 Lorentz 规范 $\partial^{\mu}A^{\alpha}_{\mu} = 0$ 下，利用 F-P 方法可以得到 Green 函数的位形空间生成泛函为

$$Z_{\mathrm{L}}[J] = \int [\mathrm{d}A^{\alpha}_{\mu}]\delta(\partial^{\mu}A^{\alpha}_{\mu})\det M_{\mathrm{L}}\exp\left\{\mathrm{i}\int \mathrm{d}^4x(\mathscr{L} + J^{\alpha}_{\mu}A^{\alpha\mu})\right\}, \tag{19}$$

其中

$$M_{\mathrm{L}} = (\delta^{\alpha\beta}\partial^{\mu}\partial_{\mu} - g f^{\alpha\beta}_{\gamma}A^{\gamma}_{\mu}\partial^{\mu})\delta^4(x-y). \tag{20}$$

利用 δ 函数和 Grassmann 数 C_{α}, C^{+}_{α} 的积分性质，将 $\delta(\partial^{\mu}A^{\alpha}_{\mu})$，$\det M_{\mathrm{L}}$ 两个因子写成指数形式，把它们附加于 $\mathscr{L}$，使 $\mathscr{L}$ 扩充为有效拉氏量密度 $\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}$，有

$$Z_{\mathrm{F}}[J, \eta, \eta^{+}] = \int [\mathrm{d}A^{\alpha}_{\mu}][\mathrm{d}C_{\alpha}][\mathrm{d}C^{+}_{\alpha}]$$

$$\cdot \exp\left\{\mathrm{i}\int \mathrm{d}^4x[\mathscr{L}_{\mathrm{eff}} + J^{\alpha}_{\mu}A^{\alpha\mu} + \eta^{+}_{\alpha}C_{\alpha} + C^{+}_{\alpha}\eta_{\alpha}]\right\}, \tag{21a}$$

$$\mathscr{L}_{\mathrm{eff}} = \mathscr{L} + \mathscr{L}_{\mathrm{gh}} + \mathscr{L}_{\mathrm{m}}, \tag{21b}$$

$$\mathscr{L}_{\mathrm{gh}} = C^{+}_{\alpha}M^{\alpha\beta}_{\mathrm{L}}C_{\beta} = -\partial^{\mu}C^{+}_{\alpha}D^{\alpha\beta}_{\mu}C_{\beta}, \tag{21c}$$

$$\mathscr{L}_{\mathrm{m}} = -\frac{1}{2\alpha}(\partial^{\mu}A^{\alpha}_{\mu})^2, \tag{21d}$$

这里 C_{α}，C^{+}_{α} 代表鬼场，η_{α}，η^{+}_{α} 为鬼场引入的外源.

考虑场的 BRS 变换

$$\begin{cases} \delta\psi = -\mathrm{i}\xi\dfrac{\lambda^{\alpha}}{2}C^{\alpha}\psi, \\ \delta\bar{\psi} = \mathrm{i}\xi\dfrac{\lambda^{\alpha}}{2}\bar{\psi}C^{\alpha}, \\ \delta A^{\alpha}_{\mu} = -\dfrac{1}{g}\xi\mathrm{D}^{\alpha\beta}_{\mu}C_{\beta}, \\ \delta C_{\alpha} = \dfrac{\xi}{2}f^{\beta\gamma}_{\alpha}C_{\beta}C_{\gamma}, \\ \delta C^{+}_{\alpha} = -\dfrac{\xi}{\alpha g}\partial^{\mu}A^{\alpha}_{\mu}, \end{cases} \tag{22}$$

其中 ξ 是反对易 C 数. 可以证明，$\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}$ 在 BRS 变换下是不变的. 根据(16)式位形空间中量子情形下的 Noether 定理，可以写出系统的 BRS 守恒荷(算符)为

$$Q = \int \mathrm{d}^2x\left[\frac{1}{g}(F^{0\mu}_{\alpha} - \frac{K}{4\pi}\varepsilon_{\mu\nu}A^{\nu}_{\alpha})D^{\alpha\beta}_{\mu}C_{\beta} - \frac{1}{2}\dot{C}^{+}_{\alpha}f^{\alpha\beta\gamma}C_{\beta}C_{\gamma}\right.$$

$$\left. - \frac{1}{\alpha g}(\partial^{\mu}A^{\alpha}_{\mu})D^{\alpha\beta}_{0}C_{\beta} + \frac{\lambda^{\alpha}}{2}\bar{\psi}\gamma_0 C_{\alpha}\psi\right]. \tag{23}$$

下面考虑上述系统在空间(2 维平面)转动对称变换下的守恒荷.

$\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}$中不显含时空坐标，因此在空间转动变换下保持不变，且场量变换的 Jacobi 行列式为 1，可以写出相应的守恒量为

$$
\begin{aligned}
J_{12} = \int \mathrm{d}^2 x \Big[& \left(-F_\alpha^{0\mu} + \frac{K}{4\pi}\varepsilon_{\mu\nu}A_\alpha^\nu \right)\left(\frac{1}{2}S_{\mu\nu}^{12}A^{\alpha\nu} - \frac{\partial A_\mu^\alpha}{\partial x^1}x^2 + \frac{\partial A_\mu^\alpha}{\partial x^2}x^1 \right) \\
& + \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^0\left(\frac{1}{4}\gamma_1\gamma_2 - \frac{\partial\psi}{\partial x^1}x^2 + \frac{\partial\psi}{\partial x^2}x^1 \right) \\
& + (-\dot{C}_\alpha^{+})\left(-\frac{\partial C_\alpha}{\partial x^1}x^2 + \frac{\partial C_\alpha}{\partial x^2}x^1 \right) + D_0^{\alpha\rho}C_\rho\left(-\frac{\partial C_\alpha^+}{\partial x^1}x^2 + \frac{\partial C_\alpha^+}{\partial x^2}x^1 \right) \Big]. \quad (24)
\end{aligned}
$$

此结果与经典 Noether 定理导致的结果不同之处在于需计及鬼粒子对系统角动量的贡献.

4 结论和讨论

在位形空间中分析了规范系统的整体量子对称性质. 路径积分提供了一个十分有用的工具，因为路径积分中出现的是经典的数. 相空间路径积分比位形空间中的路径积分更一般. 后者适用于对正则动量的路径积分可积出的情形，而前者则是普遍的. 这样，从相空间路径积分出发，分析研究系统的量子正则对称性，就具有更基本的意义. 前面的工作中已经讨论了这方面的问题[9,10].

对于规范不变系统，直观、简便的路径积分量子化方法是 F–P 方法. 当 F–P 方法对一个给定的规范系统适用时，通过泛函积分的变换可导致用位形空间拉氏量(或有效拉氏量)表达的 Green 函数的位形空间生成泛函. 由位形空间中作用量(或有效作用量)在整体变换下的不变性，当位形空间中对应变换的 Jacobi 行列式为 1 时，导出了系统的量子守恒荷(此结论在理论中无反常，F–P 量子化方法适用且变换的 Jacobi 行列式为 1 时成立). 一般地，该守恒荷有别于经典 Noether 荷，表明经典理论中对称性和守恒律的联系在量子理论中不一定再有效. 定域规范不变的系统为约束 Hamilton 系统，按约束系统的路径积分理论对该系统进行量子化，在某些情形下，作出相空间路径积分中对正则动量的积分后，可化为 F–P 方法所得到的结果(如杨 –Mills 场).

将上述一般结果用于非 Abel CS 理论，导出了非 Abel CS 场和旋量场耦合系统的量子 BPS 守恒荷和量子守恒角动量. 该量子守恒角动量与由未量子化的原始拉氏量按经典 Noether 定理导出的结果不同之处在于还必须计及鬼粒子场对系统角动量的贡献. 文献[11]中在经典水平上研究了非 Abel–CS 理论中可能呈现出的分数自旋性质. 但在量子水平上，不能简单地认为该性质仍然保持. 对非 Abel–CS 理论，通过正则形式的分析[10]，勿需作出相空间路径积分中对正则动量的积分，也可以导出上述结果. 这表明 F–P 方法对这个非 Abel CS 场和旋量场耦合模型是适用的.

对于 Abel–CS 理论，由于在 Lorentz 规范下不会出现鬼粒子[1,2]，类似的分析可知，此时量子守恒角动量与由经典 Noether 定理导致的结果相同. 文献 [1,2] 中从经典理论得到的系统具有分数自旋和分数统计性质，在量子水平上该性质仍然保持.

参 考 文 献

[1] J. K. Kim, W. T. Kim, H. Shin, *J. Phys., A: Math. Gen.*, **27** (1994) 6067.
[2] R. Banerjee, *Nucl. Phys.*, **B419** (1994)611.
[3] A. Lerda, Anyons, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
[4] M. M. Mizrahi, *J. Math. Phys.*, **19** (1978) 298.
[5] Li Ziping, *Science in China (Series A)*, **39**(1996)738.
[6] 李子平，经典和量子约束系统及其对称性质，北京工业大学出版社，1993 年.
[7] B. L. Young, Introduction to Quantum Field Theories, Science Press, Beijing, 1987.
[8] A. Foussats, E. Manavella, C. Repetto *et al.*, *Int. J. Theor. Phys.*, **34** (1995) 1037.
[9] 李子平，高能物理与核物理，**19**(1995) 1012.
[10] 李子平，高能物理与核物理，**21** (1997)34.
[11] A. Antilon, J. Escalona, G. German *et al.*, *Phys. Lett.*, **B359**(1995) 327.

Quantal Conserved Charges in Gauge Theory

Gao Haixiao Li Ziping

(Department of Applied Physics, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022)

Received 27 May 1996

Abstract

Starting from the configuration- space generating functional for gauge theory obtained by using the Faddeev- Popov method, the conservation laws at the quantum level for the gauge-invariant system are derived. Appling to non-Abel Chern-Simons (CS) theory, the quantum BRS conserved charge and quantuml conserved angular momentum for the non-Abelian CS fields coupled to Fermion field are deduced. The property of fractional spin in CS theory is discussed.

Key words path integral, symmetry and conservation laws, gauge field, Chern-Simons theory.