

# 重原子核中单粒子的最邻近能级间距 和能级曲率分布\*

顾建中<sup>2</sup> 吴锡真<sup>1</sup> 赵恩广<sup>2</sup> 卓益忠<sup>1,1)</sup>

1(中国原子能科学研究院 北京 102413)

2(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

1996-04-16 收稿

## 摘 要

由单粒子能谱, 计算了最邻近能级间距分布, 以及分别关于推转频率和质心间距的能级曲率分布. 发现这三类分布接近随机矩阵预测的混沌分布时对应的参数区域各不相同, 但是它们享有一个共同的混沌参数区域. 这预示着在超形变和高自旋条件下, 重原子核中的单粒子能够实现量子混沌.

**关键词** 随机矩阵理论, 最邻近能级间距分布, 能级曲率分布, 双中心壳模型.

## 1 引 言

经典混沌是指相空间中相点的轨迹对于初始条件的微小变化的不稳定性. 两个初始条件相近的轨迹彼此偏离的程度将随着时间按指数地增长, 从而导致了体系本质上的不可预测性, 即内在的随机性. 与经典混沌相似, 量子混沌是指量子体系的内在随机性, 其研究大致沿着两个方向进行: 一是从描述波函数随时间演化的量子正则变换入手, 来考察量子混沌<sup>[1]</sup>; 二是分析能谱的统计性质<sup>[2]</sup>. 大量研究表明, 能谱的统计性质与量子体系的 Hamiltonian 的基本对称性有关. 由此可将量子体系分成三类<sup>[3]</sup>:

- (1) 保持时间反演不变性的量子体系组成的集合, 称为高斯正交系综(GOE);
- (2) 没有时间反演不变性的量子体系组成的集合, 称为高斯么正系综(GUE);
- (3) 保持时间反演不变性, 但含有自旋的量子体系的集合, 称为高斯辛系综(GSE).

现有的从能谱统计性角度来描写量子混沌的理论是随机矩阵理论(RMT)<sup>[4]</sup>和能级动力学理论<sup>[5]</sup>. 其主要推论是: 对以上三个系综的随机矩阵的最邻近能级间距分布和能级

\* 国家自然科学基金和核工业科研基金资助.

1) 中国科学院理论物理研究所客座研究人员.

曲率分布服从如下规律:

(1) 最邻近能级间距  $s$  的分布

$$P(s) = \begin{cases} (s\pi/2) \exp(-s^2\pi/4) & \text{GOE,} \\ (s^2 32/\pi^2) \exp(-s^4/\pi) & \text{GUE,} \\ (s^4 2^{18}/3^6 \pi^3) \exp(-s^6/9\pi) & \text{GSE.} \end{cases} \quad (1)$$

(2) 能级曲率  $k$  的分布

$$P(k) = C_\beta (1+k^2)^{-(2+\beta)/2}, \quad (2)$$

其中,  $C_\beta$  为常数,  $\beta = 1, 2, 4$  分别对应 GOE, GUE 和 GSE.  $k$  可以表达为

$$k = \frac{K_n}{2\pi \langle \delta \rangle (\langle (dE_n/d\gamma)^2 \rangle - \langle dE_n/d\gamma \rangle^2)}, \quad (3)$$

这里,  $K_n = \frac{d^2 E_n(\gamma)}{d\gamma^2}$ ,  $E_n$  是能级,  $\delta$  为局域能级密度,  $\langle \rangle$  表示求局域平均,  $\gamma$  为相应 Hamiltonian 中的一个扰动参数. 当一个量子体系的能谱的统计分布与 RMT 预测的上述两种混沌分布一致时就认为该量子体系处在混沌状态.

迄今为止, 量子混沌研究的对象主要是简化了的少自由度体系, 例如, 非洲弹子模型<sup>[6]</sup>、变形谐振子<sup>[7]</sup>、强关联电子<sup>[8]</sup>、周期驱动的转子<sup>[9]</sup>以及那些对应的经典体系是混沌的量子体系<sup>[10]</sup>, 它们中的大多数属于 GOE. 近年来超形变高自旋态研究已经成为核物理领域中的一个热门课题, 但有关工作都集中在讨论原子核的内禀组态、总自旋、转动惯量、全同带等问题上. 本文将用转动的双中心壳模型探讨旋转的形变重原子核中的单粒子能级的统计行为, 借助 RMT 给出的判据, 考察能否以及在什么样的形变和自旋区域实现单粒子的量子混沌.

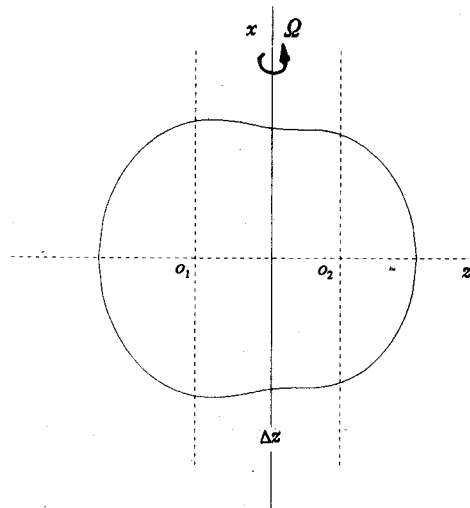


图1 转动的双中心原子核

## 2 模型

本世纪六十年代末至七十年代初, 德国的 U. Mosel 等人为了克服单心壳模型描述原子核大形变遇到的困难, 提出并完善了双中心壳模型 (TCSM)<sup>[11]</sup>. 鉴于在重离子碰撞中存在快速转动态这一事实, 吴锡真等人将 TCSM 改造成转动的双中心壳模型 RTCSM, 它可望广泛应用于核的大形变和高自旋态研究. 在 RTCSM 框架下, 单粒子 (质子或中子) 的 Hamiltonian 可写成<sup>[12]</sup>

$$h = h_0(\Delta z, X_i, \varepsilon, \beta_1, \beta_2) - \Omega j_x, \quad (4)$$

这里  $j_x$  代表单粒子总角动量沿  $x$  轴的分量,  $\Omega$  是推转角频率, 以  $\hbar\Omega_0 = 41 \text{ MeV} / A^{1/3}$  为单位 ( $A$  为核的质量数);  $h_0$  指在实验室中单粒子的 Hamiltonian, 其势能具有关于  $z$  轴

的轴对称性<sup>[11]</sup>. 在  $h_0$  中有 5 个刻画核形变的参数 (见图 1). 它们分别是两个质量中心间距  $\Delta z$ , 颈部参数  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = 0, 1$  对应的核形状分别是椭球, 和两碎块相切), 质量不对称度

$X_i = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}$  其中  $A_1, A_2$  两碎块的质量数, 以及反映两碎块形变的参数  $\beta_1, \beta_2$ . 公式 (4)

中右边第二项称为 Coriolis 项, 它的存在破坏了 Hamiltonian 的时间反演不变性, 因此, 这里涉及的 Hamiltonian 属于 GUE 系综.

### 3 计算结果及讨论

以  ${}^{238}_{92}\text{U}$  为例来计算单粒子能级的最邻近能级间距分布以及分别关于  $\Omega, \Delta z$  的能级曲率分布. 众所周知, 量子混沌出现于 Hamiltonian 的对称性被严重破坏的情形. 当  $\Delta z, X_i$  和  $\Omega$  均不等于零时, 体系将没有任何对称性, 而  $\beta_1, \beta_2$  的取值不会影响到体系对称性的破缺与否. 因此, 我们系统地变化  $\Delta z$  以及  $\Omega$ , 而固定  $\beta_1 = 1.0 = \beta_2$ , 至于  $\varepsilon$ , 则按照通常的取法<sup>[13]</sup>

$$\varepsilon(\Delta z) = \frac{\Delta z}{\Delta z_{\max}}, \quad (5)$$

其中,  $\Delta z_{\max}$  是两个碎块刚要分离时的质心间距, 在本问题中它大致为 12.0 fm. 注意到铀核分裂时两碎块的最可几质量差为 25%, 相当于  $X_i = 0.11$ , 所以在计算中取  $X_i = 0.11$ . 当  $\Omega$  为小数值时, 由 Coriolis 项引起的能级劈裂很小, 那时较小的能级间距占主导地位,  $P(s)$  分布呈 Poisson 分布 ( $P(s) = \exp(-s)$ ), 能级是规则的. 随着  $\Omega$  增加, 能级劈裂逐步

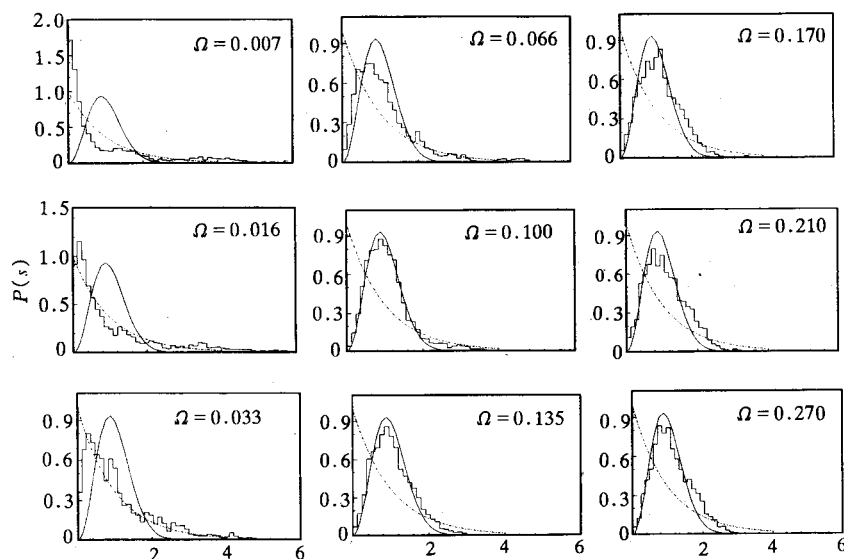


图 2  ${}^{238}_{92}\text{U}$  中质子的最邻近能级间距分布

虚线为 Poisson 分布, 实线为 GUE 混沌分布, 折线代表数值计算结果.

$\Omega$  单位是  $\hbar\Omega_0$ . 参数取值如下:  $X_i = 0.11, \beta_1 = 1.0 = \beta_2, \Delta z = 8.0 \text{ fm}, \varepsilon = 0.64$ .

变宽, 于是小能级间距成份减少, 大能级间距成份增加. 此时,  $P(s)$  分布的峰值会渐渐往  $s$  轴正方向移动. 质心间距  $\Delta z$  对  $P(s)$  分布的影响非常大. 当  $\Delta z$  不大时 ( $\Delta z \in [0, 3]$  fm), 即使  $\Omega$  很大,  $P(s)$  分布的峰值仍然很低. 这是因为  $\Delta z$  小时, 体系有残余的几何对称性, 它阻碍 Coriolis 项引起能级劈裂, 抑制了大间距成份的增加. 我们发现在中等形变 ( $5.0 < \Delta z < 10.0$  fm), 以及如下区域的推转频率 ( $0.15 > \Omega > 0.08$ ) 的情况下,  $P(s)$  趋近 RMT 预言的 GUE 的混沌分布. 图 2 描绘了  $P(s)$  怎样随着  $\Omega$  增加从 Poisson 型趋近混沌型分布, 然后又偏离混沌分布的过程. 值得指出的是, 在大形变情形下, 核形状呈断裂状, 体系的残余对称性会增强, 此时  $P(s)$  分布与小形变时相似, 能级会再度表现出规则性. 而在高的推转频率下, Coriolis 项对能级的影响将起更大的作用, 与之相关的对称性也将表现出来, 从而阻止体系进入混沌状态. 这是大形变高推转频率下, 为什么  $P(s)$  分布会偏离混沌分布的原因.

质子的关于  $\Delta z$  的能级曲率分布和关于  $\Omega$  的能级曲率分布分别见图 3、图 4.

我们发现相应于混沌分布时的参数区域如下: (1) 对关于  $\Delta z$  的能级曲率分布,

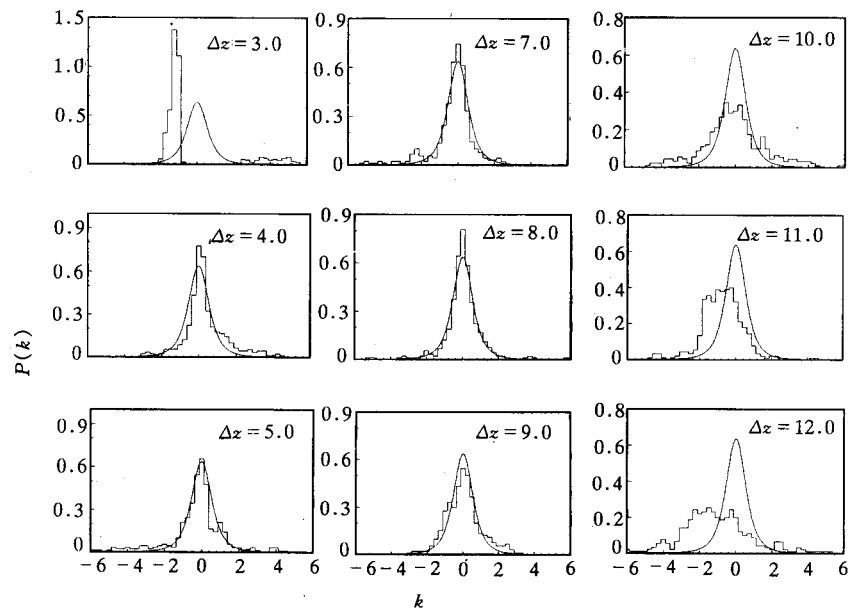


图 3 质子的关于  $\Delta z$  的能级曲率分布

实线为 GUE 的混沌分布, 折线是数值计算结果.

$\Omega = 0.10\hbar\Omega_0$ ,  $\Delta z$  的单位是 fm.

$5.0 < \Delta z < 9.0$  fm,  $0.05 < \Omega < 0.15$ ; (2) 对关于  $\Omega$  的能级曲率分布,  $5.0 < \Delta z < 11.0$  fm,  $0.08 < \Omega < 0.25$ .

用上述 3 种统计分布来衡量体系的混沌状态, 得到了 3 个各不相同的混沌参数区域. 但是它们享有一个共同的区域:  $5.0 < \Delta z < 9.0$  fm,  $0.08 < \Omega < 0.15$ . 应该说在此区域质子单粒子体系是最混沌的. 同时可以看出, 在 Hamiltonian 多参数依赖的情况下, 量子混沌的实现要依靠多个参数的协作. 也就是说, 只有当这些参数的取值使得 Hamiltonian

除了具有它所属的系综的对称性以外不再有其它的对称性时,才有可能实现量子混沌. 计算表明中子的能级统计行为与质子的非常相似,具有几乎相同的共同混沌参数区域.

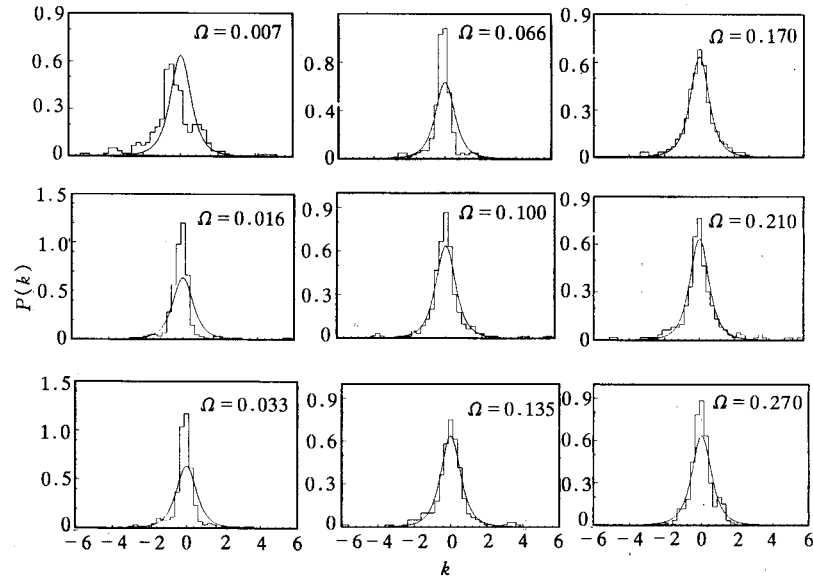


图 4 质子的关于  $\Omega$  的能级曲率分布

实线为 GUE 混沌分布, 折线是数值计算结果.  $\Delta z = 8.0\text{fm}$ ,  $\varepsilon = 0.64$ .

在上述共同混沌参数区域中, 计算了核的总自旋  $I$ , 发现它落在  $[70, 150]\hbar$  这样一个区域中(目前实验上观察到的自旋上限是  $90\hbar$ ), 而核的长短轴之比变化于区域  $[1.6: 1, 2.1: 1]$  之中, 该区域覆盖了超形变时长短轴之比  $2: 1$  这个比值. 这预示着在高自旋和超形变情况下, 有可能实现重原子核中的单粒子的量子混沌.

### 参 考 文 献

- [1] 徐躬耦, 量子混沌运动, 上海科学技术出版社, 1995.
- [2] T. A. Brody, J. Flores, J. B. French *et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **53**(1981)385.
- [3] F. Haake, *Quantum Signatures of Chaos* (Springer-Verlag, 1991).
- [4] M. L. Mehta, *Random Matrices* (Academic, New York, 1991), 2nd ed.
- [5] P. Pechukas, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983)943.
- [6] Ya. G. Sinai, *Sov. Math. Dokl.*, **4**(1963)1818.
- [7] W. D. Heiss, R. G. Nazmitdinov, S. Radu, *Phys. Rev.*, **52C**(1995)1179.
- [8] M. Fass, B. D. Simons, X. Zotos *et al.*, *Phys. Rev.*, **48B**(1993)5439.
- [9] S. Fishman, D. R. Grempel, R. E. Prange, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982)509.
- [10] O. Bohigas, M. L. Giannoni, C. Schmit, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984)1.
- [11] J. A. Maruhn, W. Greiner, *Z. Phys.*, **251**(1972)431.
- [12] Xi-Zhen Wu, J. A. Maruhn, W. Greiner, *Z. Phys.*, **A334**(1989)207.
- [13] B. Milek, W. Norenberg, P. Rozmej, *Z. Phys.*, **A334**(1989)233.

## Nearest Neighbour Level Spacing and Level Curvature Distributions of Single-Particle in Heavy Nuclei

Gu Jianzhong<sup>2</sup> Wu Xizhen<sup>1</sup> Zhao Enguang<sup>2</sup> Zhuo Yizhong<sup>1</sup>

*1(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)*

*2(Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)*

Received 16 April 1996

### Abstract

The underlying Hamiltonian involved with the rotating two-center shell model is multi-parameter dependent and belongs to the Gaussian unitary ensemble (GUE). It is found that the spacing distribution and two curvature distributions (with respect to the separation and the cranked frequency, respectively) of the levels individually approach to those of GUE in the different regions of separation and cranked frequency. They, however, share a common parameter region. It is suggested that the chaotic motion of the single-particle in a heavy nucleus is possibly realized in the condition of superdeformation and high spin.

**Key words** random matrix theory, nearest neighbour level spacing distribution, level curvature distribution, two-center shell model.