

# 核力夸克模型中 $N\Delta$ 道耦合效应的研究\*

戴连荣 沈彭年 张宗焯 余友文

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 在核力的夸克- $SU(3)$ 手征场耦合模型基础上研究了  $N\Delta$ 道耦合效应对  $NN$  散射相移的影响。结果表明  $N\Delta$  的  ${}^5D_0$  分波与  $NN$  道的  ${}^1S_0$  分波间的耦合效应较大,  $NN$  的  $D, F$  分波与  $N\Delta$  道之间的耦合效应较小。

**关键词** 核力 夸克模型 相移

## 1 引言

在核子层次曾有不少工作研究了  $N\Delta$ 道耦合对  $NN$  散射过程的影响, 结果表明  $N\Delta$  道的耦合有一定的影响<sup>[1]</sup>. A. Valcarce 等<sup>[2]</sup>在夸克- $SU(2)$ 手征模型中计算了  ${}^5D_0(N\Delta)$  耦合道对  ${}^1S_0(NN)$  散射的影响. 在他们选择参数下的计算结果表明这个道耦合对低能  ${}^1S_0(NN)$  相移有较大的提高, 能得到使  ${}^1S_0(NN)$  相移与实验符合得较好的结果. 本文目的是研究在对  $NN$  和  $NY$  系统作统一描述的夸克- $SU(3)$ 手征场耦合模型中<sup>[3,4]</sup>,  $N\Delta$ 道耦合对  $NN$  散射各分波相移将会有多大影响. 为此我们在夸克- $SU(3)$ 手征模型中计算了  $N\Delta$ 道耦合对  $NN$  散射各分波的影响. 结果表明  ${}^5D_0(N\Delta)$  对  ${}^1S_0(NN)$  的作用相当于提供了部分吸引力,  ${}^5D_0(N\Delta)$  道的耦合与  $SU(3)$ 手征模型中的  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  场的作用联合在一起可以得到  ${}^1S_0(NN)$  相移与实验相符的结果,  $N\Delta$ 道耦合对  $NN$  散射其它分波的影响较小。

文章的第二部分对  $N\Delta$ 道各分波的重要性作一定性分析. 第三部分是耦合道的计算结果和讨论。

## 2 $N\Delta$ 耦合道的分析

### 2.1 模型的哈密顿量

考虑了夸克- $SU(3)$ 手征场耦合系统哈密顿量  $H$  可以表示为<sup>[4]</sup>:

$$H = \sum_i T_i - T_G + \sum_{i < j} V_{ij}, \quad (1)$$

1997-01-14 收稿

\*国家自然科学基金资助

其中

$$V_{ij} = V_{ij}^{\text{OGE}} + V_{ij}^{\text{conf}} + V_{ij}^{\text{ch}},$$

$$V_{ij}^{\text{OGE}} = \frac{1}{4} g g_j (\lambda_i^c \cdot \lambda_j^c) \left\{ \frac{1}{r_{ij}} - \frac{\pi}{2} \delta(r_{ij}) \left( \frac{1}{m_i^2} + \frac{1}{m_j^2} + \frac{4}{3m_i m_j} \sigma_i \cdot \sigma_j \right) - \frac{1}{4m_i m_j r_{ij}^3} S_{ij} - \frac{3}{4m_i m_j r_{ij}^3} L \cdot (\sigma_i + \sigma_j) \right\}, \quad (2)$$

$$V_{ij}^{\text{conf}} = -a_{ij} (\lambda_i^c \cdot \lambda_j^c) r_{ij}^2, \quad (3)$$

$$V_{ij}^{\text{ch}} = \sum_{a=0}^8 V_{\sigma_a}(r_{ij}) + \sum_{a=0}^8 V_{\pi_a}(r_{ij}), \quad (4)$$

$$V_{\sigma_a}(r_{ij}) = -C(g_{\text{ch}}, m_{\sigma_a}, \Lambda) \cdot \left\{ X_1(m_{\sigma_a}, \Lambda, r_{ij}) + \frac{m_{\sigma_a}^2}{4m_i m_j} \left[ G(m_{\sigma_a} r_{ij}) - \frac{\Lambda^3}{m_{\sigma_a}^3} G(\Lambda r_{ij}) \right] \cdot (L \cdot (\sigma_i + \sigma_j)) \right\} \cdot \lambda_a^f(i) \lambda_a^f(j), \quad (5)$$

$$V_{\pi_a}(r_{ij}) = C(g_{\text{ch}}, m_{\pi_a}, \Lambda) \frac{m_{\pi_a}^2}{12m_i m_j} \left[ X_2(m_{\pi_a}, \Lambda, r_{ij}) \sigma_i \cdot \sigma_j + \left( H(m_{\pi_a} r_{ij}) - \frac{\Lambda^3}{m_{\pi_a}^3} H(\Lambda r_{ij}) \right) S_{ij} \right] \lambda_a^f(i) \lambda_a^f(j), \quad (6)$$

上式中  $\lambda^c$  和  $\lambda^f$  分别表示色和味空间的  $SU(3)$  群生成元, 各量的定义为:

$$C(g_{\text{ch}}, m, \Lambda) = \frac{g_{\text{ch}}^2}{4\pi} \cdot \frac{\Lambda^2 m}{\Lambda^2 - m^2}, \quad (7)$$

$$X_1(m, \Lambda, r) = Y(mr) - \frac{\Lambda}{m} Y(\Lambda r), \quad X_2(m, \Lambda, r) = Y(mr) - \frac{\Lambda^3}{m^3} Y(\Lambda r), \quad (8)$$

$$Y(x) = \frac{1}{x} e^{-x}, \quad (9)$$

$$H(x) = \left( 1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} \right) Y(x), \quad (10)$$

$$G(x) = \frac{1}{x} \left( 1 + \frac{1}{x} \right) Y(x), \quad (11)$$

$$S_{ij} = 3(\sigma_i \cdot \hat{r}_{ij})(\sigma_j \cdot \hat{r}_{ij}) - \sigma_i \cdot \sigma_j. \quad (12)$$

在上列表示式中,  $m_{\sigma_a}$  和  $m_{\pi_a}$  为相应标量场和赝标场的质量,  $m_i, m_j$  为相应夸克的质量. 它们的数值以及各参数的数值如同参考文献 [4] 中一样, 是根据一些物理条件定出的, 见表 1. 除上述参数外, 在夸克模型的计算中为了符合  $P$  波相移尚需加强自旋轨道力的强度. 通常把单胶子交换势的自旋轨道力乘上强度参数  $a_{is}$ , 在未考虑  $N\Delta$  道耦合时, 此参数取为  $a_{is} = 3.4^{[4]}$ .

表1 模型中的参数数值表

$m_u$ (MeV)	313	$m_s$ (MeV)	470
$m_\pi$ (fm $^{-1}$ )	0.7	$m_K$ (fm $^{-1}$ )	2.5
$m_\eta$ (fm $^{-1}$ )	2.78	$m_{\eta'}$ (fm $^{-1}$ )	4.85
$m_{\sigma_0}$ (fm $^{-1}$ )	3.17	$m_k(m_{\sigma_{+-}})$ (fm $^{-1}$ )	4.85
$m_\epsilon(m_{\sigma_0})$ (fm $^{-1}$ )	4.85	$m_b(m_{\sigma_{+-}})$ (fm $^{-1}$ )	4.85
$\Lambda$ (fm $^{-1}$ )	4.2	$\Lambda'$ (fm $^{-1}$ )	5.0
$b_u$ (fm)	0.505	$g_{\text{ch}}^2/4\pi$	0.5467
$g_u$	0.916	$g_s$	0.911
$a_{\text{int}}^c$ (MeV/fm $^2$ )	53.87	$a_{\text{int}}^c$ (MeV/fm $^2$ )	69.30

## 2.2 $N\Delta$ 耦合道的分析

由于 $\Delta\Delta$ 道和稳色道 $cc$ 在 $NN$ 道的 $^1L_j$ 和 $^3L_j$ 态中效应较小<sup>[5]</sup>.本工作如参考文献[2]中那样只考虑 $NN$ 和 $N\Delta$ 道之间的耦合.在夸克-夸克作用势中,它的中心力,自旋轨道力和张量力等都能引起 $NN$ 和 $N\Delta$ 道的耦合.由于强作用中同位旋是守恒的, $N\Delta$ 道只能与 $NN$ 道同位旋三重态( $T=1$ )间有耦合而与 $NN$ 道的同位旋单态( $T=0$ )无耦合.本文将计算 $NN$ 道中 $T=1$ 的散射态 $^1S_0, ^1D_2, ^3P_0, ^3P_1, ^3P_2, ^3F_2$ 和 $^3F_3$ 各分波与 $N\Delta$ 道的耦合效应.表2给出了 $T=1$ 的 $NN$ 各低次分波和可耦合进来的 $N\Delta$ 道的低次分波.

从表2可看到对有些态来自 $N\Delta$ 道耦合的分波是较多的.例如对 $^3P_2$ 分波,在 $NN$ 道

表2  $N\Delta$ 道耦合的低次分波

NN	$N\Delta$	NN	$N\Delta$
$^1S_0$	$^5D_0$	$^3P_1$	$^3P_1, ^5P_1, ^5F_1$
$^1D_2$	$^5S_2, ^3D_2, ^5D_2$	$^3P_2, ^3F_2$	$^3P_2, ^3F_2, ^5P_2, ^5F_2$
$^3P_0$	$^3P_0$		

已知 $^3P_2$ ( $NN$ )和 $^3F_2$ ( $NN$ )的耦合就是重要的,在计算时除了这两个分波的耦合必须考虑外还有 $N\Delta$ 道的四个分波与它们有耦合,因此需要做一个包含六个分波的RGM耦合方程计算,这样的计算量是很大的.我们仅在一定的组态空间中挑选两个或三个重要的分波来进行计算.为了节选出具有较大影响的分波,要对 $N\Delta$ 道各分波的重要性做一个定性分析.

$N\Delta$ 道对 $NN$ 散射的影响是由 $NN \rightarrow N\Delta$ 道的跃迁矩阵元决定的,矩阵元几何因子的大小反映了该态重要的程度.前面已指出,中心力,自旋轨道力和张量力都能引起 $NN$ 与 $N\Delta$ 道的耦合,但在多数情况下,张量力是最重要的,因此我们以张量力为例来说明定性分析的过程.本模型中张量力是由单胶子交换和赝标场 $\pi_a$ 所提供的,而 $\pi_a$ 场所提供的张量力是主要的.同时我们知道在研究两个集团 $A, B$ 之间的相互作用时,由于集团间的夸克要满足反对称化的条件,相互作用矩阵元又分直接项和交换项.来自 $\pi$ 场的相互作用矩阵元的直接项和交换项同时存在,并且直接项的贡献是主要的.因此对张量力的直接项 $\sum_{\substack{i \in A \\ j \in B}} V_{ij}^D$ 的几

何因子做一个定性分析。NN-N $\Delta$ 耦合的张量力矩阵元可表为:

$$\langle NN; l s j | V_{ij}^D(\pi, \text{Tensor}) | N\Delta; l' s' j \rangle = GF \cdot IR, \quad (13)$$

$$IR = C \cdot \langle NN; l | H(mr_{ij}) - \frac{\Lambda^3}{m^3} H(\Lambda r_{ij}) | N\Delta; l' \rangle, \quad (14)$$

$$GF = \langle NN; l s j | S_{ij} \tau_i \cdot \tau_j | N\Delta; l' s' j \rangle =$$

$$sfc \cdot (-1)^{l+s'-j} W(l s l' s'; j 2) \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{5}} \langle l || Y_2 || l' \rangle. \quad (15)$$

IR表示张量力的径向积分, (14)式中的C是包括耦合常数在内的常数。GF是几何因子, (15)式中的sfc系数是 $\pi_a$ 场的张量力算符在六个夸克自旋-同位旋-颜色空间的计算值。由(15)式就可计算出各分波的几何因子。类似地可做引起N $\Delta$ 道耦合其它作用势几何因子的分析,综合各因素的分析可判别各分波的重要性。表3就是综合了各因素分析后,在耦合道计算中所取的分波。

表3 耦合道计算中所包含的分波表

NN	N $\Delta$	NN	N $\Delta$
$^1S_0$	$^5D_0$	$^3P_2, ^3F_2$	$^5P_2$
$^3P_0$	$^3P_0$	$^1D_2$	$^5S_2$
$^3P_1$	$^3P_1, ^5P_1$	$^3F_3$	$^3F_3, ^5F_3$

### 3 计算结果和讨论

本文用处理集团模型的RGM方法求解了表3各情况的道耦合方程。计算结果表明N $\Delta$ 道的耦合对 $^1S_0$ 相移有较大影响,对 $^3P_0$ 和 $^3P_2$ 分波也有影响,对D、F等高次波的道耦合效应不重要。在此仅把 $^1S_0$ 、 $^3P_0$ 、 $^3P_1$ 、 $^3P_2$ 及 $^1D_2$ 分波相移给出在图1至图3中,对其它道耦合效应较小分波不再一一给出。

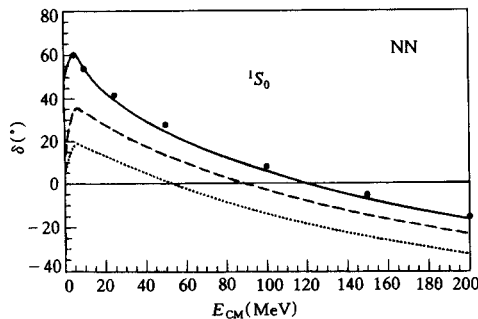
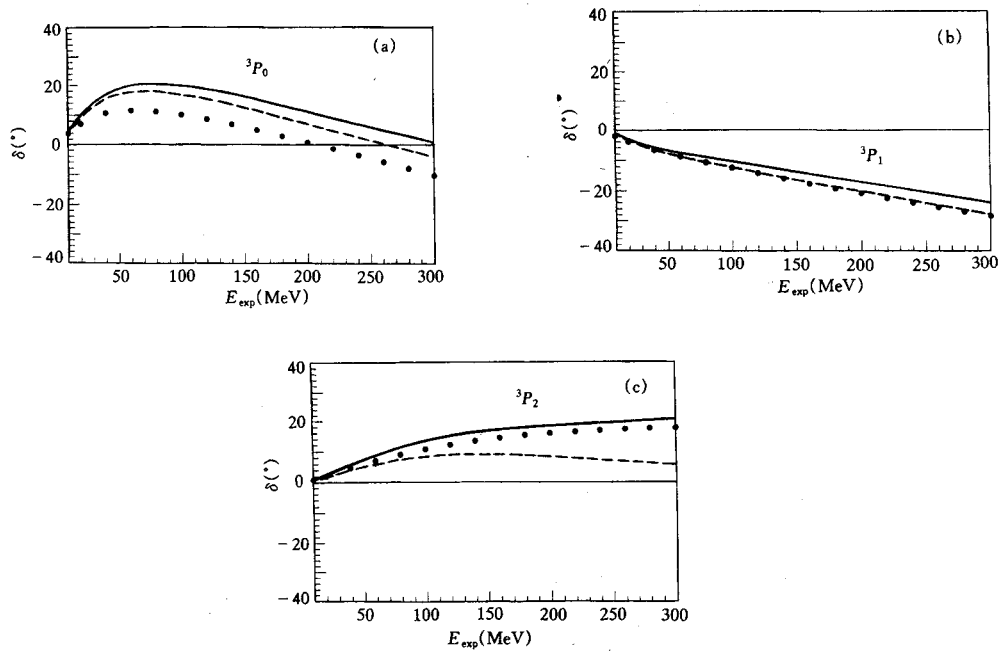


图1 NN散射 $^1S_0$ 分波相移  
其中黑点表示实验值。

图1是 $^1S_0$ 分波相移,是 $^1S_0$ (NN) +  $^5D_0$ (N $\Delta$ )耦合的计算结果;图2(a)是 $^3P_0$ 分波相移,是 $^3P_0$ (NN) +  $^3P_2$ (N $\Delta$ )耦合的计算结果;图2(b)是 $^3P_1$ 分波相移,是 $^3P_1$ (NN) +  $^3P_1$ (N $\Delta$ ) +  $^5P_1$ (N $\Delta$ )耦合的计算结果;图2(c)是 $^3P_2$ 分波相移,是 $^3P_2$ (NN) +  $^3F_2$ (NN) +  $^5P_2$ (N $\Delta$ )耦合的计算结果;图3是 $^1D_2$ 分波相移,是 $^1D_2$ (NN) +  $^5S_2$ (N $\Delta$ )的结果。图中圆点是实验值,数据取自参考文献[6],虚线是不考虑N $\Delta$ 道耦合的计算结果,实线是考虑了N $\Delta$ 道耦合时的计算结果,从这些结果中可以看到N $\Delta$ 道耦合所产生的一些效应。

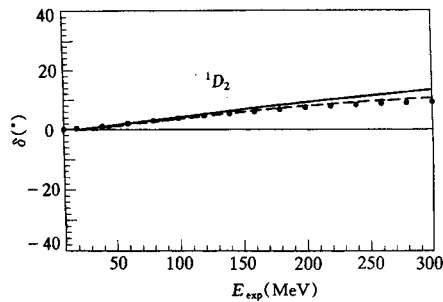
从这些结果中可以看到N $\Delta$ 道耦合所产生的一些效应。

图2 NN散射 $P$ 波相移

(a)  ${}^3P_0$ 分波相移; (b)  ${}^3P_1$ 分波相移; (c)  ${}^3P_2$ 分波相移. 其中黑点表示实验值.

### 3.1 ${}^1S_0$ 分波相移的讨论

简单的 $(\pi, \sigma_0)$ 手征夸克模型中虽然给出了 ${}^3S_1$ 理论相移与实验相符的结果, 但 ${}^1S_0$ 相移的理论值比实验值明显的偏低<sup>[7]</sup>. 为解决这一问题曾有过几种解释. 参考文献 [2] 中将理论与实验的差别全部归之为夸克 $(\sigma_0, \pi)$ 手征模型中 ${}^1S_0$ (NN)与 ${}^5D_0$ ( $N\Delta$ )道的耦合, 在一定的参数选择下可得到与实验相符的结果. 在文献 [8] 中将 ${}^1S_0$ (NN)分波相移与实验的不符归之为夸克与 $(\sigma, \eta)$ 手征场的耦合, 适当选取 $m_{\sigma_1}$ 的情况下亦可得到与实验相符的结果. 以上两种做法中由于手征对称的要求, 夸克与各手征场之间的耦合常数是相同且是不可调的. 在文献 [9] 中, 他们考虑了夸克与所有标量介子和赝标介子的耦合, 并且调节夸克与某些介子的耦合常数也能给出 ${}^1S_0$ (NN)相移与实验相符的结果. 但是在对 NN 和 YN 统一描述的手征  $SU(3)$  夸克模型中, 由于手征对称性的要求, 夸克与所有  $SU(3)$  手征场的耦合常数均相同, 且被确定不再是可调参数, 同时其它参数的选择要顾及到统一描述 NN 和 YN 系统各实验的需要, 因此结论与上述三种情况有所不同. 图 1 中虚线是表 1 参数下不考虑  $N\Delta$  道耦合的计算结果, 理论值低于实验值. 当计入了 ${}^5D_0$ ( $N\Delta$ )耦合后得到如实线所示与实验相符的结果. 为了比较起见把不考虑 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 手征场及 $N\Delta$ 道耦合的计算结果<sup>[10]</sup>也一并给出在图 1 中并以点线表

图3 NN散射 ${}^1D_2$ 分波相移

其中黑点表示实验值.

示. 从这三条曲线所示结果表明在本模型中同位旋有关的标量手征场 ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) 和  ${}^5D_0$  ( $N\Delta$ ) 道耦合的同时计入才能得到与实验相符的结果.

### 3.2 ${}^3P_0$ 和 ${}^3P_2$ 分波的讨论

在 NN 道相移的计算中我们知道  ${}^3P_2$  分波张量力的对角矩阵元比  ${}^3P_0$  和  ${}^3P_1$  的相应矩阵元要小得多, 而自旋轨道力在  ${}^3P_2$  分波相移的计算中起着重要作用. 在我们的模型中, 理论得到的相移比实验值低, 这代表自旋轨道力不够强, 我们采用乘一个增强因子  $a_{is}$  来符合  ${}^3P_2$  相移的实验值. 在参考文献 [4] 中, 未考虑  $N\Delta$  道的耦合, 定出的  $a_{is} = 3.4$ . 在本文计算中包括了  $N\Delta$  道耦合, 同样以  ${}^3P_2$  分波与实验相符来定  $a_{is}$ , 定出的  $a_{is} = 2.4$ . 可见  $N\Delta$  道的耦合可以减小自旋轨道力的增强因子.

从图 2 还可看到, 当  ${}^3P_2$  相移与实验相符时  ${}^3P_0$  的理论值过高于实验值. 这主要是  $N\Delta$  道耦合引起的. 在 NN 散射单道计算中知道自旋轨道力对  ${}^3P_0$  是斥力, 对  ${}^3P_2$  是吸引力, 适当增强自旋轨道力的强度, 即  $a_{is} = 3.4$  时可同时使  ${}^3P_0$  和  ${}^3P_2$  的相移均与实验相符<sup>[4]</sup>. 但是我们知道,  $N\Delta$  道的效应对 NN 态总是起吸引力的作用. 前面已指出含  $N\Delta$  道耦合时由  ${}^3P_2$  定出的  $a_{is} = 2.4$ ,  $a_{is}$  的减小对  ${}^3P_0$  来说是减小斥力, 因此使相移增高. 图 2(a) 中的虚线是  $a_{is} = 2.4$  时单道  ${}^3P_0$  相移的计算值, 理论结果已高于实验, 包含了  ${}^3P_0$  ( $N\Delta$ ) 道耦合后如图 2(a) 的实线所示就更偏离实验值了. 这表示  $N\Delta$  道耦合效应并不能解决  ${}^3P_2$  分波中自旋轨道力的问题.

在夸克层次如何考虑  $N\Delta$  道耦合是非常复杂的, 它不仅是由于道数的增多使计算非常复杂甚至难以进行, 并且在物理机制上也存在一些尚不清楚的问题, 这都有待于进一步去研究. 从本文的结果来看,  ${}^5D_0$  ( $N\Delta$ ) 与  ${}^1S_0$  (NN) 的耦合效应最大, 改进  ${}^1S_0$  相移的结果有较大的作用. 对于  ${}^3P_2$  波,  $N\Delta$  道耦合在符合  ${}^3P_2$  相移时可减小增强因子  $a_{is}$  的数值, 但使得  ${}^3P_0$  相移更偏离实验值. 对  ${}^1D_2$  及其它更高分波  $N\Delta$  道耦合效应并不重要. 目前看来考虑  $N\Delta$  道耦合效应尚不能统一解决 NN 相互作用中的问题. 但本文的这些结果对在夸克层次了解  $N\Delta$  道耦合在 NN 作用中的效应提供了一些认识.

## 参 考 文 献

- [1] Green A M, Haapakoski P. Nucl. Phys., 1974, **A221**: 429;  
Haapakoski P. Phys. Lett., 1974, **B48**: 307;  
Green A M, Niskanen J A. Nucl. Phys., 1975, **A249**: 493;  
Faessler A, Mütter H, Shimizu K et al. Nucl. Phys., 1980, **A333**: 428
- [2] Valcarce A, Faessler A, Fernandez F. Phys. Lett., 1995, **B345**: 367
- [3] Zhang Z Y, Yu Y W, Dai L R. High Energ. Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1996, **20**: 363  
(张宗焯, 余友文, 戴连荣. 高能物理与核物理, 1996, **20**: 363)
- [4] Zhang Z Y, Yu Y W, Shen P N et al. IHEP-TH-96-25
- [5] Oka M, Yazaki K. Prog. Theor. Phys., 1981, **66**: 556; 572;  
Faessler A, Fernandez F, Lubeck G et al. Nucl. Phys., 1983, **A402**: 555;  
Brauer K, Faessler A, Fernandez F et al. Nucl. Phys., 1990, **A507**: 599
- [6] Arndt R A, Strukovsky I I, Workman R L. Phys. Rev., 1994, **C50**: 2731
- [7] Fernandez F, Valcarce A, Straub U et al. J. Phys., 1993, **G19**: 2013
- [8] Yu Y W, Zhang Z Y, Shen P N et al. Phys. Rev., 1995, **C52**: 3393
- [9] Fujiwara Y, Nakamoto C, Suzuki Y. Phys. Rev. Lett., 1996, **76**: 2242

[10] Zhang Z Y, Faessler A, Straub U et al. Nucl. Phys., 1994, A578: 573

## Study of the ( $N\Delta$ ) Channel Coupling Effect in Quark Model

Dai Lianrong    Shen Pengnian    Zhang Zongye    Yu Youwen  
(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

**Abstract** The coupling effect of ( $N\Delta$ ) channel on the N-N scattering is studied by solving a coupled channel RGM(Resonating Group Method) equation in the quark- $SU(3)$  chiral model. The results indicate that the coupling between  $^1S_0(NN)$  and  $^5D_0(N\Delta)$  is important in explaining the NN  $^1S_0$  phase shifts, and the influence of the ( $N\Delta$ ) channel coupling to the N-N higher partial wave scattering is small.

**Key words** nuclear force, quark model, phase shifts