

400GeV/c pp 碰撞多粒子产生的 自仿射分形*

王韶舜 汪兆民 吴冲

(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230027)

摘要 利用 400GeV/c pp 碰撞多粒子产生的实验数据进行了自仿射分形分析, 并与自相似分析相比较, 结果表明在实验分辨能力范围内, 自仿射分形分析具有较好的标度行为.

关键词 自相似分形 自仿射分形 标度阶乘矩 各向异性相空间

1 引言

自从 Bialas 和 Peschanski 建议利用标度阶乘矩方法来研究高能碰撞多粒子产生中的非统计涨落以后^[1], 用来寻找幂数规律的大量研究工作已经完成^[2]. 结果表明, 对于一维情况, 标度阶乘矩 F_q 对于不同的变量(如赝快度 η , 方位角 ϕ 和横动量 p_T 等)是不同的, 但 F_q 随相空间子区间的缩小都趋向于饱和. 这种现象可以用一维矩是三维阶乘矩的投影效应来解释^[3]. 然而在三维分析中幂数规律亦不存在, 即 q 阶阶乘矩的对数与相空间分割数的对数不存在线性关系, 而是向上弯曲的曲线. 其原因是通常求高维阶乘矩时, 每一维相空间被分割成同样数目的子区间, 这种方法称为自相似分析. 然而相空间是各向异性的, 例如高能碰撞多重产生的粒子纵动量可以很大, 而横动量却限制在平均值为 0.3—0.5GeV/c, 因此纵向空间和横向空间应该具有不同的标度性. 考虑到相空间各向异性的性质, 吴元芳和刘连寿提出了一种新的标度阶乘矩的计算方法, 称为自仿射分析^[4]. 最近, NA22 合作组首先进行了自仿射分形的实验研究, 结果表明自仿射分形分析具有较好的标度行为^[5]. 本文利用 400GeV/c pp 碰撞多粒子产生的实验数据进行自仿射与自相似分形分析, 以验证是否自仿射分形分析具有较好的标度行为.

2 自仿射分析方法

吴元芳等指出^[6], 在自仿射分析中, 二维相空间区间 $\Delta\eta\Delta\phi$ 被分割成 $\lambda_\eta\lambda_\phi$ 个子区间, 这里 λ_η 和 λ_ϕ 分别是 η 和 ϕ 方向上的分割数, 即自仿射变换定义为

1997-04-03收稿

* 国家自然科学基金资助

$$\begin{aligned} \delta\eta &\rightarrow \delta\eta / \lambda_\eta, \\ \delta\phi &\rightarrow \delta\phi / \lambda_\phi, \end{aligned} \quad (\lambda_\eta \leq \lambda_\phi). \quad (1)$$

这一变换的收缩比由一个参量

$$H = \ln\lambda_\eta / \ln\lambda_\phi, \quad (0 \leq H \leq 1) \quad (2)$$

来表征, H 称为赫斯特指数^[7]. 只有当两个方向的收缩比满足 (2) 式时, 阶乘矩具有下述标度规律:

$$F_q(\delta\eta, \delta\phi) = \lambda_\eta^{q_i^{(\eta)}} \lambda_\phi^{q_i^{(\phi)}} F_q(\lambda_\eta \delta\eta, \lambda_\phi \delta\phi). \quad (3)$$

赫斯特指数可以利用公式

$$F_z^i(M_i) = A_i - B_i M_i^{-C_i}, \quad (i = \eta, \phi) \quad (4)$$

拟合两个一维二阶阶乘矩的饱和曲线来得到. 这里 $M_i = \lambda_i^\nu = \Delta\eta / \delta\eta (\Delta\phi / \delta\phi)$ 是相空间 $i = \eta(\phi)$ 中的子区间数目, $\nu (\nu = 0, 1, 2, \dots)$ 是分割代数; A_i, B_i 和 C_i 是三个拟合参数.

由公式

$$H_{\eta\phi} = \frac{\ln\lambda_\eta}{\ln\lambda_\phi} = \frac{1 + C_\phi}{1 + C_\eta} \quad (5)$$

可以得到赫斯特指数及收缩比 λ_η 和 λ_ϕ .

3 实验结果

利用 CERN NA27 合作组提供的 LEBC 照片测量了 400 GeV / c pp 碰撞带电粒子的赝快度分布和方位角分布, 测量方法详见参考文献[8]. 为了获得赫斯特指数, 计算了 η 和 ϕ 空间的一维二阶阶乘矩. 赝快度 η 和方位角 ϕ 的初始区间定义为

$$-2 \leq \eta \leq 2; \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi.$$

它们被分别分割成 M_η 和 M_ϕ 个子区间, 其中 $M_\eta = M_\phi = 1, 2, \dots, 40$. 计算结果如图 1 所

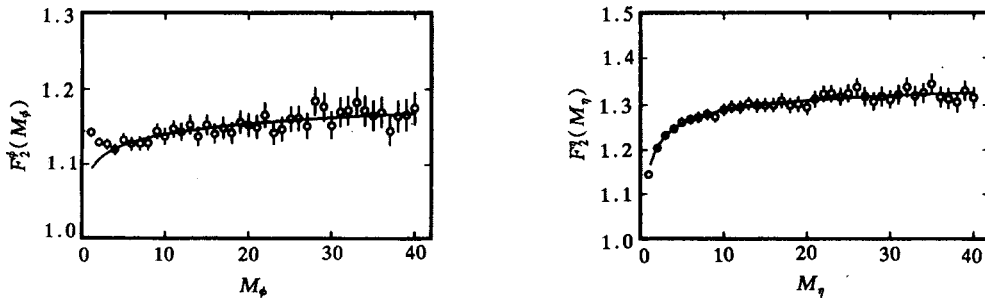


图1 $F_2^i(M_i)$ 随 M_i ($i = \eta, \phi$) 的变化

示. 图中的实线是按公式 (4) 对实验点的最佳拟合结果. 拟合时对于 $F_2^\eta(M_\eta)$ 略去第 1 点, 对于 $F_2^\phi(M_\phi)$ 略去最初 3 点, 以减小动量守恒的影响. 拟合参数列于表 1 中. 由这些参数, 可以根据 (5) 式得到赫斯特指数及相应的相空间收缩比:

$$H_{\eta\phi} = \frac{1 + C_\phi}{1 + C_\eta} = \frac{1.057}{1.425} = 0.74 \pm 0.07.$$

表1 按(4)式拟合实验数据得到的参数值

变量	A	B	C	χ^2 / NDF
η	1.371 ± 0.025	0.223 ± 0.018	0.425 ± 0.109	8.449/36
ϕ	1.509 ± 0.018	0.420 ± 0.039	0.057 ± 0.021	11.160/34

赫斯特指数小于 1 表明在 400GeV/c 碰撞多粒子产生中的分形行为是自仿射的. 对实验数据作自仿射分析时, M_η 和 M_ϕ 通常取整数, 难以与实验得到的 $H_{\eta\phi}$ 值相等, 因此利用下列 $H_{\eta\phi}$ 值来计算二维二阶乘矩:

$$H_{\eta\phi} = 1.00, M_\eta = M_\phi = \lambda^\nu = 2^\nu, \nu = 0, 1, 2, 3;$$

$$H_{\eta\phi} = 0.63, M_\eta = 2^\nu, M_\phi = 3^\nu, \nu = 0, 1, 2, 3;$$

$$H_{\eta\phi} = 0.50, M_\eta = 2^\nu, M_\phi = 4^\nu, \nu = 0, 1, 2, 3.$$

由于实验分辨能力的限制, 取最高分割代数 ν 等于 3. 计算结果示于图 2 中, 为清楚起见, 图中的横坐标采用 $\ln M_\eta$. 由图可见, 如果忽略第 1 点 ($M_\eta = M_\phi = 1$), 则 $H_{\eta\phi} = 0.63$ 时具有较好的标度行为. 由于 $H_{\eta\phi} = 0.63$ 接近实验的 $H_{\eta\phi}$ 值, 这表明 400GeV/c pp 碰撞多重产生具有自仿射分形的性质.

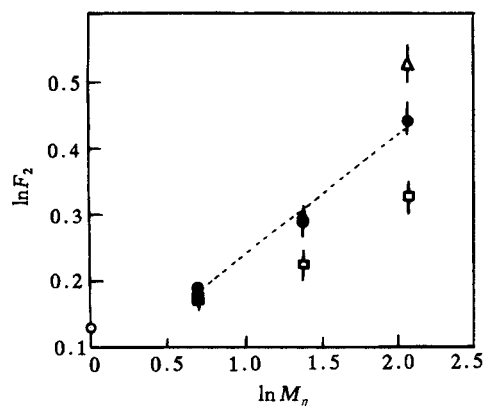
4 结论

本文利用 400GeV/c pp 碰撞多粒子产生的实验数据进行了自仿射与自相似分形分析. 结果表明在实验分辨能力范围内, 自仿射分形分析得到较好的标度行为. 表明 400GeV/c pp 碰撞多粒子产生过程具有自仿射分形的性质. 但要得到令人信服的结论, 则必须进一步提高实验的测量精度.

作者对 CERN NA27 合作组提供 LEBC 泡室照片深表感谢.

参 考 文 献

- [1] Bialas A, Peschanski R. Nucl. Phys., 1986, **B273**: 703—718; Nucl. Phys., 1988, **B308**: 857—867
- [2] Wolf E A, Dremin I M, Kittel W. Phys. Rep., 1996, **270**: 1—141
- [3] Ochs W. Phys. Lett., 1990, **B247**: 101—106
- [4] Wu Yuanfang, Liu Lianshou. Phys. Rev. Lett., 1993, **70**: 3197—3200
- [5] Agababyan N M, Atayan M R, Charlet M et al. Phys. Lett., 1996, **B382**: 305—311
- [6] Wu Yuanfang, Zhang Yang, Liu Lianshou. Phys. Rev., 1995, **D51**: 6576—6579
- [7] Mandelbrot B B. In: Family E, Vicsek T ed. Dynamics of Fractal Surfaces. Singapore: World Scientific, 1991
- [8] Wang Shaoshun, Zhang Jie, Xiao Chenguo et al. Z. Phys., 1995, **C68**: 415—423

图2 $\ln F_2$ 随 $\ln M_\eta$ 的变化

□ $H_{\eta\phi}=1.00$; · $H_{\eta\phi}=0.63$; △ $H_{\eta\phi}=0.50$.

Self-affine Fractality of Multiparticle Production in pp Collisions at 400 GeV / c *

Wang Shaoshun Wang Zhaomin Wu Chong

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

Abstract A Self-affine fractality analysis was performed by using the experimental data of multiparticle production in pp collisions at 400 GeV / c. Compared with the results obtained from the selfsimilar analysis, the self-affine fractality analysis shows a better scaling behavior within the limits of the experimental resolution.

Key words self-similar fractality, self-affine fractality, scaled factorial moment, anisotropic phase space

Received 3 April 1997

* Supported by the National Natural Science Foundation of China