

400GeV/c pp 碰撞集束参数和 集束关联子数据*

王韶舜 刘 冉 汪兆民

(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230027)

摘要 利用 400GeV/c pp 碰撞产生的带电粒子赝快度分布和方位角分布计算了集束参数和集束关联子. 结果表明集束参数不仅依赖于多重数分布的宽度, 还与粒子间的关联有关. 在赝快度和方位角空间, 集束参数 $\eta_2(M)$ 和 $\eta_3(M)$ 遵循同样的幂律行为, 表明在 400GeV/c pp 碰撞多重产生中多重分形行为被观测到了. 在赝快度空间二级集束关联子依赖于多重数分布的宽度, 并随子区间之间的距离的增加而减小.

关键词 标度阶乘矩 阶乘关联子 集束参数 集束关联子 幂律行为 多重分形

1 引言

近年来, 在高能粒子碰撞多重产生机制和间歇现象的研究中广泛地使用标度阶乘矩方法^[1]. 标度阶乘矩的定义如下:

$$F_q(\delta) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad q \geq 2, \quad (1)$$

其中 n_m 是在大小为 δ 的子区间 m 内的粒子数, 符号 $\langle \rangle$ 表示对所有事例求平均. 标度阶乘矩的优点是能消除统计涨落的影响, 突出动力学涨落的信息. 缺点是只有子区间内的粒子数 $n \geq q$ 时才对 q 阶矩有贡献. 即阶乘矩计算的可靠性依赖于探测器对 $n \geq q$ 粒子的分辨率. 这表明 q 阶阶乘矩的行为可能由于探测器对高多重数(大 n) 事例测量的不准确性而带来系统偏差. 为了克服这一缺点契卡诺夫(Chekanov)等人提出用集束参数来研究多重产生过程中的间歇现象和分形行为^[2-4]. 由于集束参数只需要探测器对 q 粒子具有较好的分辨率, 这表明用集束参数法可以得到较可靠的结果. 因此有必要利用集束参数重

1998-09-17收稿

* 国家自然科学基金资助项目(19675033)

新分析 400GeV/c pp 碰撞的实验数据.

2 集束参数

为了揭示高能粒子碰撞多重产生的间歇行为,人们只需要利用集束参数研究在限定的相空间内多重数 $n = q - 1$ 附近的几率分布. 集束参数的定义如下:

$$\eta_q(\delta) = \frac{q}{q-1} \frac{P_q(\delta)P_{q-2}(\delta)}{[P_{q-1}(\delta)]^2}, \quad q \geq 2, \quad (2)$$

其中 $P_n(\delta)$ 是在限定的相空间 δ 内具有 n 个粒子的几率. 事实上 $F_q(\delta)$ 与 $\eta_q(\delta)$ 是可以互相转换的. 当 $\delta \rightarrow 0$ 时有

$$F_q(\delta) \approx \prod_{i=2}^q \eta_i^{q-i+1}(\delta), \quad (3)$$

以及

$$\eta_q(\delta) \approx \frac{F_q(\delta) F_{q-2}(\delta)}{F_{q-1}^2(\delta)}. \quad (4)$$

因此集束参数亦能清除统计涨落的影响. 众所周知, 如果存在动力学涨落, 则标度阶乘矩随相空间大小的变化遵循幂律行为, 即

$$F_q(\delta) \approx \delta^{-\phi_q}. \quad (5)$$

ϕ_q 称为间歇指数, 它与反常分形维数 d_q 有以下关系

$$d_q = \frac{\phi_q}{q-1}. \quad (6)$$

当 d_q 为常数时对应于间歇的单分形结构. 当 d_q 随 q 变化时则为多重分形结构. 根据 (4) 和 (5) 式有

$$\eta_q(\delta) \approx \delta^{-\phi_q - \phi_{q-2} + 2\phi_{q-1}}, \quad (7)$$

其中 $\phi_0 = \phi_1 = 0$. 对于单分形结构, $\phi_q = d_2(q-1)$. 所以有

$$\eta_2(\delta) \approx \delta^{-d_2}, \quad \eta_q(\delta) \approx \text{常数}, \quad q > 2. \quad (8)$$

对于多重分形结构, 根据随机级联模型预言 $\phi_q = \frac{1}{2} q(q-1)d_2$, 由 (7) 式得

$$\eta_q(\delta) \approx \delta^{-d_2}, \quad q \geq 2. \quad (9)$$

(8) 和 (9) 式给出了一种简单的方法以决定间歇的分形结构. 如果所有阶数的 $\eta_q(\delta)$ 具有幂律行为, 对应于多重分形结构. 如果只有 $\eta_2(\delta)$ 具有幂律行为, 其它高阶 $\eta_q(\delta)$ 是 δ 无关的常数, 则是单分形结构. 这是集束参数优于标度阶乘矩的地方.

3 集束关联子

通常阶乘矩得到的是事例中的尖峰信息, 而不能得到事例中的凹陷 (dip) 信息. 例如在两个没有粒子的子区间之间可能存在关联, 但通常的阶乘关联子不能测量如此的关联. 近来, 契卡诺夫等人提出利用集束参数来测量不同子区间之间的关联^[5]. 其中二阶集束关联子包含了上述信息, 即两个空的子区间之间的关联. 二阶集束关联子的定义如下:

$$\eta_{2,2}(D) = \frac{1}{M-K} \sum_{m=1}^{M-K} \bar{\eta}_{2,2}^{m,m'}(\delta), \quad (10)$$

其中

$$\bar{\eta}_{2,2}^{m,m'}(\delta) = \frac{\eta_{2,2}^{m,m'}(\delta)}{\eta_2^m(\delta) \eta_2^{m'}(\delta)}, \quad (11)$$

δ 是子区间的大小, D 是子区间 m 与 m' 之间的距离,

$$\eta_2^m(\delta) = 2 \frac{\bar{w}_2(m, m) \bar{w}_0(m, m)}{\bar{w}_1^2(m, m)}, \quad (12)$$

$$\eta_{2,2}^{m,m'}(\delta) = 4 \frac{\bar{w}_2(m, m') \bar{w}_0(m, m')}{\bar{w}_1^2(m, m')}, \quad (13)$$

其中 $\bar{w}_q(m, m')$ 是对样品中所有事例求平均, 即

$$\bar{w}_q(m, m') = \sum_{i=1}^{N_{ev}} w_q(m, m', i) / N_{ev}. \quad (14)$$

对于事例 t 有

$$w_q(m, m', i) = \begin{cases} 1, & \text{如果子区间 } m \text{ 和 } m' \text{ 均包含 } q \text{ 个粒子,} \\ 0, & \text{其它情况.} \end{cases} \quad (15)$$

由于 $q = 0, 1, 2$, 因此 $\eta_{2,2}(D)$ 包含有空的坪-坪关联.

4 集束参数的实验结果

利用 CERN NA27 合作组提供的 LEBC 泡室照片测量了 400GeV/c pp 碰撞产生的带电粒子赝快度分布和方位角分布. 测量方法详见参考文献 [6]. 总共 3217 个非单衍事例用于本文的分析. 这些事例在 $\Delta\eta = 4$ ($-2 \leq \eta \leq 2$) 范围内含有 4 个以上带电粒子. 平均多重数为 8.1. 为了增加统计性, 采用水平平均集束参数, 其定义如下^[7]:

$$\eta_q(\delta) = \frac{q}{q-1} \frac{\bar{N}_q(\delta) \bar{N}_{q-2}(\delta)}{[\bar{N}_{q-1}(\delta)]^2}, \quad q \geq 2, \quad (16)$$

其中

$$\bar{N}_q(\delta) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M N_q(m, \delta). \quad (17)$$

$N_q(m, \delta)$ 是在大小为 δ 的区间 m 内有 q 个粒子的事例数, $M = \frac{\Delta}{\delta}$ 是总的子区间数, Δ 是原始相空间范围. 对于 η 空间, $\Delta\eta = 4 (-2 \leq \eta \leq 2)$; 对于方位角空间 $\Delta\varphi = 2\pi (-2 \leq \eta \leq 2, 0 \leq \varphi \leq 2\pi)$. 由于单粒子密度在赧速度和方位角空间的分布是不平坦的. 为了减小不平坦的 $\rho(\eta)$ 和 $\rho(\varphi)$ 引起的效应, 采用新的变量 $x(\eta)$ 和 $x(\varphi)$, 其定义如下^[8, 9]:

$$x(\eta) = \int_{\eta_1}^{\eta} \rho(\eta') d\eta' / \int_{\eta_1}^{\eta_2} \rho(\eta') d\eta', \quad (18)$$

$$x(\varphi) = \int_{\varphi_1}^{\varphi} \rho(\varphi') d\varphi' / \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho(\varphi') d\varphi', \quad (19)$$

其中 η_1, η_2 和 φ_1, φ_2 分别是分布 $\rho(\eta)$ 和 $\rho(\varphi)$ 中自变量的极端值. 在 $x(\eta)$ 和 $x(\varphi)$ 空间, 粒子密度在 $[0, 1]$ 区间均匀分布. 将 $[0, 1]$ 区间划分成 M 个子区间, 按 (16) 式计算集束参数 $\eta_2(M)$ 和 $\eta_3(M)$, 其结果分别示于图 1 和图 2 中. 由图可见 $\eta_2(M)$ 和 $\eta_3(M)$ 均随 M 而变化. 对 $\ln \eta_q(M)$ 随 $\ln(M)$ 的变化作线性拟合. 拟合的斜率列于表 1 中.

表 1 $\ln \eta_q(M)$ 随 $\ln(M)$ 变化线性拟合的斜率

相空间	拟合区间	$q=2$	$q=3$
η	$M=5-40$	0.0218 ± 0.0047	0.0172 ± 0.0138
η	$M=10-32$	0.0152 ± 0.0109	0.0255 ± 0.0241
φ	$M=5-40$	0.0493 ± 0.0050	0.0476 ± 0.0131
φ	$M=10-35$	0.0483 ± 0.0082	0.0412 ± 0.0255

作为比较, 在图 1 和图 2 中也画出由下列蒙特卡罗事例得到的结果. 它们的事例数与实验数据相同.

- (1) 平均多重数为 8 的泊松分布;

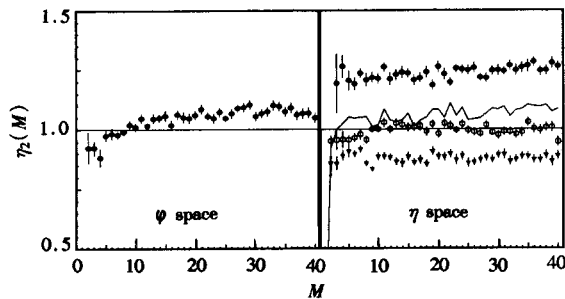
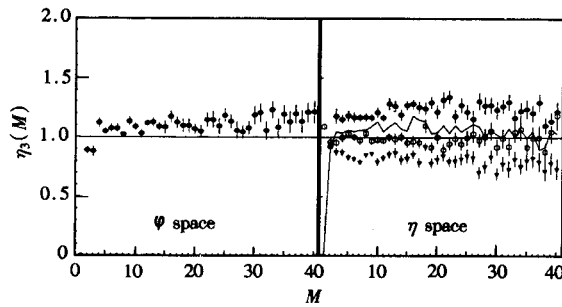


图 1 $\eta_2(M)$ 随 M 的变化

- 实验数据, — 蒙特卡罗事例与实验数据有同样的多重数分布但粒子间没有关联,
- 蒙特卡罗事例其平均多重数为 8 的泊松分布, ▼ 多重数固定为 8 的蒙特卡罗事例.

- (2) 多重数固定为 8;

- (3) 多重数按实验数据分布, 但粒子间没有关联.

图2 $\eta_3(M)$ 随 M 的变化

符号的意义同图1.

由表 1 可见, $\ln\eta_q(M)$ 随 $\ln(M)$ 的变化的线性拟合斜率不等于零, 且在误差范围内不随 q 而变化, 表明在 400GeV/c pp 碰撞多重产生中存在多重分形结构. 这与随机级联模型的预言是一致的^[10]. 由图 1, 图 2 和表 1 的结果可见, 集束参数有以下一些性质:

(1) 当多重数分布满足泊松分布时, $\eta_q(M) \approx 1$, 与 q 和 M 无关. 当多重数分布宽度窄于泊松分布时, $\eta_q(M) < 1$. 当多重数分布宽度大于泊松分布时, $\eta_q(M) > 1$.

(2) 集束参数值不仅依赖于多重数分布的宽度, 而且依赖于粒子间的关联.

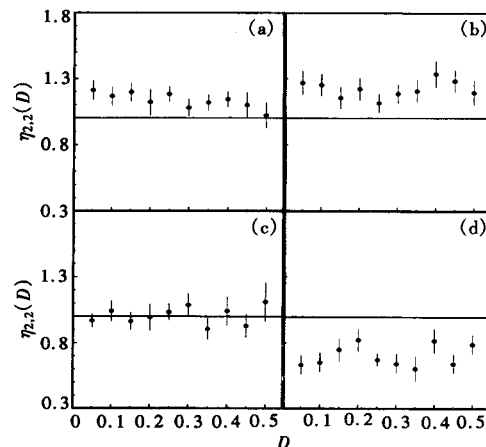
(3) 集束参数分析提供了一种很好的方法以决定高能粒子碰撞中间歇的分形结构.

5 集束关联子的实验结果

图 3 是二阶集束关联子的计算结果. 其中图 3(a) 是赝快度空间的实验结果. 图 3(b) 是方位角空间的实验结果. 图 3(c) 是平均多重数为 8 的泊松分布的蒙特卡罗事例的计算结果. 图 3(d) 是多重数固定为 8 的蒙特卡罗事例的计算结果. 由图 3 可见二阶集束关联子受多重数分布宽度的影响. 当多重数分布为泊松分布时, $\eta_{2,2}(D) \approx 1$; 当多重数分布的宽度大于泊松分布时, $\eta_{2,2}(D) > 1$; 当多重数分布的宽度小于泊松分布时, $\eta_{2,2}(D) < 1$. 在赝快度空间, $\eta_{2,2}(D)$ 的实验值随 D 的增加而减小. 但与阶乘关联子相比较 (见文献 [11]), 减小要缓慢得多. 这是因为 $\eta_{2,2}(D)$ 包含了空的子区间之间的关联效应. 在方位角空间, $\eta_{2,2}(D)$ 的实验值随 D 的变化有起伏,

当 $D = 0.25$ 即 $\Delta\varphi \approx \frac{\pi}{2}$ 时为极小, 而 $\Delta\varphi \approx 0$

或 π 时较大. 这与粒子关联的角度依赖性的实验结果是一致的 (见参考文献 [12]). 但由于空的子区间之间关联效应的影响, 这种起伏是小的.

图3 二阶集束关联子 $\eta_{2,2}(D)$ 随子区间之间距离 D 的变化(a) η 空间实验数据; (b) φ 空间实验数据;

(c) 平均多重数为 8 的泊松分布; (d) 多重数固定为 8.

作者对 CERN NA27 合作组提供 LEBC 泡室照片深表感谢。

参 考 文 献

- 1 De Wolf E A, Dremin I M, Kittel W. Phys. Rep., 1996, **270**:1—141
- 2 Chekanov S V, Kuvshinov V I. Acta. Phys. Pol., 1994, **B25**:1189
- 3 Chekanov S V, Kuvshinov V I. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 1996, **22**:601—610
- 4 Chekanov S V, Kuvshinov V I. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 1997, **23**:951—960
- 5 Chekanov S V, Kittel W, Kuvshinov V I. Acta. Phys. Pol., 1996, **B27**:1739—1748
- 6 Wang Shaoshun, Zhang Jie, Ye Yunxui et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1991, **15**: 1057—1062
(王韶舜, 张杰, 叶云秀等. 高能物理与核物理, 1991, **15**: 1057—1062)
- 7 Chekanov S V, Kittel W, Kuvshinov V I. Z. Phys., 1997, **C74**:517—529
- 8 Bialas A, Gazdzicki M. Phys. Lett., 1990, **B252**:483—486
- 9 Ochs W. Z. Phys., 1991, **C50**:339—344
- 10 Bialas A, Peschanski R. Nucl. Phys., 1986, **B273**:703—718; Nucl. Phys., 1988, **B308**:857—867
- 11 Wang Shaoshun, Li Zuhao, Zhang Jie. Science in China (in Chinese), 1996, **A26**:558—564
(王韶舜, 李祖豪, 张杰. 中国科学, 1996, **A26**: 558—564)
- 12 Wang Shaoshun, Wang Zhaomin, Zhang Jie. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, **21**: 990—994
(王韶舜, 汪兆民, 张杰. 高能物理与核物理, 1997, **21**: 990—994)

Data of Bunching Parameter and Correlator in 400GeV/c pp Collisions*

Wang Shaoshun Liu Ran Wang Zhaomin

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

Abstract The bunching parameters and bunching correlators have been calculated by using the pseudorapidity and azimuthal angle distributions of charged particles produced in pp collisions at 400GeV/c. The results show that the values of bunching parameter depend not only on the width of multiplicity distribution, but also on the correlation of particles. The bunching parameters $\eta_2(M)$ and $\eta_3(M)$ follow the same power-law behavior in pseudorapidity and azimuthal angle spaces indicating that the multifractal structure in pp collisions at 400GeV/c is observed. The values of the second-order bunching correlators in pseudorapidity space depend on the width of multiplicity distributions and decrease with increasing bin-bin distance D .

Key words scaled factorial moment, factorial correlator, bunching parameter, bunching correlator, power-law behavior, multifractal

Received 17 September 1998

* Project (19675033) Supported by National Natural Science Foundation of China