第23卷 第9期
1999 年9月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol.23, No.9
Sep., 1999

Riemann-Cartan 流形上 torsion 结构与扭结*

李 希 国[1)]

(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论研究中心 兰州 730000)

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

摘要 研究了 Riemann-Cartan 流形上 torsion 的一种投影几何结构．通过拓扑场论理论，发现 Linking 数的几何源可能与投影 torsion 几何结构有关．进一步显示与这种投影几何结构相联系的 Wilson 圈可能是缺陷线，它能够用 Hopf 指数和 Brouwer 度分类和量子化．

关键词 torsion 张量 缺陷 纽结

1 引言

时空和物质的结构一直是物理学家想理解和弄清楚的目标．关键问题之一是如何寻找恰当的数学语言来描述人们在实验和基本原理假设基础上对时空结构和物质运动以及它们相互关系的认识．70 年代以来，理论物理学家在致力于寻找一个统一描述微观和宏观时空物质结构理论框架的研究中，应用了 50 年代趋于完善的近代微分几何和拓扑学．尤其在规范场的真空解、反常、低维场论、宇宙结构等问题的研究中都不可避免地涉及到了近代微分几何和拓扑．同时，对这些问题的研究也推动了近代微分几何和拓扑理论的发展．这已经成为数学物理和理论物理的研究主流之一．

torsion 作为非对称仿射联络的反对称张量部分，是 Cartan E. 在 1922—1925 年首先引入的，他当时认为自旋角动量是 torsion 张量的源[1]，这使得四维 Riemann 时空流形扩展为四维 Riemann-Cartan 时空流形．最近，文献 [2] 证明了内部空间局域度规的变换可能产生了时空 torsion 张量．但是，这种 torsion 不能在真空中转播，并且与物质场不可分离．另一方面，Poincare 群在量子场论中起着基本的作用，即拉氏量在 Minkowski 时空整体转动和平移下保持其协变性，而物质场在局域的 Poincare 群的变换下不变性导致了 torsion

1998-07-16收稿

* 中国科学院院长特别基金，兰州重离子加速器国家实验室原子核理论研究中心基金资助

1) CCAST成员

张量和曲率产生,这便引入了 Poincare 群的引力规范理论[3],torsion 张量和曲率分别对应的是规范势平移部分和转动部分的场强,这意味着物质世界可能具有 Riemann-Cartan 流形结构. 但它的量子化仍未解决. Anandan 在 Poincare 群的引力规范理论框架下讨论了引力场的拓扑和几何相因子问题[4],涉及到了带质量和自旋的宇宙弦内部的曲率和 torsion 流.

连续介质物理学家也接受了 Cartan 的 torsion 概念,主要体现在 Kondo、Bilby、Bullough、Smith、Kroner 等人的工作中[5],它们认为在位错形变介质中,Cartan 的 torsion 对应位错密度. 最近,Ross[6]、De Sabbata[7]等人认为 Cartan 的torsion 可能是Riemann-Cartan 时空的缺陷,由此讨论了早期宇宙中旋和 torsion 问题. 但 torsion 的几何和物理的起源仍然不清楚.

近十年来,段一士、张胜利等人研究了凝聚态中位错,线错的拓扑规范理论[8],他们使用 Vierbein 场建立了具有内部指标的位错密度与 torsion 的关系,并且给出了它的拓扑量子化. 用此方法也讨论了时空缺陷在 Planck 长度意义下的量子化问题[9].

流形的拓扑性质研究表明,二维和三维时空流形的某些拓扑性质要比高维时空流形的复杂[10]. 而且也确实在低维物理中体现出了这些拓扑效应[11]. 例如,Chern-Simons 理论被用来解释量子 Hale 效应[12]等. 所以在低维物理研究中,必须考虑空间的拓扑问题. 本文应用段一士等人提出 torsion 的投影几何结构,讨论 3 维 Riemann-Cartan 时空流形的 torsion 张量与纽结的关系以及它的量子化.

2　Torsion 的投影结构和缺陷

设 U_3 是一个 3 维 Riemann-Cartan 时空流形,其 Vierbein 场和自旋联络分别是

$$e^A = e_\mu^{\ A}(x)\mathrm{d}x^\mu,\quad \omega_\mu{}^A{}_B(x) = \omega_\mu{}^A{}_B(x)\mathrm{d}x^\mu\ , \tag{1}$$

式中$\mu,\cdots,\nu = 0,1,2$ 是时空流形指标,$A,\cdots,C = 1,2,3$ 是 Lorentz 指标. 这里采用了求和约定. 若$e_\mu^{\ A}$ 是非奇异矩阵,设其逆矩阵为 $e^\mu{}_A$,则 $e_\mu{}^A e^\mu{}_B = \delta^A{}_B$,且度规张量

$$g_{\mu\nu} = \eta_{AB}\, e_\mu{}^A e_\nu{}^B\ . \tag{2}$$

在 3 维时空中,相应的 Poincare 群是 $ISO(2,1)$,设 Lorentz 算子为 I_{AB},其对偶形式定义为 $I^A = \frac{1}{2}\varepsilon^{ABC} I_{BC}$;平移算子为 P_A,则 $ISO(2,1)$群的李代数为

$$[I_A, I_B] = \varepsilon_{ABC} I^C,\quad [I_A, P_B] = \varepsilon_{ABC} P^C,\quad [P_A,\ P_B] = 0. \tag{3}$$

其规范势可表示为[13]

$$B = B_\mu \mathrm{d}x^\mu = e + \omega = (e_\mu{}^A P_A + \omega_\mu{}^A I_A)\,\mathrm{d}x^\mu, \tag{4}$$

且

$$\omega_\mu{}^A = \frac{1}{2}\varepsilon^{ABC}\omega_{\mu BC}\ . \tag{5}$$

文献 [14] 证明了自旋联络 $\omega_\mu{}^A$ 等价于 $SU(2)$ 群的规范势．Torsion 张量和曲率分别为

$$T^A = De^A \ , \tag{6}$$

$$R^A{}_B = d\omega^A{}_B + \omega^A{}_C \wedge \omega^C{}_B \ , \tag{7}$$

式中协变微商算子定义为

$$D = d - \omega = (\partial_\mu - \omega_\mu{}^A I_A)\mathrm{d}x^\mu \ . \tag{8}$$

(6)、(7)、(8)式是 3 维 Riemann-Cartan 时空流形几何结构的基本方程．

我们定义一个位置矢量场 $\xi^A (A = 1,2,3)$，且满足方程[15]

$$D\xi^A = e^A \ . \tag{9}$$

Torsion 张量(6)式在矢量场 ξ^A 上的投影是

$$T = T^A \xi_A \ , \tag{10}$$

将(6)式代入上式，并注意方程(9)，则有

$$T = d(e^A \xi_A) - e^A \wedge e_A \ , \tag{11}$$

由于度规张量的对称性和外微分的反对称性，上式右边第二项为零，最后得到新的 torsion 张量

$$T_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \ , \tag{12}$$

其中

$$A_\mu(x) = e_\mu{}^A(x)\xi_A(x) \tag{13}$$

是一个 $U(1)$ 群的规范势．因此，torsion 张量 $T_{\mu\nu}$ 是 $U(1)$ 规范场强，它在 $U(1)$ 规范变换下 $A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \wedge (x)$ 不变，其中 $\wedge(x)$ 是一个任意函数．这等于构造了一个主丛 $P(U_3, \pi, U(1))$．

对于任意给定的一个二维面 $\Sigma \subset U_3$，可以定义这个面上的积分 l_Σ 为[8,9]

$$l_\Sigma = \int_\Sigma T_{\mu\nu}(x)\mathrm{d}\sigma^{\mu\nu} \ , \tag{14}$$

其中 $\mathrm{d}\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\mathrm{d}x^\mu \wedge \mathrm{d}x^\nu$ 是二维面 Σ 的面元．设 $u = (u^1, u^2)$ 是二维面 Σ 的内部坐标，对于 $x^\mu \in \Sigma$，则 $x^\mu = x^\mu(u^1, u^2)$．可以证明(14)式的积分在广义协变和局域 Lorentz 变换下不变．这就是段一士等人最近几年在研究拓扑缺陷时所采用的．$T_{\mu\nu}(x)$ 对应缺陷密度，l_Σ 对应二维面 Σ 上缺陷通量．

3 torsion 结构和Linking 数

在上节中，通过 torsion 在一个位置矢量场上的投影诱导出了 $U(1)$ 结构，这暗示在三

维 Riemann-Cartan 时空流形 U_3中存在一个与投影 torsion 结构相关的阿贝尔 Chern-Simons 作用量

$$\mathscr{L}=\frac{k}{4\pi}\int_{U_3}\mathrm{d}^3 x\varepsilon^{\mu\nu\lambda}A_\mu T_{\mu\nu} \ . \tag{15}$$

Schwarz 等人首先发现了描述 Linking 不变量 Chern-Simons 理论的关系[16],而 Witten 发现了基于Chern-Simons 作用量与著名的 Jones 多项式 Linking 不变量之间的联系[17]. 对于阿贝尔情况,Albeverio S.等人给出了一个严格的讨论[18].

设 C 是 Riemann-Cartan 流形 U_3一个定向的闭曲线(也可称为圈),对于一般的李群,考虑规范势沿闭曲线 C 平行移动,段一士和 Wilson 等人分别得到了一个平行变换算子[19,20]

$$w_R(C)=\mathrm{Tr}_R\mathrm{P}\exp\{\mathrm{i}\oint_C B_\mu(x)\mathrm{d}x^\mu\}, \tag{16}$$

这里 $B_\mu=B_\mu^a T_a$ (T_a是李群的生成元)是规范势,R 为相应李群的不可约表示. P 表示沿闭路径的路径顺序乘积. 在我们的情况里(16)式变为

$$w_R(C)=\mathrm{P}\exp\{\mathrm{i}n_R\oint_C A_\mu(x)\,\mathrm{d}x^\mu\}, \tag{17}$$

其中 $n_R\in Z$与 $U(1)$群的表示相关. 现在研究 U_3中一个 Linking L. 取 r 个定向的不自交的纽结 C_i $(i=1,\cdots,r)$,它们组合成一个Linking. 这个 Linking 的真空期望值为

$$\left\langle\prod_{i=1}^{r}w_{R_i}(C_i)\right\rangle=Z^{-1}\int_M A_\mu\prod_{i=1}^{r}w_{R_i}(C_i)\exp\{\mathrm{i}\mathscr{L}\}\ , \tag{18}$$

式中 Z是归一化因子

$$Z=\int_M\mathscr{D}A_\mu\exp\{\mathrm{i}\mathscr{L}\}. \tag{19}$$

使用曲线上的δ函数和 Gauss 积分技术[21], (18)式的积分给出

$$\left\langle\prod_{i=1}^{r}w_{R_i}(C_i)\right\rangle=\exp\{\mathrm{i}\frac{\pi}{k}(\sum_{i=1}^{r}n_{R_i}^2\ L(C_i)+\sum_{i<j}^{r}n_{R_i}n_{R_j}L(C_i\ ,C_j\ ))\}, \tag{20}$$

其中 $L(C_i\ ,C_j)$称之为 Linking 数,其定义如下

$$L(C_i,\ C_j)=\frac{1}{4\pi}\oint_{C_i}\mathrm{d}x_i^\mu\oint_{C_j}\mathrm{d}x_j^\nu\,\varepsilon_{\mu\nu\lambda}\frac{(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j)^\lambda}{\left|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j\right|^3}\ , \tag{21}$$

这是一个拓扑不变量,对于闭曲线 C_i 和 C_j,其值是整数. Linking 数的出现展示出 Chern-Simons 理论诱导了 Linking 型的拓扑不变量,这首先是 Polyakov 发现的[22]. 由于 torsion 张量描述了 Riemann-Cartan 时空流形的几何性质,因此,从上述看到 torsion 张量可能是 Linking 数的几何根源. 另一方面,(20)式中 $L(C)$被称为曲线 C 的绕数,它能通过曲线 C 的"framing"定义. 设 $\boldsymbol{x}(s)$ (s是曲线 C的参数)是闭曲线 C的坐标,$\boldsymbol{k}(s)$是沿闭曲线 C上的单位矢量场,且满足 $\boldsymbol{k}(s)\cdot\boldsymbol{x}(s)=0$. 沿单位矢量场 $\boldsymbol{k}(s)$方向微小平移闭曲线 C,得到一个新的闭曲线用 C_f,$\boldsymbol{y}(s)=\boldsymbol{x}(s)+\varepsilon\boldsymbol{k}(s)$ (ε是小量)定义,这个"framing"就是以曲线 C 和 C_f为边界的带子(ribbon). 带子理论里有一个定理[23]

$$L(C)=L(C,C_f)-\Delta L(C), \tag{22}$$

式中第一项由(21)式定义,第二项如下

$$\Delta L(C) = \frac{1}{4\pi}\oint_C \mathrm{d}x^\mu \varepsilon_{\mu\nu\lambda} k^\nu \dot{k}^\lambda , \tag{23}$$

这正是闭曲线的总扭率. 在单位矢量 $\boldsymbol{k}(s) \propto \ddot{\boldsymbol{x}}(s)$[22,24]的特殊情况下,扭率正好是曲线 C 上 torsion 的积分. 这个量是研究 Chern-Simons 理论与 Jones 多项式关系的重要因子之一.

4 缺陷的局域结构和 Wilson 圈

为了进一步研究 Wilson 圈与 torsion 张量的关系,设 Riemann-Cartan 时空流形 U_3 中 Wilson 线刺穿二维面 Σ, 因此二维面上有一些"点"处在 $x_j^\mu = x_j^\mu(z_j^1, z_j^2)$ $(j = 1,2,\cdots,n)$. 因为在二维面 Σ 上 $U(1)$ 规范变换等价于二维转动,所以 $A_\mu(x)$ 对应 $SO(2)$ 规范势 $\omega_\mu{}^{ab}(x)$ $(a,b = 1,2$ 是二维面上的内部坐标指标),它们之间的关系是

$$\omega_\mu{}^{ab}(x) = -\frac{2\pi}{\lambda} A_\mu(x)\varepsilon^{ab}, \tag{24}$$

这里 λ 是带有长度维数的常数,使得(24)式两边具有相同的维数. 将(24)式代入(14)式得到

$$l_\Sigma = \frac{\lambda}{4\pi}\int_\Sigma T_{\mu\nu}{}^{ab}\varepsilon^{ab}\,\mathrm{d}\sigma^{\mu\nu} , \tag{25}$$

式中 $T_{\mu\nu}{}^{ab}$ 表示 $SO(2)$ 规范场强

$$T_{\mu\nu}{}^{ab} = \partial_\nu\omega_\mu{}^{ab} - \partial_\mu\omega_\nu{}^{ab} . \tag{26}$$

用 $\partial\Sigma$ 表示二维面的边界,由外微分形式性质易知(25)式可写为

$$l_\Sigma = -\frac{\lambda}{4\pi}\int_{\partial\Sigma}\varepsilon^{ab}\omega_\mu{}^{ab}\,\mathrm{d}x^\mu . \tag{27}$$

另一方面,设 $\phi^a(a = 1,2)$ 是二维面 Σ 上的一个矢量场,即 $SO(2)$ 群主丛上的截面,可以在该面上定义一个单位矢量场

$$n^a = \frac{\phi^a}{\phi} , \qquad \phi^2 = \phi^a\phi^a \tag{28}$$

$n^a(a = 1,\ 2)$ 是二维面 Σ 上球丛的截面. 可证规范势 $\omega^{ab} = \omega_\mu{}^{ab}\,\mathrm{d}x^\mu$ 能用这个单位矢量场分解为[25]

$$\omega^{ab} = -(n^a\mathrm{d}n^b - n^b\mathrm{d}n^a) + (n^a Dn^b - n^b Dn^a). \tag{29}$$

将(29)式代入(27)式得

$$l_\Sigma = \frac{\lambda}{2\pi}\int_{\partial\Sigma}\varepsilon^{ab}n^a\partial_\mu n^b\,\mathrm{d}x^\mu - \frac{\lambda}{2\pi}\int_{\partial\Sigma}\varepsilon^{ab}n^a D_\mu n^b\,\mathrm{d}x^\mu = l_\Sigma^{\mathrm{t}} + l_\Sigma^{\mathrm{g}} , \tag{30}$$

其中

$$l_\Sigma^{\mathrm{t}} \equiv \frac{\lambda}{2\pi}\int_\Sigma \varepsilon^{ab}\partial_\mu n^a\partial_\nu n^b\,\mathrm{d}x^\mu\wedge\mathrm{d}x^\nu \tag{31}$$

和

$$l^{\mathrm{t}}_{\Sigma} \equiv -\frac{\lambda}{2\pi} \int_{\partial\Sigma} \varepsilon^{ab} n^a D_\mu n^b \, \mathrm{d}x^\mu \tag{32}$$

分别称为拓扑部分和测地部分. 可以证明[26],对于二维边界$\partial\Sigma$存在关系

$$k_{\mathrm{g}} \, \mathrm{d}s = \varepsilon^{ab} n^b D_\mu n^a \, \mathrm{d}x^\mu \ ,$$

式中 k_{g}, $\mathrm{d}s$ 分别是$\partial\Sigma$上的测地曲率和弧元. 因此

$$l^{\mathrm{g}}_{\Sigma} = \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\partial\Sigma} k_{\mathrm{g}} \, \mathrm{d}s . \tag{33}$$

为了讨论(33)式的意义,考虑两种简单情况. 第一种情况考虑$\partial\Sigma$是一个半径为常数的圆,(33)式给出

$$l^{\mathrm{g}}_{\Sigma} = \lambda. \tag{34}$$

第二种情况考虑 $n^a (a = 1,2)$是一个规范平行单位矢量场,$\partial_\mu n^a - \omega_\mu{}^{ab} n^b = 0$,
显然,有

$$l^{\mathrm{g}}_{\Sigma} = 0 \ . \tag{35}$$

实事上, 可以证明规范势ω^{ab}用规范平行单位矢量场分解和用任意单位矢量场分解之间相差一个任意规范变换,因此,通常采用第二种情况.

下面讨论 l^{t}_{Σ} .使用ϕ映射方法[27], (31)式可以表示为

$$l^{\mathrm{t}}_{\Sigma} = \lambda \int_{\Sigma} J\left(\frac{\phi}{\boldsymbol{u}}\right) \delta^2(\phi) \, \mathrm{d}u^1 \, \mathrm{d}u^2 \ , \tag{36}$$

其中

$$J\left(\frac{\phi}{\boldsymbol{u}}\right) = \frac{1}{2} \varepsilon_{ab} \varepsilon^{cd} \partial_c \phi^a \partial_d \phi^b \tag{37}$$

是雅可比. 设矢量场$\phi^a(\boldsymbol{u})$ $(a = 1,2)$有 n 个零点,且第 j 个零点处在 $x^\mu_j(z^1_j, z^2_j)$ $(j = 1, 2, \cdots, n)$,则[28]

$$\delta^2(\phi) = \sum_{j=1} \frac{\beta_j}{J(\phi / \boldsymbol{u})} \delta^2(\boldsymbol{u} - z_j) \ , \tag{38}$$

(36)式可以进一步写成

$$l^{\mathrm{t}}_{\Sigma} = \lambda \int_{\Sigma} \sum_{j=1}^{n} \beta_j \, \eta_j \, \delta^2(\boldsymbol{u} - z_j) \mathrm{d}u^1 \mathrm{d}u^2 \ , \tag{39}$$

这里β_j $(j = 1, 2., \cdots, n)$被称为二维面Σ上矢量场ϕ的第 j 个零点的 Hopf 指数(正整数),它的数学意义是当二维面Σ上坐标 u 覆盖零点 z_j 领域一次时,矢量场ϕ覆盖该领域β_j次. 而

$$\eta_j = \mathrm{sgn} J\left(\frac{\phi}{\boldsymbol{u}}\right)\bigg|_{\boldsymbol{u} = z_j} = \pm 1 \tag{40}$$

是映射 $u\to\phi$的 Brouwer 度．(39)式的积分给出

$$l_{\Sigma}^{t}=\lambda\sum_{j=1}^{n}\beta_j\eta_j\ . \tag{41}$$

另一方面，(31)式也可以重新写成

$$l_{\Sigma}^{t}\equiv\frac{\lambda}{2\pi}\int_{\Sigma}\mathrm{d}\arctan\left(\frac{\phi^2}{\phi^1}\right)=\lambda W\ , \tag{42}$$

这里 W是矢量场ϕ的环绕数(整数)，它与同伦群$\pi(S^1)=Z$相关，是一个拓扑不变量．因此，从(41)式和(42)式两方面说明缺陷通量的拓扑部分 l_{Σ}^{t}以常数λ为单位量子化，其量子数是拓扑量子数，这种量子数整体上由环绕数决定，局域的由 Hopf 指数和 Brouwer 度确定．

从上面的讨论可以看出 Wilson 圈可能是缺陷线．

5 结束语

本文讨论了 torsion 张量的拓扑问题．3维 Riemann-Cartan 时空流形中的 torsion 张量在位置矢量上的投影诱导出了一个 torsion 结构，这种投影几何结构可以用一个 $U(1)$规范理论描述，通过拓扑场论的方法发现 torsion 的投影几何结构可能是 Linking 数的几何根源．Wilson 圈可能对应于缺陷线．目前，还不能给出 Linking 数与环绕数有何关系．另外，torsion 的测地部分还需要进一步的研究．

作者对段一士教授多年来的精心培养和引导本人从事这一研究领域表示衷心的感谢．

参 考 文 献

1 Cartan H E. C. R. Acad., 1922, **174**:437
2 Luo Shijun. Int. J. Ther. Phys., 1995, **34**(10):2009—2014
3 Hehl F W, Paul von der Heyde, Kerlick G D. Rev. Mod. Phys., 1976, **48(3)**:393—426
4 Anandan J. Phys. Lett., 1994, **A195**(12):284—292
5 Kadic A, Edelen D G B. A Gauge Theory of Dislocation and Dislination (Lecture Notes in Physics No: 174) Berlin: Springer, 1983
6 Ross D K. Int. J. Theor. Phys., 1989, **28**:1333
7 de Sabbata V. IL Nuovo Cimemto, 1994, **A107**:363
8 Duan Yishi, Zhang S L. Int. J. Eng. Sci., 1990, **28**:689;1991, **29**:153
9 Duan Yishi, Zhang S L, Feng S X. J. Math. Phys., 1994, **35**:9
10 Nash C. Differential Topology and Quantum Field Theory. San Diego: Academic Press Limited, 1991
11 Witten E. Commun. Math. Phys., 1989, **121**:351—399
12 Nayak C. Phys. Rev., Lett., 1996, **77**(21):4418—4421
13 Birmingham D. Phys. Rep., 1991, **209**(4&5):129—340
14 Haagensen P, Johnson K. Nucl. Phys., 1995, **B439**:597—616
15 Hehl F W et al. Phys. Rep., 1995, **258**:1—171

16 Schwarz S. Lett. Math. Phys., 1978, **2**:247;
17 Witten E. Comm. Math. Phys., 1989, **121**:351
18 Albeverio S, Schafer J. J. Math. Phys., 1995, **35**:2157
19 Duan Yishi, Ge M L. J. Lanzhou University (in Chinese), 1974, **1**:1
(段一士,葛墨林. 兰州大学学报(自然科学版),1974,**1**:1)
20 Wilson K G. Phys. Rev., 1974, **D10**:2445
21 Duan Y S, Lee Xiguo. Helv. Phys. Acta, 1995, **68**:513
22 Polyakov A M. Mod. Phys. Lett., 1988, **3**:325
23 Frank-Kamenetskii M D, Vologodskii A V. Sov. Phys. Usp., 1981, **24**:679
24 Grundberg J, Hansson T H. Karlhede A et al. Phys. Lett., 1989, **B218**:321
25 Li Xiguo, Duan Yishi. General Decomposition Theory of Gauge Potential in Proceeding of The National Symposium on Postdoctoral Held, Edited by Shi Wei, Beijing: Academic Press, 1995, 640
26 Huang Yongchang. J. Lanzhou Univesity (in Chinese), 1998, **33**(Supplement):93—98
(黄永畅. 兰州大学学报, 1998,**33**(物理学专辑):93—98)
27 Duan Y S, Liu J C. ϕ-Mapping Theory and its Applications. in Proceeding of Johns Hopkin Workshop 11, Edited by Duan Y S, Domokes G Kovesi–Domokes, Singopere: World Scientific, 1988
28 Schwarz A S. Topology for Physicist, Springer–Verlag, 1994

New Torsion Structure on Riemann-Cartan Manifold and Knots*

Li Xiguo[1)]

(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Collisions, Lanzhou* 730000)

(*Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou* 730000)

Abstract The projection geometry structure of torsion on 3 dimensional Riemann-Cartan manifold have been studied. It shows that the geometry origin of linking number may correspond to the projection torsion structure via both Chern-Simons theory and Witten's topological field theory. Furthermore, it is also indicated lines by means of a quantization method in which the quantum number is determined by Hopf indices and Brouwer degree that wilson loops may defect lines.

Key words torsion tensor, defect, knots

Received 16 July 1998

* Supported by Science Foundation of Both the Director of the Chinese Academy of Sciences and Center of Theoretical Nuclear Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Cillision

1) Member of the CCAST