

A~190区超形变带三参数公式的描述*

方向正^{1,2} 李先胤² 阮图南^{1,3}

1 (中国科学技术大学近代物理系 合肥 230027)

2 (安徽大学物理系 合肥 230039)¹⁾

3 (中国高等科学技术中心 北京 100080)

摘要 首次唯象地提出超形变核转动惯量为 $J(I) = J_0(1 + B[1]_q[I+1]_q)$. 利用理想转子的能量表达式, 得到新三参数公式. 对 A~190 区 Hg, Pb 和 Tl 同位素第一超形变带 γ 跃迁能量的计算结果表明, 超形变带能够较精确地用 q 变形转动惯量的理想转子模型来描述.

关键词 超形变带 量子代数 q 变形转动惯量 自旋指定

1 引言

自从 1986 年发现¹⁵²Dy 核第一条超形变转动带以来^[1], 高角动量超形变转动带的研究一直是人们关注的课题. 由于超形变带与已测定自旋的正常形变核态之间的跃迁难以确切测定, 超形变转动带的自旋、宇称、以及激发能级位置尚未在实验上确定. 因此唯象地给出超形变带 γ 跃迁能谱公式, 对探索超形变转动带的微观激发机制有一定的意义. 到目前为止, 已发展有多种方案, 如 Harris 两参数^[2]公式、推转壳模型得到的两参数公式^[3]、吴-曾两参数^[4]、三参数^[5]公式、ABR 三参数^[6]公式、sdg-IBM 基础上给出的四参数^[7]公式以及 $I(I+1)$ 幂级数展开的多参数公式^[8]等, 取得了一定的成功.

随着量子代数理论的发展, 文献[9, 10]尝试着用 $SU_q(2)$ 转子模型来描述原子核的转动带. 对于高角动量的超形变带该模型所拟合的结果与实验值存在着明显的系统偏离. 本文将根据高自旋系统的一些特点, 结合量子代数所体现的多体统计效应, 试图唯象地给出精度较高的描述超形变转动带的 γ 跃迁能谱的新公式.

2 γ 跃迁能谱新公式

低自旋原子核系统的集体转动可以近似用两个自由度来描述. 几何图象归结为固

1999-04-02 收稿

国家自然科学基金(19677102, 19775044), 高等学校博士学科点专项科研基金(97035807)和北京正负电子对撞机国家实验室资助

1) 通信地址

定形变和转轴取向,半经典图象归结为固定形变和核对力效应,相应的转动谱结构近似表现为两参数公式,如 Harris^[2]公式、 ab ^[4]公式和可变转动惯量^[11]公式.在高自旋情况下,原子核的形变随转动的变化(stretching 效应)、角动量顺排和 Coriolis 反配对效应,直接影响到原子核的集体转动自由度,此时仅考虑两个自由度显然是不完备的.这就是两参数公式对超形变带(尤其是高角动量态)的描述产生较大偏差的原因.

实际情况中并非一定要计及所有的效应.例如仅考虑高 j 低 Ω 轨道上核子的角动量顺排就可以解释稀土区核转动惯量的突然增大(回弯)现象^[12],而 stretching 效应以及 Coriolis 反配对效应成为次要因素.因此,怎样在低自旋集体转动的基础上,适当地增加集体运动的自由度来描述超形变带,成为本文的立足点.鉴于吴-曾三参数公式取得的成功^[5],笔者认为,对力效应、stretching 效应和多体系统呈现出的统计效应(包含多体相互作用)可能是形成超形变带的 3 个主要因素.在转动的框架下,这 3 个自由度集中体现在转动惯量随角动量而变化的形式中.文献[13]指出原子核的 stretching 效应可以表述为

$$\Delta J = J - J_0 = fC_2(SU(2)) = fI(I+1), \quad (1)$$

其中 f 称为 Arima 系数.对于多体系统,尝试以量子代数 $SU_q(2)$ 的 Casimir 算符 $C_2(SU_q(2))$ 取代(1)式中 Casimir 算符来表征,则超形变核的转动惯量为

$$J(I) = J_0(1 + B[I]_q[I+1]_q). \quad (2)$$

式中 J_0 是基态的转动惯量,应该包含对力效应的信息; $B = f/J_0$ 是反映 stretching 效应的实参数; $[X]_q$ 是 q 数定义为

$$[X]_q = \frac{q^x - q^{-x}}{q - q^{-1}}, \quad (3)$$

在 q 为纯虚数条件即 $q = e^{i\tau}$ (τ 为实数)下,

$$[X]_q = \frac{\sin \tau X}{\sin \tau}, \quad (4)$$

参数 τ 就代表了多体统计效应.以(2)式代入理想转子能量公式有

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{2J_0} I(I+1) \left/ \left[1 + B \frac{\sin(\tau I) \sin(\tau I + \tau)}{\sin \tau \sin \tau} \right] \right., \quad (5)$$

(5)式就是描述超形变核晕带能量的三参数公式.

3 计算结果和讨论

实验上观测到的超形变带的转动谱,是一系列 γ 跃迁能量即

$$E_\gamma(I) = E(I+2) - E(I), \quad (6)$$

其中 $E(I)$ 为(5)式所示.以(5)式代入(6)式,通过最小方均根差拟合实验数据,即可得到 E2 跃迁能量的计算值,同时得到带首的自旋指定.相应的动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 和转动频率 $\hbar\omega$ 既可以由定义式 $J^{(2)} = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dI_x^2} \right)^{-1}$ 和 $\hbar\omega = \left(\frac{dE}{dI_x} \right)^{[4]}$ 算出,也可以从实验数据中直接提取,

$$J^{(2)} = 4\hbar^2 / [E_\gamma(I+2) - E_\gamma(I)], \quad \hbar\omega = [E_\gamma(I+2) + E_\gamma(I)]/4,$$

为了检验三参数公式(5)是否能够较精确地描述超形变带转动谱,取 A~190 区 Hg, Pb 和 Tl 同位素晕带作为计算实例,得到的拟合参数见表 1. 在表 2—4 中列出了跃迁能量理论计算值和实验值,拟合精度以最小方均根差标记,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i [E_{\text{Exp}}(i) - E_{\text{Cal}}(i)]^2}, \quad (8)$$

式中 N 为每一条超形变带实验观测 γ 跃迁能级的条数. 由表 2—4 可以看出,计算值的方均根差最大的为 0.784keV(^{192}Hg),最小的为 0.158keV(^{192}Tl),如果折算成相对方均根差,其数量级大约在 10^{-4} — 10^{-5} 范围内,与实验结果符合得相当好.

表 1 A~190 区跃迁能量(6)式的拟合参数

	$(\hbar^2/2J_0)/\text{keV}$	$B \times 10^{-5}$	$\tau \times 10^{-2}$
^{191}Hg	5.429	4.191	1.463
^{192}Hg	5.714	8.231	2.093
^{194}Hg	5.632	7.505	1.910
^{195}Hg	5.378	6.141	1.749
^{193}Pb	4.961	3.771	1.095
^{194}Pb	5.691	8.367	2.451
^{195}Pb	5.073	2.181	2.973
^{196}Pb	5.703	4.969	0.840
^{192}Tl	4.471	-4.840	3.410
^{193}Tl	5.228	4.005	1.969
^{194}Tl	5.018	2.817	1.387
^{195}Tl	5.248	3.211	0.203

表 2 Hg 同位素第一超形变带 γ 跃迁能量的实验值和计算值 (单位: keV)

^{191}Hg			^{192}Hg			^{194}Hg			^{195}Hg		
Spin	Exp ^a	Cal	Spin	Exp ^b	Cal	Spin	Exp ^c	Cal	Spin	Exp ^d	Cal
15	350.6	350.5	8	214.4	214.0	10	253.93	254.10	12.5	294.0	294.2
17	390.5	390.8	10	257.8	257.4	12	295.99	296.21	14.5	333.9	334.0
19	430.3	430.5	12	300.1	299.8	14	337.18	337.40	16.5	372.8	372.9
21	469.6	469.5	14	341.4	341.3	16	377.39	377.62	18.5	411.2	411.0
23	508.1	507.7	16	381.6	381.8	18	416.60	416.79	20.5	448.4	448.2
25	545.3	545.2	18	421.1	421.1	20	454.76	454.88	22.5	484.7	484.4
27	582.1	582.0	20	458.8	459.4	22	491.86	491.90	24.5	519.8	519.8
29	617.8	618.0	22	496.0	496.5	24	527.88	527.84	26.5	554.0	554.2
31	653.0	653.2	24	532.1	532.5	26	562.92	562.73	28.5	587.5	587.7
33	687.4	687.6	26	567.4	567.6	28	596.87	596.63	30.5	620.3	620.3
35	721.8	721.4	28	601.7	601.7	30	629.93	629.61	32.5	652.2	652.2
37	754.3	754.5	30	634.9	634.9	32	662.07	661.74	34.5	683.2	683.3

(续表)

¹⁹¹ Hg			¹⁹² Hg			¹⁹⁴ Hg			¹⁹⁵ Hg		
Spin	Exp ^a	Cal	Spin	Exp ^b	Cal	Spin	Exp ^c	Cal	Spin	Exp ^d	Cal
			32	668.1	667.4	34	693.40	693.13	36.5	714.2	713.8
			36	700.1	699.3	36	723.91	723.89	38.5	743.2	743.7
			38	731.5	730.8	38	753.92	754.13	40.5	772.8	773.0
			40	762.3	761.9	40	783.67	783.98	42.5	802.2	802.0
			42	792.7	792.9	42	813.12	813.59			
			44	822.9	823.9	44	842.55	843.08			
			46	853.1	855.1	46	872.41	872.61			
			48	888.7	886.7	48	903.10	902.32			
$\sigma = 0.226$			$\sigma = 0.784$			$\sigma = 0.306$			$\sigma = 0.196$		

实验数据 a, b, c 和 d 分别取自文献[17—20].

表 3 Pb 同位素第一超形变带 γ 跃迁能量的实验值和计算值 (单位: keV)

¹⁹³ Pb			¹⁹⁴ Pb			¹⁹⁵ Pb			¹⁹⁶ Pb		
Spin	Exp ^e	Cal	Spin	Exp ^f	Cal	Spin	Exp ^g	Cal	Spin	Exp ^h	Cal
12.5	277.2	276.9	4	124.9	124.6	7.5	182.13	182.00	6	171.0	170.1
14.5	317.2	316.8	6	169.6	169.1	9.5	222.33	222.09	8	215.1	214.8
16.5	357.3	357.0	8	213.4	213.1	11.5	261.97	261.99	10	258.9	258.9
18.5	397.4	397.3	10	256.4	256.3	13.5	301.52	301.69	12	302.4	302.5
20.5	437.6	437.6	12	298.6	298.6	15.5	341.09	341.19	14	345.3	345.3
22.5	477.3	477.6	14	339.8	340.0	17.5	380.54	380.44	16	387.3	387.4
24.5	517.0	517.1	16	380.2	380.4	19.5	419.29	419.51	18	428.3	428.7
26.5	555.8	556.1	18	419.3	419.8	21.5	458.26	458.39	20	468.8	469.0
28.5	594.5	594.5	20	458.2	458.2	23.5	497.38	497.11	22	508.2	508.3
30.5	632.5	632.5	22	495.4	495.6	25.5	535.69	535.71	24	546.4	546.6
32.5	671.0	670.5	24	532.1	532.2	27.5	574.52	574.23	26	584.2	584.8
34.5	708.2	708.8	26	568.4	568.0	29.5	612.70	612.72	28	620.0	619.8
			28	602.7	603.1	31.5	650.90	651.23	30	654.6	654.6
			30	638.1	637.7	33.5	689.00	689.81	32	688.6	688.3
			32	672.3	671.9				34	720.1	720.7
			36	706.2	706.0				36	752.1	751.9
			38	739.9	740.0						
$\sigma = 0.296$			$\sigma = 0.287$			$\sigma = 0.180$			$\sigma = 0.322$		

实验数据 e, f, g 和 h 分别取自文献[15]和[21—23].

表4 Tl同位素第一超形变带 γ 跃迁能量的实验值和计算值 (单位:keV)

^{192}Tl			^{193}Tl			^{194}Tl			^{195}Tl		
Spin	Exp ⁱ	Cal	Spin	Exp ^j	Cal	Spin	Exp ^k	Cal	Spin	Exp ^l	Cal
14	283.0	282.9	9.5	227.3	227.9	12	268.0	268.2	7.5	188.0	187.9
16	320.8	320.9	11.5	267.9	268.3	14	307.0	307.0	9.5	228.8	229.1
18	359.0	359.2	13.5	308.2	308.3	16	345.1	345.4	11.5	270.0	269.9
20	397.8	397.9	15.5	348.0	347.9	18	384.2	383.4	13.5	310.5	310.4
22	437.1	436.8	17.5	387.0	386.9	20	421.0	420.9	15.5	349.9	350.3
24	476.1	475.9	19.5	425.4	425.3	22	457.0	458.0	17.5	389.8	389.8
26	515.2	515.2	21.5	463.7	463.2	24	494.9	494.6	19.5	428.9	428.6
28	554.4	554.3	23.5	501.1	500.5	26	530.9	530.7	21.5	467.2	466.8
30	593.0	593.3	25.5	537.5	537.2	28	567.0	566.3	23.5	504.5	504.4
32	632.0	632.0	27.5	573.4	573.4	30	601.2	601.3	25.5	540.8	541.0
34	670.4	670.2	29.5	608.8	609.1	32	634.9	635.8			
36	707.9	707.9	31.5	643.8	644.3	34	669.8	669.8			
			33.5	678.7	679.1	36	703.6	703.3			
			35.5	713.2	713.5						
			37.5	747.5	747.6						
			39.5	781.9	781.4						
	$\sigma=0.158$			$\sigma=0.364$			$\sigma=0.515$			$\sigma=0.263$	

实验数据 i, j, k 和 l 分别取自文献[24—27].

表5 ^{194}Hg 和 ^{194}Pb 自旋指定值与方均根差的变化

^{194}Hg	Spin	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	12	13
	σ	7.108	4.359	2.305	1.020	0.306	1.446	2.006	3.697	5.972
^{194}Pb	Spin	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6		
	σ	6.037	2.451	0.287	1.516	3.468	5.094	5.768		

迄今为止,在 $A\sim 80, 130, 140, 150$ 和 190 区,已经观测到200条以上的超形变带.虽然绝大多数的带首自旋值 I_0 未能加以测定,但实验^[14,15]测出的 $A\sim 190$ 区 ^{194}Hg 和 ^{194}Pb 带首的自旋值,为检验理论公式提供了一个重要判据.理论上,由能量公式拟合实验值所指定的自旋值,其可靠性取决于两个因素:一是拟合精度,二是跃迁能量计算值对自旋指定的敏感性,不难看出,新三参数公式(5)不仅能够较精确地拟合超形变的跃迁能量(见表1—4),而且其拟合误差(8)式对自旋指定非常敏感.以 ^{194}Hg 和 ^{194}Pb 为例(表5),若自旋指定值改变0.5,拟合误差将急剧增大.取方均根差最小所对应的自旋值为超形变带带首的自旋值,可以定出 ^{194}Hg 和 ^{194}Pb 的带首自旋值分别为10和4,这一结果与实验定出的自旋值完全一致^[14,15],其余核的自旋指定与众多模型得到的结果基本相同(除有争议的 ^{192}Hg 外)^[16].因此由能量公式(5)式指定出的带首自旋值具有一定的可靠性.

实验资料表明:多数超形变核的动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 随转动频率 $\hbar\omega$ 的增大而呈现单

调平滑的变化,而有些核的 $J^{(2)}$ 会随 $\hbar\omega$ 的增大发生突变. 利用(7)式,计算了部分核的 $J^{(2)}$ 以及转动频率 $\hbar\omega$ (如图 1 所示). 由图看出: ^{193}Tl 的 $J^{(2)}$ 基本上随转动频率 $\hbar\omega$ 的增大而单调平滑的上升; ^{191}Hg , ^{194}Hg , ^{195}Hg 和 ^{194}Pb 的 $J^{(2)}$ 在一定的频率范围内是单调上升,当 $\hbar\omega$ 增大到一定值时, $J^{(2)}$ 下弯(如 ^{194}Hg)或出现平台(如 ^{195}Hg); 而 ^{193}Pb , ^{195}Pb 和 ^{192}Tl 的 $J^{(2)}$ 变化范围很小,接近常数. 由(5)式和(7)式的计算结果与实验值几乎重合.

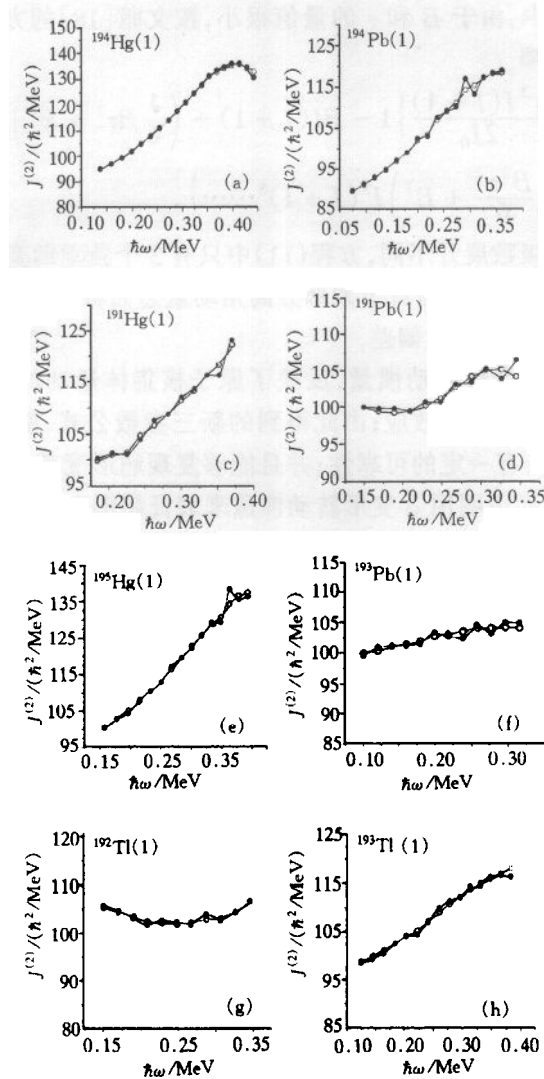


图 1 (a)–(h)超形变核动力学转动惯量 $J^{(2)}/(\hbar^2/\text{MeV})$ 随转动频率 $\hbar\omega/\text{MeV}$ 的变化曲线
 —●—表示实验值, —○—表示计算值.

对于原子核基态转动惯量,可以由拟合参数 $\hbar^2/2J_0$ 得出. 由表 1 可以看出,奇 A 核的基态转动惯量大于相邻的偶偶核的 J_0 , 奇奇核的基态转动惯量大于相邻的奇 A 核的 J_0 , 利用转动惯量的奇偶差定义

$$\epsilon_p = \frac{J(N, Z) - [J(N, Z - 1) + J(N, Z + 1)]/2}{[J(N, Z - 1) + J(N, Z + 1)]/2}, (N \text{ 偶}, Z \text{ 奇}), \quad (9)$$

$$\epsilon_n = \frac{J(N, Z) - [J(N-1, Z) + J(N+1, Z)]/2}{[J(N-1, Z) + J(N+1, Z)]/2}, (N \text{ 奇}, Z \text{ 偶}), \quad (10)$$

取 $J(N, Z+1)$, $J(N, Z)$ 和 $J(N, Z-1)$ 分别为 $J_0(^{194}\text{Pb})$, $J_0(^{194}\text{Tl})$ 和 $J_0(^{194}\text{Hg})$; $J(N+1, Z)$, $J(N, Z)$ 和 $J(N-1, Z)$ 分别是 $J_0(^{196}\text{Pb})$, $J_0(^{195}\text{Pb})$ 和 $J_0(^{194}\text{Pb})$, 则 $\epsilon_p = 0.127$ 和 $\epsilon_n = 0.123$. 这正是所期望的对关联效应.

在三参数公式(5)中, 由于 B 和 τ 的量值很小, 按文献[18]的方法可将方程(5)展开到 $[I(I+1)]$ 的四次方项

$$E(I) = E_0 + \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2J_0} \left\{ 1 - BI(I+1) + \left(\frac{1}{6}B\tau^2 + B^2 \right) I^2(I+1)^2 - \left(\frac{\tau^4}{45} + \frac{B^2\tau^2}{6} + B^3 \right) I^3(I+1)^3 \dots \right\}, \quad (11)$$

与通常的 $[I(I+1)]$ 幂级数展开不同, 方程(11)中只有 3 个独立的变量. 尽管参数 B 和 τ 量值很小 ($B \approx 10^{-5}$, $\tau \approx 10^{-2}$), 但对于大部分高角动量态而言, 引起的能量修正足以弥补由纯转动谱公式描述所致的能量偏差.

综上所述, 引入的 q 变形转动惯量, 反映了原子核集体运动的转动惯量随角动量而改变的实验事实; 体现了对关联效应; 由此得到的新三参数公式, 能够较精确地描述超形变带; 带首自旋的指定具有一定的可靠性; 并且能够复现超形变带中动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 随角动量突变现象. 从而说明用 q 变形转动惯量来表征超形变核的转动惯量具有一定的合理性. 有关 q 变形转动惯量的进一步研究, 将另文发表.

参考文献 (References)

- 1 Twin P J et al. Phys. Rev. Lett., 1986, **57**:811
Harris S M. Phys. Rev. Lett., 1964, **13**:663
- 3 Jimin Hu et al. Phys. Rev., 1993, **C48**:2270
- 4 WU C S et al. Phys. Rev., 1992, **C45**:261
- 5 HUANG H X, WU C S, ZENG J Y. Phys. Rev., 1989, **C39**:1617
- 6 WU L A et al. Phys. Rev. Lett., 1996, **76**:4132
- 7 LIU Yu Xin et al. Phys. Rev., 1997, **C56**:1370
- 8 Bohr A, Mottelson B. Nuclear Structure(Benjamin, New York), 1975, **2**:24—26
- 9 Ray Chev P P et al. J. Phys., 1990, **G16**:L137
- 10 Iwao S. Prog. Theor. Phys., 1990, **83**:363
- 11 Mariscotti M A J, Scharff-Goldhaber G, Ruck B. Phys. Rev., 1969, **178**:1864
- 12 Stephens F S, Simon R S. Nucl. Phys., 1972, **A183**:257
- 13 Yoshida N et al. Phys. Lett., 1991, **B256**:129
- 14 Moore E F et al. Phys. Rev., 1993, **C48**:2261
- 15 Severen van U J et al. Z. Phys., 1995, **A353**:15
- 16 FENG Pan. Phys. Rev., 1994, **C50**:1876
- 17 LIANG Y et al. Phys. Rev., 1994, **C49**:718
- 18 Fallon P et al. Phys. Rev., 1995, **C51**:R1609
- 19 Kruken R et al. Phys. Rev., 1996, **C54**:R2109
- 20 Hackman G et al. Phys. Rev., 1997, **C55**:148
- 21 Ducroux L et al. Phys. Rev., 1996, **C53**:2701

- 22 Hughes J R et al. Phys. Rev. , 1994, **C50**:R1265
23 Farris L P et al. Phys. Rev. , 1995, **C51**:R2288
24 Fischer S M et al. Phys. Rev. , 1996, **C53**:2126
25 Bouneau S et al. Phys. Rev. , 1996, **C53**:R9
26 Duprat J et al. Phys. Lett. , 1994, **B6**:341
27 Flebotte S et al. Phys. Rev. Lett. , 1993, **71**:4299

Description of the Superdeformed Bands in $A \sim 190$ Region with a Three-Parameter Formula

FANG XiangZheng^{1,2} LI XianYin² RUAN TuNan^{1,3}

1(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

2(Department of Physics, Anhui University, Hefei 230039, China)¹⁾

3(CCAST(World Lab), Beijing 100080, China)

Abstract The q -deformed moment of inertia, formulated by $J = J_0(1 + B[I]_q[I + 1]_q)$, was first introduced as the mechanical moment of inertia of superdeformed (SD) nuclei. The $E2$ transition γ -ray energies and the dynamical moment of inertia of the lowest superdeformed bands in Hg, Pb, and Tl isotopes are calculated. The calculated results indicate that the SD bands may be described by the ideal-rotor with the q -deformed moment of inertia.

Key words superdeformed state, quantum algebra, q -deformed moment of inertia, spin assignment

Received 2 April 1999

* Supported by NSFC (19677102, 19775044), the Doctoral Unit Research Program Foundation of The State Education Committee of China (97035807) and BEPC National Lab.

1) Mailing Address