

新的质量标度下奇异夸克物质的 电荷与临界密度*

彭光雄^{1,2} 姜焕清^{1,4} 刘志军² 周乐明²
刘波^{1,4} 程兴国³ 李晶骅³

1(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

2(南开大学物理科学学院 天津 300071)

3(十堰职业技术学院电子工程系 十堰 442000)

4(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

摘要 应用自恰的热力学方式确定夸克质量公式中的参数,并进一步证明,在新的质量标度下,适量的负电荷仍然可以降低奇异夸克物质的临界密度,从而有利于在重离子碰撞实验中寻找 strangelets. 当然,过量的负电荷仍将使平衡成为不可能.

关键词 奇异夸克物质 热力学 临界密度 质量公式

1984年,Witten提出了一个著名的揣测,即由大约相同数目的u,d,s夸克组成的物质可能是真正的量子色动力学基态(QCD)^[1]. 随后,人们对奇异夸克物质(SQM)的兴趣不断增长^[2];国际一流学术刊物不断发表关于奇异夸克物质方面的研究论文和实验报告等;世界上几大主要实验室已经开始或计划进行新一轮的实验探讨.

尽管已经有了强相互作用的基本理论,即QCD,但由于尚缺少有效的非微扰处理方法,所以人们在奇异夸克物质的研究中仍然要利用各种反映QCD精神的唯象模型. 较为普遍的有MIT袋模型和质量密度相关模型. Witten的揣测提出不久,Jaffe等在MIT袋模型框架内发现,对于很宽的参数范围,奇异夸克物质在正常核密度附近都是绝对稳定的^[3],尽管其他作者随后也发现了几个使之不稳定的因素^[4,5]. 但Chakrabarty等应用夸克质量密度相关模型的研究给出了很不相同的结果^[6]. 然而,Benvenuto和Lugones应用同样模型研究,却给出了类似于袋模型的结果^[7]. 一项最近的研究显示,奇异夸克物质跟介质中的夸克凝聚有密切关联^[8,9].

在地球上寻找奇异夸克物质的最重要方式是通过极端相对论性重离子碰撞^[10,11]. 奇异夸克物质的电荷对于实验寻找是极其重要的. 以前,人们一般认为奇异夸克物质略显

2000-01-14 收稿

*国家自然科学基金资助(19905011,19975053)

正电性. 与以前的结果正相反, 我们不久前的一项研究显示, 奇异夸克物质很可能带适量负电荷^[12]. 如果情况真是如此, 这一重要结果对于在 AGS 及 CERN 等进行重离子碰撞中寻找奇异夸克物质的高灵敏实验将有重要影响.

夸克的质量标度对奇异夸克物质的性质有重要影响. 最新研究证明, 夸克的质量线性依赖于密度立方根的倒数, 而不是象以前认为的那样简单地跟密度成反比^[13]. 本文应用新的质量标度关系进行了研究, 发现适量的负电荷仍然可以降低奇异夸克物质的临界密度, 从而有利于在重离子碰撞实验中寻找 strangelets. 在临界密度以下, 奇异夸克物质不能保持味平衡, 因而不可能存在.

与文献[12]一样, 假定奇异夸克物质是由 u, d, s 夸克以及电子组成的费米气体. 它的化学平衡由 $d, s \leftrightarrow u + e + \bar{\nu}_e, s + u \leftrightarrow u + d$ 等弱相互作用过程保持.

对于给定的重子数密度 n_b 和电荷密度 Q , 化学势 μ_u, μ_d, μ_s , 以及 μ_e 由如下方程组确定:

$$\mu_d = \mu_s = \mu, \quad (1)$$

$$\mu_u + \mu_e = \mu, \quad (2)$$

$$\frac{1}{3}(n_u + n_d + n_s) = n_b, \quad (3)$$

$$\frac{2}{3}n_u - \frac{1}{3}n_d - \frac{1}{3}n_s - n_e = Q,$$

其中第 i 种粒子的数密度与第 i 种粒子的化学势 μ_i 和质量 m_i 的关系为

$$n_i = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu_i} = \frac{g_i}{6\pi^2} (\mu_i^2 - m_i^2)^{3/2} \quad (5)$$

这里 $i = u, d, s, e$ (忽略中微子贡献); g_i 是简并因子, 其值对夸克和电子分别为 6 和 2; Ω 是零温时系统的热力学势密度, 其表达式为

$$\Omega = - \sum_{i=u,d,s,e} \frac{g_i}{48\pi^2} \left[\mu_i (2\mu_i^2 - 5m_i^2) \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2} + 3m_i^4 \ln \frac{\mu_i + \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2}}{m_i} \right]. \quad (6)$$

方程(3)和(4)等价于

$$n_u - n_e = n_b + Q, \quad (7)$$

$$n_d + n_s + n_e = 2n_b - Q. \quad (8)$$

我们因此定义一个 μ_e 的函数

$$F(\mu_e) = \pi^2 (n_d + n_s + n_e) - \pi^2 (2n_b - Q) \quad (9)$$

即:

$$F(\mu_e) = (\mu^2 - m_d^2)^{3/2} + (\mu^2 - m_s^2)^{3/2} + \quad (10)$$

$$\frac{1}{3}(\mu_e^2 - m_e^2)^{3/2} - \pi^2 (2n_b - Q),$$

其中

$$\mu = \mu_e + \sqrt{m_u^2 + [\pi^2 (n_b + Q) + \frac{1}{3}(\mu_e^2 - m_e^2)^{3/2}]^{2/3}}. \quad (11)$$

然而, 并非对于任意的重子数密度 n_b 方程 $F(\mu_e) = 0$ 对于 μ_e 都有解. 事实上, 密度不能小于某一临界值 n_c . 由公式(10), 为使开平方有意义, 我们必须要求 $\mu \geq m_s$. 在临界密度 n_c 处有 $\mu = m_s$. 将该式与 $F(\mu_e) = 0$ 联立消去 μ_e , 可以容易地找到方程

$$\left\{ m_s - \sqrt{m_u^2 + [3\pi^2 n_c - (m_s^2 - m_d^2)^{3/2}]^{2/3}} \right\}^2 = m_c^2 + \{3[\pi^2(2n_c - Q) - (m_s^2 - m_d^2)^{3/2}]\}^{2/3}, \quad (12)$$

它决定临界密度怎样随电荷密度变化, 即 $n_c = f(Q)$.

在 n_c 处, 奇异性含量变为零. 密度进一步降低时, 决定系统组成的方程组(1)–(4)无解. 这表明 n_c 是可能存在奇异夸克物质的最低密度.

很明显, 要得到函数 $f(Q)$ 的显式表达式是困难的. 然而, 逆函数 $f^{-1}(n_c)$ 很容易从方程(12)得到

$$Q = 2n_c - \frac{1}{\pi^2} (m_s^2 - m_d^2)^{3/2} - \frac{1}{3\pi^2} [(m_s - \mu')^2 - m_c^2]^{3/2}, \quad (13)$$

其中

$$\mu' \equiv \sqrt{m_u^2 + [3\pi^2 n_c - (m_s^2 - m_d^2)^{3/2}]^{2/3}}. \quad (14)$$

为使开平方有意义, 必须要求

$$(m_s^2 - m_d^2)^{3/2} \leq 3\pi^2 n_c. \quad (15)$$

取等号并求解相应方程得到最小临界密度 n_{\min} , 代入方程(13)给出

$$Q_{\min} = -n_{\min} - \frac{1}{3\pi^2} [(m_s - m_u)^2 - m_c^2]^{3/2}, \quad (16)$$

此式中 m_s 和 m_u 分别是 s 夸克和 u 夸克相应于密度 n_{\min} 的质量.

如果电荷密度 Q 比 Q_{\min} 更负, 则没有相应的临界密度. 因此, Q_{\min} 是奇异夸克物质的最大可能负电荷.

要具体计算相应于 $Q > Q_{\min}$ 的临界密度, 必须在这里讨论如何考虑夸克禁闭问题.

将 QCD 哈密顿密度概略地写为

$$H_{\text{QCD}} = H_k + \bar{q}M_0 q + H_1, \quad (17)$$

其中 H_k 是动能项, H_1 是夸克间的强相互作用项, M_0 是对角元为 m_u , m_d 和 m_s 的流质量矩阵.

在夸克质量密度相关模型中, 夸克间的相互作用通过夸克质量随密度的适当变化模拟. 这等价于将哈密顿密度表为

$$H_{\text{eqv}} = H_k + \bar{q}Mq, \quad (18)$$

除流质量矩阵 M_0 被等价质量矩阵 M 代替外, 它与自由粒子的哈密顿量一样. 由等式

$$\langle n_b | H_{\text{eqv}} | n_b \rangle - \langle 0 | H_{\text{eqv}} | 0 \rangle = \langle n_b | H_{\text{QCD}} | n_b \rangle - \langle 0 | H_{\text{QCD}} | 0 \rangle, \quad (19)$$

其中 $|n_b\rangle$ 是重子数密度为 n_b 的态矢, 有

$$m_q = m_\phi + \frac{\langle n_b | H_1 | n_b \rangle - \langle 0 | H_1 | 0 \rangle}{\sum_q [\langle n_b | \bar{q}q | n_b \rangle - \langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle]}, \quad (20)$$

即:

$$m_q \equiv m_\phi + m_1. \quad (21)$$

方程(21)的物理意义很明显, 右边第一项是原来的质量, 即夸克流质量; 第二项是模拟夸克间强相互作用的部分. 很明显, m_1 与味无关但依赖于密度. 由于强相互作用的夸

克禁闭和渐进自由特点, 必须要求

$$\lim_{n_b \rightarrow 0} m_1 = \infty, \quad (22)$$

$$\lim_{n_b \rightarrow \infty} m_1 = 0, \quad (23)$$

因此, 较为合理而简明的形式是

$$m_1 = \frac{D}{n_b^z}. \quad (24)$$

相应地, 有

$$m_q = m_{q0} + \frac{D}{n_b^z}, \quad (25)$$

其中 D 是一个由稳定性要求决定的常数, m_{q0} 为夸克流质量, 计算中使用的夸克流质量值为 $m_{q0} = m_{q0} = 7.5 \text{ MeV}$, $m_{q0} = 100 \text{ MeV}$. 在以往的研究中, 人们都简单地认为 $z = 1$. 根据我们最近的研究结果, 取 $z = 1/3$ 更为合理^[13].

由于对可能探测到基态奇异夸克物质感兴趣, 必须要求, 在零温时, 奇异夸克物质的平均重子能量, $VE/N = E/n_b$, 小于 $M^{56}\text{Fe}/56 = 930 \text{ MeV}$; 但为不与事实矛盾, 两味夸克物质的平均重子能量必须大于 930 MeV ($M^{56}\text{Fe}$ 是 ^{56}Fe 的质量)^[3]. 因此, 参数 D 的确定跟热力学处理方式相关. 以往文献中的两种热力学处理方式都有严重缺陷, 一是在文献[13]中指出的真空极限值不合理, 二是零压点与能量最低态不一致. 事实上, 在文献[7]的压强表达式中另外出现的项不应该出现在能量表达式中. 尽管可以从基本热力学关系出发证明, 这里为简明起见仅从系综理论来说明这一点.

如果设密度矩阵为

$$\rho = \frac{1}{\Xi} e^{-\beta(E\{|N_i\}, \alpha - \sum_i \mu_i N_i)}, \quad (26)$$

其中 Ξ 是系统的配分函数, β 是温度倒数, N_i 是第 i 种粒子的数量, μ_i 是相应的化学势, α 是另外的微观量子数. 当粒子质量跟密度相关时, 微观能量 $E\{|N_i\}, \alpha$ 一方面像通常一样是体积 V 的直接函数, 另一方面通过粒子质量 $m_i = m_i(n_b = \sum_j \bar{N}_j / V/3)$ 成为 V 的间接函数, 因此, 压强的微观表达式为

$$-\frac{dE\{|N_i\}, \alpha}{dV} = -\left. \frac{dE\{|N_i\}, \alpha(V, \{m_k\})}{dV} \right|_{\bar{m}_k} - \sum_i \left. \frac{-dE\{|N_i\}, \alpha(V, \{m_k\})}{dm_i} \right|_V \frac{dm_i}{dV} \Big|_{\{N_k\}}. \quad (27)$$

注意, 其中的 \bar{N}_k 是平均粒子数, 在求微观平均时不变. 因此两边求系综平均时右边第一项即给出通常的负热力学势密度 $-\Omega$, 而第二项给出文献[7]中的额外项, 即有

$$P = -\Omega + n_b \frac{\partial \Omega}{\partial n_b}. \quad (28)$$

外项并不会出现在能量表

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{1}{\Xi} \sum_{\{|N_i\}, \alpha} E\{|N_i\}, \alpha e^{-\beta(E\{|N_i\}, \alpha)} \\ &= \frac{1}{\Xi} \sum_{\{|N_i\}, \alpha} \left(-\frac{\partial}{\partial \beta} + \sum_i \mu_i N_i \right) e^{-\beta(E\{|N_i\}, \alpha - \sum_i \mu_i N_i)} \end{aligned}$$

$$-\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \Xi + \sum_i \mu_i \bar{N}_i,$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{N}_i &= \frac{1}{\Xi} \sum_{\{N_i\}, a} N_i e^{-\beta(E_{\{N_i\}, a} - \sum_i \mu_i N_i)} = \\ &= \frac{1}{\Xi} \sum_{\{N_i\}, a} \left[\frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu_i} e^{-\beta(E_{\{N_i\}, a} - \sum_i \mu_i N_i)} \right]_{V, T, \{m_k\}} = \\ &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu_i} \ln \Xi = -V \frac{\partial \Omega}{\partial \mu_i} \Big|_{T, \{m_k\}}. \end{aligned}$$

因此,系统的能量密度为

$$E = \frac{\bar{E}}{V} = \frac{\partial(\beta \Omega)}{\partial \beta} + \sum_i \mu_i n_i, \quad (31)$$

即:

$$E = \Omega + \beta \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} + \sum_i \mu_i n_i, \quad (32)$$

或者:

$$E = \Omega + \sum_i \mu_i n_i - T \frac{\partial \Omega}{\partial T}, \quad (33)$$

其中 n_i 是第 i 种粒子的数密度

$$n_i \equiv \frac{\bar{N}_i}{V} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu_i} \Big|_{T, \{m_k\}}$$

由(33)式清楚看到,仅当 $P = -\Omega$ 成立时才能得到文献[7]中的方程(8). 所以不应该像文献[7]那样用那里的(8)式计算能量密度,而应该直接从这里的(33)式出发来计算. 在零温时得到的结果是

$$E = \sum_i m_i n_i F(x_i), \quad (35)$$

$$P = \sum_i m_i n_i x_i^2 G(x_i) - \sum_i m_i n_i f(x_i), \quad (36)$$

其中
$$x_i \equiv \frac{p_{fi}}{m_i} = \frac{\left(\frac{6\pi^2}{g_i} n_i\right)^{1/3}}{m_i} = \frac{\sqrt{\mu_i^2 - m_i^2}}{m_i} \quad (37)$$

是第 i 种粒子的费米动量跟质量之比. 函数 $F(x_i)$, $G(x_i)$, 以及 $f(x_i)$ 可以用双曲正弦函数 $\text{sh}^{-1}(x) \equiv \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 表出:

$$F(x_i) \equiv \frac{3}{8} [x_i \sqrt{x_i^2 + 1} (2x_i^2 + 1) - \text{sh}^{-1}(x_i)] / x_i^3, \quad (38)$$

$$G(x_i) \equiv \frac{1}{8} [x_i \sqrt{x_i^2 + 1} (2x_i^2 - 3) + 3\text{sh}^{-1}(x_i)] / x_i^5, \quad (39)$$

$$f(x_i) \equiv -\frac{3}{2} \frac{n_b}{m_i} \frac{dm_i}{dn_b} [x_i \sqrt{x_i^2 + 1} - \text{sh}^{-1}(x_i)] / x_i^3. \quad (40)$$

很明显,额外项仅出现在压强表达式中,而不出现在能量表达式中. 这样一来,前面提到的两个缺陷,即不合理的真空极限值和零压点与能量最低态不一致,同时得到克服. 当然,也可能有克服该缺陷的其它方法,比如在热力学势密度中添加一项,即认为 $P = -\Omega$

仍然成立而自洽确定 Ω , 但这里不拟进一步讨论.

使用这里的热力学处理方式, 可以确定 D 的范围为 $(155-158\text{MeV})^2$. 因此取 $D = (156\text{MeV})^2$. 由于负电荷不容许离零太远(否则将不能保持弱作用平衡), 在确定 D 的范围时取(4)式中的 $Q=0$. 将方程(25)代入方程(12)或(13), 即可计算出临界密度. 结果用实线绘于图 1. 很明显, n_c 是 Q 的增函数. 负电荷对应于较低的临界密度. 然而, 当 Q 进一步向负电荷方向移动, 由于不能保持味平衡, 将没有 n_c 与之对应. 因此, 适当的负电荷能够降低临界密度, 从而有利于奇异夸克物质的实验寻找.

我们也用袋模型作了相应计算. 袋模型通过在能量密度表达式中添加一个额外的常数项(被解释为真空压力)模拟夸克禁闭, 而夸克质量与密度无关

$$m_{u,d} = 7.5\text{MeV}, \quad (41)$$

$$m_s = 100\text{MeV}. \quad (42)$$

相应结果在图 1 中用虚线给出.

图 1 中两条曲线的形状明显类似, 因而导致前述同样结论. 重要的不同点在于: 相应于袋模型的曲线要低, 或者说, 在袋模型中的稳定奇异夸克物质的电荷不允许为负. 这是由于在袋模型计算中完全忽略了夸克间的相互作用. 正像期待的那样, 它们在高密度时渐渐地变为全同.

应该指出, 我们的推理方法与 Schaffner-Bielich 等在文献[11]中所用的完全不同. 他们关心的是亚稳的小 strangelets(明显包含有限体积修正)应该具有什么性质, 以及对不同寿命尺度的可能衰变模式, 没有像我们这样假定 strangelets 完全处于化学平衡状态. 他们没有发现绝对稳定的候选者这一事实当然跟所用的袋常数有关. 在标准 MIT 袋模型方法中, 稳定的奇异夸克物质会略显正电性. 本项研究证明, 在新的质量标度下, 适量的负电荷仍然能够降低奇异夸克物质的临界密度, 从而有利于极端相对论性重离子碰撞中的实验寻找. 当然, 目前的处理还比较简单, 更严格的定量结果尚需进一步研究.

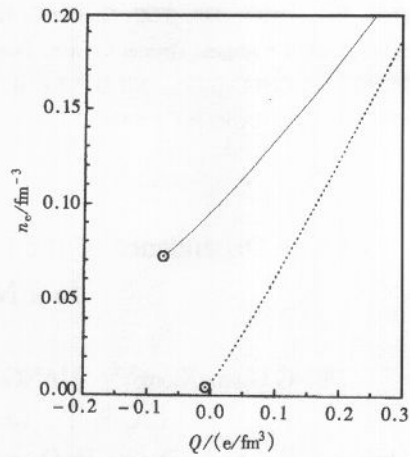


图 1 临界密度 n_c 对电荷密度 Q 的依赖关系

——质量密度相关模型(MDD)的计算结果,
袋模型(Bag)的计算结果. n_c 是 Q 的单调增函数, 即负电荷能够降低奇异夸克物质的临界密度. 标记“○”的点对应于允许的最负电荷, 即临界电荷.

参考文献(References)

- 1 Witten E. Phys. Rev., 1984, **D30**:272
- 2 ZHOU LeMing, PENG GuangXiong, NING PingZhi. Prog. Phys. (in Chinese), 1999, **19**(1):59
(周乐明, 彭光雄, 宁平治. 物理学进展, 1999, **19**(1):59)
- 3 Farhi E, Jaffe R L. Phys. Rev., 1984, **D30**:2379; Berger M S, Jaffe R L. Phys. Rev., 1987, **C35**:213; Gilson E P, Jaffe R L. Phys. Rev. Lett., 1993, **71**:332
- 4 Madsen Jes. Phys. Rev. Lett., 1993, **61**: 2909; Phys. Rev., 1993, **D47**: 5156; 1994, **50**: 3328; Madsen Jes, Jensen Dan M, Christiansen Michael B. Phys. Rev. 1996, **C53**: 1883

- 5 Parija B C. Phys. Rev. , 1993, **C48**: 2483; 1995, **C51**: 1473
- 6 Chakrabarty S, Raha S, Sinha B. Phys. Lett. , 1989, **B229**: 112; Chakrabaty S. Phys. Rev. , 1991, **D43**: 627; 1993, **D48**: 1409; 1996, **D54**: 1306
- 7 Benvenuto O G, Lugones G. Phys. Rev. , 1995, **D51**: 1989; Lugones G, Benvenuto O G. Phys. Rev. , **D52**: 1276
- 8 PENG G X, NING P Z, CHIANG H C. Phys. Rev. , 1997, **C56**: 491
- 9 ZHOU LeMing, PENG GuangXiong, NING PingZhi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1999, **23**(4): 360
(周乐明, 彭光雄, 宁平治. 高能物理与核物理, 1999, **23**(4): 360)
- 10 Greiner C, Kock P, Stöcker H. Phys. Rev. Lett. , 1987, **58**: 1825; Greiner C, Rischke D H, Stöcker H, Koch P. Phys. Rev. , 1988, **D38**: 2797; Greiner C, Koch P, Stöcker H. Phys. Rev. , 1991, **D44**: 3517
- 11 Schaffner-Bielich Jurgen, Greiner Carsten, Diener Alexander, Stöcker Horst. Phys. Rev. , 1997, **D55**: 3038
- 12 PENG G X, CHIANG H C, NING P Z et al. Phys. Rev. , 1999, **C59**: 3452
- 13 PENG G X, CHIANG H C, YANG J J, et al. Phys. Rev. , 2000, **C61**: 015201

Charge Dependence of the Critical Density of Strange Quark Matter in a New Mass Scaling *

PENG GuangXiong^{1,2} JIANG HuanQing^{1,4} LIU ZhiJun² ZHOU LeMing²
LIU Bo^{1,4} CHENG XingGuo³ LI JingHua³

¹(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

²(Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

³(Department of Electronic Engineering, Shiyuan College of Career and Technology, Shiyuan 442000, China)

⁴(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

Abstract One of our recent works demonstrates that the previous quark mass scaling should be modified, which has significantly changed the density behavior of the sound velocity in strange quark matter. In the present study, we provide a selfconsistent thermodynamic treatment to determine the parameter in the mass formula, and prove that, under the new quark mass scaling, proper negative charges can still lower the critical density, and thus be favorable to the searches for strangelets in heavy ion experiments. Naturally, too much negative charges can still make it impossible to maintain flavor equilibrium.

Key words strange quark matter, thermodynamics, critical density, mass formula

Received 14 January 2000

* Supported by National Natural Science Foundation of China(19905011, 19975053)